

活跃性:

在并发的每次执行中的某些配置中, 断言P为真.

或"断言P最终为真".

证明断言P最终为真的基本技术 } 范函数 / 亚集终止

S为转移系统 P是一个谓词. 定义 term 为谓词. 在所有最终配置中为真.

死锁: 不能达到目标P

终止: 目标P已达到

定义 如果谓词 (term \Rightarrow P) 在S中总是为真, 则称S亚集终止 (或无死锁).

定义 给定转移系统S和断言P, 称C为良基集W的函数f为范函数 (关于P). 如果对于每次转移 $\gamma \rightarrow S$, $f(\gamma) > f(S)$ 或者 $P(S)$ 成立.

良基集 W.

称一个偏序集 $(W, <)$ 是良基的. 如果不存在无穷递减序列

$$W_0 > W_1 > W_2 > W_3 \dots$$

证明一个集合的元素都具有最小性. 即不存在无限 \times 属于 \times 的情况.

举例: 自然数 / 具有序关系的自然数 $n-1$ 元组. 良基

$\{10^i\}$ 其中 $i \geq 0$. 非良基的.

$$1 \rightarrow 10 \rightarrow 100 \dots$$

定理: 给定转移系统S和断言P. 如果S亚集终止, 且范函数f (关于P) 存在, 那么在S的每次执行的某些配置中P为真.

证明: $E = (r_0, r_1, \dots)$ 为S的每次执行.

如果E有限, 它的最终配置为一个终止配置. 且S中谓词 term \Rightarrow P 总是为真. P在此配置中成立. (根据范函数) P(S) 成立

如果E无限, 设 E_i 为E的极限前缀. 其中不包含P为真的配置.

设S为所有前缀在E中所有前缀上构成的序列 $(f(r_0), f(r_1), f(r_2), \dots)$ 根据范函数成立.

由E的单调性和P性质, S是递减序列. 因此由W的良基性, S是有界的.

这也表明E是E的一个前缀 (r_0, r_1, \dots, r_k) 由E的单调性, P(S) 成立.

定理:

如果S亚集终止, 且范函数f, 满足每次执行至少包含一次转移, 那么在每次执行的某些配置中, P为真. 有限.

有限 \Rightarrow 良基 \Rightarrow 范函数 \Rightarrow P成立.