



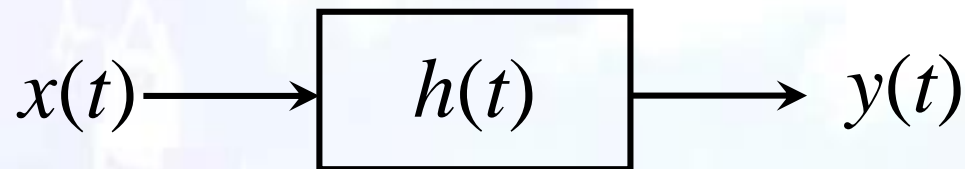
4 数字滤波器及其结构



4.1 数字滤波器原理

4.1 数字滤波器原理

模拟滤波器



$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau$$

$$Y(j\Omega) = H(j\Omega)X(j\Omega)$$

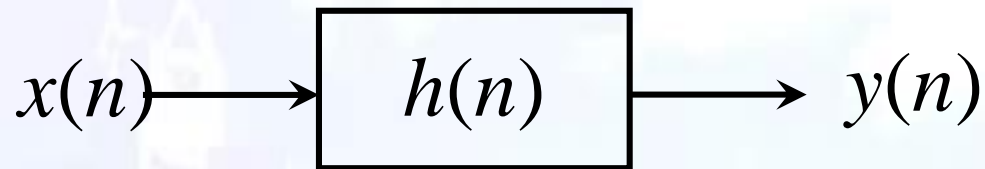
时域：系统冲激响应对信号进行卷积

频域：对信号频谱进行加工， $H(j\Omega)$

$$H(j\Omega) = H(s) \Big|_{s=j\Omega}$$

4.1 数字滤波器原理

数字滤波器



$$y(n) = \sum_{-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) \cdot X(e^{j\omega})$$

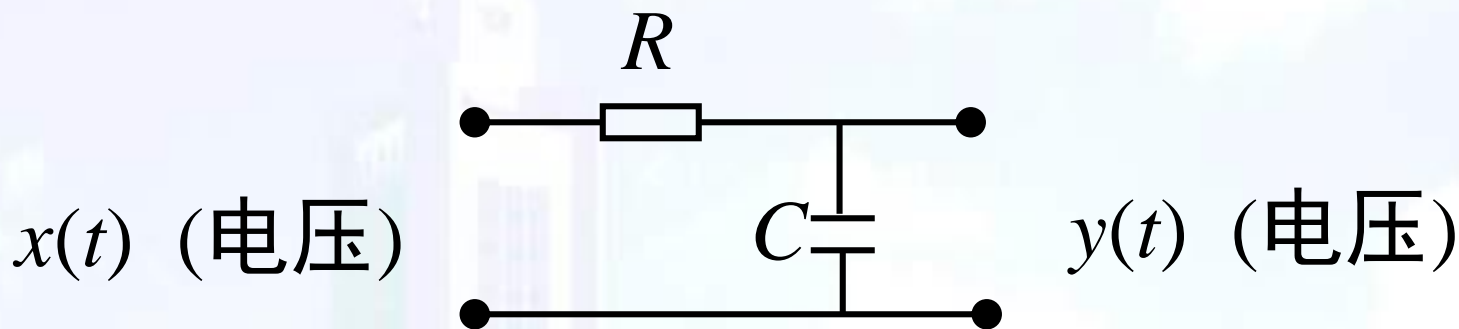
时域：系统单位取样响应与信号序列卷积

频域：对信号频谱进行加工， $H(e^{j\omega})$

$$H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}}$$

4.1 数字滤波器原理

例： RC 电路



系统函数

$$H(S) = \frac{\frac{1}{RC}}{S + \frac{1}{RC}}$$

4.1 数字滤波器原理

