绝密★启用前

普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）数学模拟 2（2020.11）

命题人：中国科学技术大学 宗语轩

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $P=\{x\mid x^2-4x+3<0\}$，$Q=\{y\mid y=2-x^2\}$.则 $(C_R P)\bigcap Q$ =（ ▲ ）

A. $(1,2]$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $(-\infty,2]\bigcup[3,+\infty)$　D. $(-\infty,1]$

2.若直线 l 的斜率等于纵截距的两倍，则直线 l 恒过的定点坐标是（ ▲ ）

A. $(-\frac{1}{2},0)$　　B. $(\frac{1}{2},0)$　　C. $(-2,0)$　　D. $(2,0)$

3.已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=2\mathrm{i}$，则 z 的共轭复数是（ ▲ ）

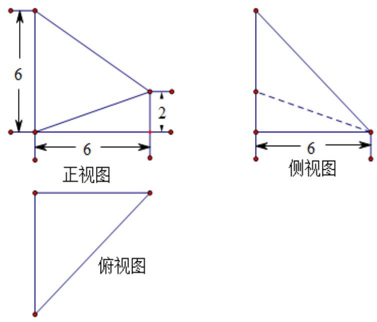
A. $1+\mathrm{i}$　　B. $-1-\mathrm{i}$

C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $1-\mathrm{i}$

4.某空间几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（ ▲ ）

A.16　　B. 32

C. 48　　D. 144



（第 4 题图）

5.设函数 $f(x)=|\sin x-a|+b$，则 $f(x)$ 的最小正周期（ ▲ ）

A. 与 a 有关，但与 b 无关.　　B. 与 a 无关，但与 b 有关.

C. 与 a 、b 均无关　　D. 与 a 、b 均有关

6.已知 $a,b\in \boldsymbol{R}$，则“$2a+b\geq 2$”是“$a^2+\frac{b^2}{4}\geq\frac{1}{2}$”的（ ▲ ）

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

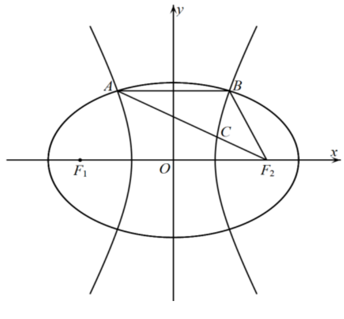
7.已知平面向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 满足 $1\leq|\boldsymbol{e}_1|\leq 2$，$1\leq|\boldsymbol{e}_2|\leq 4$ 以及 $|\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2|\leq 3$，则 $\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2$ 的取值范围是（ ▲ ）

A. $[-2,8]$　　B. $[-\frac{9}{4},8]$

C. $[-2,4]$　　D. $[-\frac{9}{4},4]$

8.如图，椭圆 C_1 与双曲线 C_2 在 x 轴有相同的焦点 F_1,F_2。设双曲线 C_2 与椭圆 C_1 的上半部分交于 A、B 两点，线段 AF_2 与双曲线 C_2 交于点 C，并满足 $|AF_2|=2|BF_2|=3|CF_2|$，则椭圆 C_1 的离心率是（ ▲ ）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



（第 8 题图）

9.设数列$\{a_n\}$是公差不为 0 的等差数列，且对任意$n\in \boldsymbol{N}^{+}$，均有$a_nS_n>0$（其中S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和）. 记数列$c_n=|a_n|$，$d_n=|S_n|$. 则下列命题一定成立的是（ ▲ ）

A. 对任意$i\in \boldsymbol{N}^{+}$，均满足$a_ia_{i+1}>0$　　B. $d_3<3d_2$

C. 数列$\{c_n\}$的最小值是c_1　　D.数列$\{d_n\}$的最小值是d_1

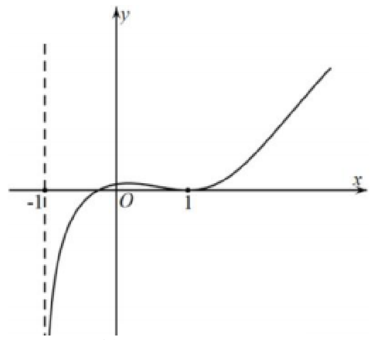
10.如图为函数$y=\ln(ax^3+bx^2+cx+d)(a,b,c,d\in \boldsymbol{R})$的部分图像，则（ ▲ ）

A. $b<c<a<d$

B. $b<a<c<d$

C. $c<b<a<d$

D. $c<b<d<a$



（第 10 题图）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分.

11. 设等比数列$\{a_n\}$的前n项和是S_n，$a_1=1$，$a_3=9$，则$S_4=$__▲__.

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases} x+\dfrac{2}{x}, x>1 \\ 2^{-x}+2, x\le 1 \end{cases}$，则$f(-1)=$__▲__，$f(x)$的最小值是__▲__.

13. 已知多项式$(x-2)^3(x+3)^2=x^5+a_1x^4+a_2x^3+a_3x^2+a_4x+a_5$，则$a_4=$__▲__，$a_5=$__▲__.

14. 在△ABC中，内角A、B、C所对的边分别为a、b、c，$\angle A=60°$，若△ABC是锐角三角形，则$\dfrac{a}{b}$的取值范围是__▲__；若$a=\sqrt{7}$，$b=2$，则$\tan C=$__▲__.

15. 若x,y满足约束条件$|2x+y|+|x+2y|\le 3$，则该平面区域表示的面积是__▲__.

16. 已知四面体有四个顶点和六条边。现给四面体各顶点随机涂上红、黄、蓝、绿四种颜色中的一种，若同一条边的两个顶点颜色相同，则这条边会被点亮。设X为四面体的亮边数，则$P(X=2)=$__▲__，$E(X)=$__▲__.

17.已知正四面体$ABCD$的棱长为 2，E、F分别是AD、BC的中点，点P在平面ABC上运动。当直线EF与直线DP夹角恒为θ时，P在平面ABC上的轨迹为抛物线，此时$|AP|$的最小值是__▲__.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. （本题满分 14 分）

已知$a\in \boldsymbol{R}$，函数$f(x)=\sin(x+a)\cos x, x\in R$.

（I）求$f(x)$的对称中心；

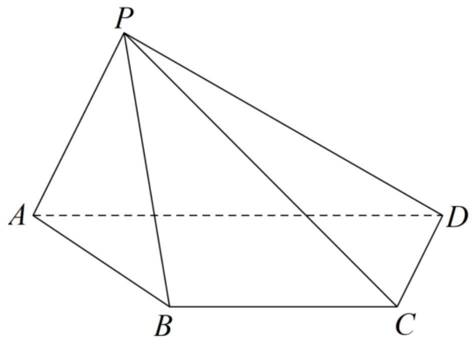
（II）若$a=\dfrac{\pi}{6}$，函数$y=f(x)+b$在$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$上恰有一个零点，求b的取值范围.

19．（本题满分 15 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AP\perp PD$， $AB=PB=1$， $AD//BC$， $AD=2BC$.

（I）证明： $AP\perp$平面 PCD；

（II）若 $BC=CD=1$，点 P 在底面 $ABCD$ 上的射影位于直线 BD 上，求直线 PC 与平面 PAD 所成角的大小.



（第 19 题图）

20．（本题满分 15 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，并满足 $a_2=2$， $S_n=\dfrac{n(a_n+1)}{2}$， $n\in \boldsymbol{N}^+$.

（I）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（II）记数列 $\{\dfrac{1}{S_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n，证明： $T_1+T_2+\cdots+T_{2^n-1}\le 2^{n+1}-n-2$.

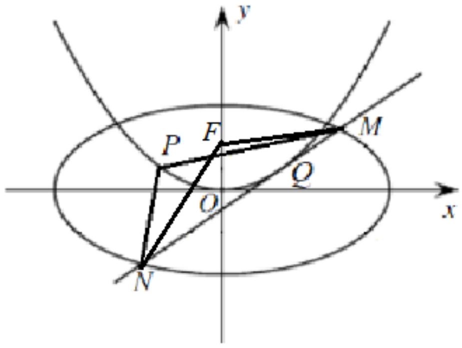
21.（本题满分 15 分）

如图，已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$和抛物线$C_2:x^2=2py(p>0)$，点F为抛物线C_2的焦点，

点Q为抛物线C_2上的动点，过Q作抛物线C_2的切线l与椭圆C_1交于M,N不同的两点。

（I）若$p=2\sqrt{3}$，求直线l斜率的取值范围；

（II）若在抛物线C_2上存在点P，使得原点O是ΔPMN的重心，求ΔFMN面积的最大值及此时p的值.



（第 21 题图）

22.（本题满分 15 分）

已知$a,b\in\boldsymbol{R}$，函数$f(x)=\ln^2 x+ax^2+bx(x>0)$.

（I）若$a=0$，$b>0$，证明：$f(x)\ge b\ln x+b$.

（II）若存在实数a，使得$f(x)$有三个不同的极值点r,s,t，其中$r<s<t$.

（i）求b的取值范围；

（ii）证明：$f(s)>-\dfrac{5}{4}$.

参考答案及评分标准

一、选择题:本题考查基本知识和基本运算。每小题 4 分，满分 40 分。

1. D	**2.** A	**3.** D	**4.** C	**5.** A
6. B	**7.** B	**8.** C	**9.** C	**10.** A

二、填空题:本题考查基本知识和基本运算。多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，满分 36 分。

11. 40 或 -20 **12.** 4；$\dfrac{5}{2}$ **13.** 60；-72 **14.** $(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3})$；$3\sqrt{3}$

15. 6 **16.** $\dfrac{9}{64}$；$\dfrac{3}{2}$ **17.** $\sqrt{3}$ （区间开闭不作要求，漏解不得分）

三、解答题:本大题共 5 小题，共 74 分。

18. 本题主要考查三角函数及其恒等变换等知识，同时考查运算求解能力。满分 14 分。

（I）由 $\sin(x+a)=\sin x\cos a+\cos x\sin a$ 得

$$f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x\cos a+\frac{1+\cos 2x}{2}\sin a$$ **2 分**

$$=\frac{1}{2}\sin(2x+a)+\frac{1}{2}\sin a$$ **4 分**

由正弦函数性质得

$$2x+a=k\pi,k\in Z$$

解得

$$x=\frac{k\pi-a}{2},k\in Z\,.$$

所以 $f(x)$ 的对称中心是 $(\dfrac{k\pi-a}{2},0)$. **6 分**

（II）由题意得

$$f(x)=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{4}$$ **8 分**

故函数 y 在 $[0,\dfrac{\pi}{6})$ 上单调递增，在 $(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递减. **10 分**

而 $f(0)=\dfrac{1}{2}$， $f(\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{3}{4}$， $f(\dfrac{\pi}{2})=0$，由题意得

$$b\in(-\frac{1}{2},0]\cup\{-\frac{3}{4}\}$$

故 b 的取值范围是 $(-\dfrac{1}{2},0]\cup\{-\dfrac{3}{4}\}$. **14 分**（每个部分各 **2** 分，开闭错误扣 **1** 分）

19. 本题主要考查空间点、线、面位置关系，直线与平面所成的角等基础知识，同时考查空间想象能力和运算求解能力。满分 15 分。

（I）取 AD 中点 E，连接 BE，PE. 取 BE 中点 F，连接 AF，PF.

由 $AD=2BC$ 及 $AP\perp PD$ 知 $AB=AE=PB=PE$.

又 F 是 BE 中点，故 $BE\perp AF$ ， $BE\perp PF$. 于是 $BE\perp$ 平面 PAF **2 分**

故 $BE \perp AP$．易知四边形 $BCDE$ 是平行四边形，由此得 $BE // CD$，故 $AP \perp CD$．　　**4 分**

再结合 $AP \perp PD$ 得 $AP \perp$ 平面 PCD.　　**6 分**

（II）

由 $BC = CD = 1$ 知四边形 $ABCD$ 是底角为 $60°$ 的等腰梯形.

由 $AP \perp CD$ 知 P 在底面 $ABCD$ 内的射影位于直线 AC 上.　　**9 分(表达出类似即可)**

又 P 在底面 $ABCD$ 内的射影位于直线 BD 上，则其射影恰好位于 AC 和 BD 的交点位置，记为点 Q.

用等体积法求解直线 PC 与平面 PAD 所成角的大小：

（出现等体积公式 11 分）

计算得 $BQ = CQ = \frac{\sqrt{3}}{3}$， $PQ = \sqrt{1^2 - (\frac{\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $V_{P-ACD} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

计算得 $AP = PD = \sqrt{(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2 + (\frac{\sqrt{6}}{3})^2} = \sqrt{2}$，则 $S_{\Delta PAD} = \frac{1}{2} AP \cdot PD = 1$.

于是点 C 到平面 PAD 的距离 $l = \frac{3V_{P-ACD}}{S_{\Delta PAD}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$　　**13 分**

又因为 $PC \perp AP$， $AC = \sqrt{3}$，所以 $PC = 1$.故所求角的大小为 $45°$.　　**15 分**

20. 本题主要考查等差数列、数列求和、数学归纳法等基础知识，同时考查逻辑思维能力和运算求解能力。满分 15 分。

（I）由 $S_n = \frac{n(a_n + 1)}{2}$ 得

$$a_1 = 1.$$　　**1 分**

$n \geq 3$ 时，由 $a_n = S_n - S_{n-1}$ 得

$$(n-2)a_n - (n-1)a_{n-1} + 1 = 0.$$　　**3 分**

方法一：

由 $a_{n-1} = S_{n-1} - S_{n-2}$ 得

$$(n-3)a_{n-1} - (n-2)a_{n-2} + 1 = 0.$$

而 $n \geq 3$，与 $(n-2)a_n - (n-1)a_{n-1} + 1 = 0$ 联立得：

$$a_n - a_{n-1} = a_{n-1} - a_{n-2} = \cdots = a_2 - a_1 = 1.$$　　**5 分**

因此

$$a_n = n, n \in N^+.$$　　**7 分**

方法二：

等式两边同除以$(n-1)(n-2)$得

$$\frac{a_n-1}{n-1}=\frac{a_{n-1}-1}{n-2}(n\geq 3).$$

故

$$\frac{a_n-1}{n-1}=\frac{a_{n-1}-1}{n-2}=\cdots=a_2-1=1.$$ **5 分**

因此

$$a_n=n,n\in N^+.$$ **7 分**

（II）由$\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{2}{n}-\dfrac{2}{n+1}$得

$$T_n=\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}=2-\frac{2}{n+1}$$ **9 分**

我们用数学归纳法证明

（1）当$n=1$时，$T_1=1$，不等式成立； **10 分**

（2）假设$n=k\ (k\in \boldsymbol{N}^+)$时不等式成立，即

$$T_1+T_2+\cdots+T_{2^k-1}\leq 2^{k+1}-k-2.$$

那么，当$n=k+1$时，有

$$T_{2^k}+T_{2^k+1}+\cdots+T_{2^{k+1}-1}=2\cdot 2^k-(\frac{2}{2^k+1}+\frac{2}{2^k+2}\cdots+\frac{2}{2^{k+1}})$$

$$\leq 2^{k+1}-(\frac{2}{2^{k+1}}+\frac{2}{2^{k+1}}\cdots+\frac{2}{2^{k+1}})=2^{k+1}-1.$$ **13 分**

所以

$$T_1+T_2+\cdots+T_{2^{k+1}-1}\leq(2^{k+1}-k-2)+(2^{k+1}-1)=2^{k+2}-(k+1)-2.$$ **15 分**

即当$n=k+1$时，不等式也成立.

根据（1）和（2），不等式$T_1+T_2+\cdots+T_{2^n-1}\leq 2^{n+1}-n-2$对任意$n\in \boldsymbol{N}^+$成立.

21．本题主要考查椭圆、抛物线的几何性质，直线与椭圆、抛物线的位置关系等基础知识，同时考查运算求解能力和综合应用能力。满分 15 分。

方法一：(I) 设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，直线$l:y=kx+b$.

将直线l的方程代入抛物线$C_2:x^2=2py$得

$$x^2-2pkx-2pb=0.$$

由题意得$\Delta=0$，即

$$pk^2+2b=0.$$ **2 分**

将直线l的方程代入椭圆$C_1:\frac{x^2}{2}+y^2=1$得

$$(1+2k^2)x^2+4kbx+2b^2-2=0.$$

由题意得$\Delta>0$，即

$$2k^2+1>b^2. \qquad \textbf{4 分}$$

把$p=2\sqrt{3}$及$pk^2+2b=0$代入得

$$3k^4-2k^2-1<0.$$

解得

$$-1<k<1. \qquad \textbf{6 分}$$

所以直线l斜率的取值范围是$(-1,1)$.

（II）设$P(x_3,y_3)$，由（I）得

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{4kb}{1+2k^2} \\ x_1x_2=\dfrac{2b^2-2}{1+2k^2} \end{cases} \qquad \textbf{8 分}$$

由$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=0,\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=0$得

$$x_3=\frac{4kb}{1+2k^2}，\quad y_3=-k(x_1+x_2)-2b=-\frac{2b}{1+2k^2}.$$

由${x_3}^2=2py_3$，得

$$2k^4=1+2k^2 \quad （或k^2=\frac{1+\sqrt{3}}{2}）. \qquad \textbf{10 分}$$

故

$$|MN|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=2\sqrt{2}\sqrt{1+k^2}\,\frac{\sqrt{1+2k^2-b^2}}{1+2k^2}.$$

点F到直线MN的距离$d=\dfrac{|\frac{p}{2}-b|}{\sqrt{1+k^2}}$，所以

$$S_{\Delta FMN}=\frac{1}{2}|MN|\cdot d=\sqrt{2}\,\frac{|\frac{p}{2}-b|\sqrt{1+2k^2-b^2}}{1+2k^2}.$$ **11 分（出现面积公式即可得分）**

由$b=-\frac{p}{2}k^2$及$2k^4=1+2k^2$得

$$S_{\Delta FMN}=\sqrt{2}(1+k^2)\frac{\sqrt{2p^2-\frac{p^4}{4}}}{4k^2}\le\sqrt{2}\frac{1+k^2}{2k^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$ **13 分**

当$p=2$时取等. **15 分**

所以ΔFMN面积的最大值是$\frac{\sqrt{6}}{2}$，此时$p=2$.

方法二：（I）设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$Q(x_0,\frac{x_0{}^2}{2p})$，由题意得

$$l:y=\frac{x_0}{p}x-\frac{x_0{}^2}{2p}.$$ **2 分**

将直线l的方程代入椭圆$C_1:\frac{x^2}{2}+y^2=1$得

$$(p^2+2x_0{}^2)x^2-2x_0{}^3x+\frac{x_0{}^4}{2}-2p^2=0.$$

由题意得$\Delta>0$，即

$$\frac{x_0{}^4}{4}-2x_0{}^2<p^2=12.$$ **4 分**

解得

$$-2\sqrt{3}<x_0<2\sqrt{3}.$$

所以直线l斜率的取值范围是$(-1,1)$. **6 分**

（II）设$P(x_3,y_3)$，由（I）得

$$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2x_0{}^3}{p^2+2x_0{}^2}\\ x_1x_2=\dfrac{\frac{x_0{}^4}{2}-2p^2}{p^2+2x_0{}^2}\end{cases}$$ **8 分**

由$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=0,\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=0$得

$$x_3=\frac{2x_0{}^3}{p^2+2x_0{}^2}，\quad y_3=\frac{px_0{}^2}{p^2+2x_0{}^2}.$$

由 $x_3^{\ 2}=2py_3$，得

$$2x_0^{\ 4}-2p^2x_0^{\ 2}-p^4=0 \quad （或 x_0^{\ 2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}p^2 或 p^2=(\sqrt{3}-1)x_0^{\ 2}）.$$ **10 分**

故

$$|MN|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|.$$

点 F 到直线 MN 的距离 $d=\dfrac{\left|\dfrac{p}{2}+\dfrac{x_0^{\ 2}}{2p}\right|}{\sqrt{1+k^2}}$，所以

$$S_{\Delta FMN}=\frac{1}{2}|MN|\cdot d=\frac{|p^2+x_0^{\ 2}|\sqrt{2p^2+4x_0^{\ 2}-\dfrac{x_0^{\ 4}}{2}}}{2(p^2+2x_0^{\ 2})}.$$ **11 分（出现面积公式即可得分）**

设 $k=\dfrac{x_0}{p}$，则 $2k^4=1+2k^2$。后续同方法一。

所以 ΔFMN 面积的最大值是 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，此时 $p=2$． **15 分（每个答案各 2 分）**

22. 本题主要函数的单调性，导数的运算及其应用，同时考查逻辑思维能力和综合应用能力。满分 15 分。

（I）令 $g(x)=f(x)-b\ln x-b, x>0$，则

$$g'(x)=\frac{2\ln x+bx-b}{x}.$$ **2 分**

所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. 故

$$g(x)\ge g(1)=0.$$ **4 分**

即

$$f(x)\ge b\ln x+b.$$

（另法： $f(x)\ge bx\ge b\ln x+b$，后半部分要有证明）

（II）

（i） $f'(x)=2\dfrac{\ln x}{x}+2ax+b$. 令 $h(x)=2\dfrac{\ln x}{x}+2ax$.由题意知，

$h(x)$ 有两个不同的极值点，即 $h'(x)=2(\dfrac{1-\ln x}{x^2}+a)$ 有两个不同的零点 x_1,x_2 . **5 分**

$$h''(x)=2\frac{2\ln x-3}{x^3}.$$

所以$h'(x)$在$(0,e^{\frac{3}{2}})$上单调递增，在$(e^{\frac{3}{2}},+\infty)$上单调递减. **6 分**

而当$x\to+\infty$时，$\dfrac{1-\ln x}{x^2}\to 0$且$\dfrac{1-\ln x}{x^2}<0$，故

$$x_1\in(e,e^{\frac{3}{2}}),x_2\in(e^{\frac{3}{2}},+\infty).$$ **7 分**

把$\dfrac{\ln x_1-1}{x_1^{\ 2}}=\dfrac{\ln x_2-1}{x_2^{\ 2}}=a$代入$h(x_1),h(x_2)$得

$$\begin{cases}h(x_1)=2\dfrac{2\ln x_1-1}{x_1}\\ h(x_2)=2\dfrac{2\ln x_2-1}{x_2}\end{cases}.$$ **8 分**

而$h(x)$在$(0,x_1)$和$(x_2,+\infty)$上单调递增，在(x_1,x_2)上单调递减，故

$$b\in(-h(x_1),-h(x_2)).$$

由a的存在性及$x_1\in(e,e^{\frac{3}{2}}),x_2\in(e^{\frac{3}{2}},+\infty)$得

$$-4e^{-\frac{3}{2}}<b<0.$$ **10 分（每端各 1 分）**

所以b的取值范围是$(-4e^{-\frac{3}{2}},0)$.

（ii）由题意得$f'(s)=0$，即

$$b=-2\frac{\ln s}{s}-2as,s\in(x_1,x_2).$$

把$b=-2\dfrac{\ln s}{s}-2as$代入$f(s)$得

$$f(s)=\ln^2 s-2\ln s-as^2.$$ **11 分**

令$F(x)=\ln^2 x-2\ln x-ax^2,x\in(x_1,x_2)$.

$$F'(x)=2\frac{\ln x-1-ax^2}{x}.$$

由（i）中$\dfrac{\ln x_1-1}{x_1^{\ 2}}=\dfrac{\ln x_2-1}{x_2^{\ 2}}=a$得

$$F'(x_1)=F'(x_2)=0.$$ **12 分**

令$G(x)=\ln x-1-ax^2$，此时$G(x_1)=G(x_2)=0$,$G'(x)=\dfrac{1-2ax^2}{x}$.

故 $G(x)$ 在 (x_1, x_2) 上先递增后递减，则 $x \in (x_1, x_2)$ 时 $F'(x) > 0$， $F(s) > F(x_1)$． **13 分**

由（i）中 $\dfrac{\ln x_1 - 1}{x_1^{\ 2}} = a$ 及 $x_1 \in (e, e^{\frac{3}{2}})$ 得

$$F(x_1) = \ln x_1 - 3\ln x_1 + 1 > -\frac{5}{4}.$$ **15 分**

所以 $f(s) = F(s) > -\dfrac{5}{4}$．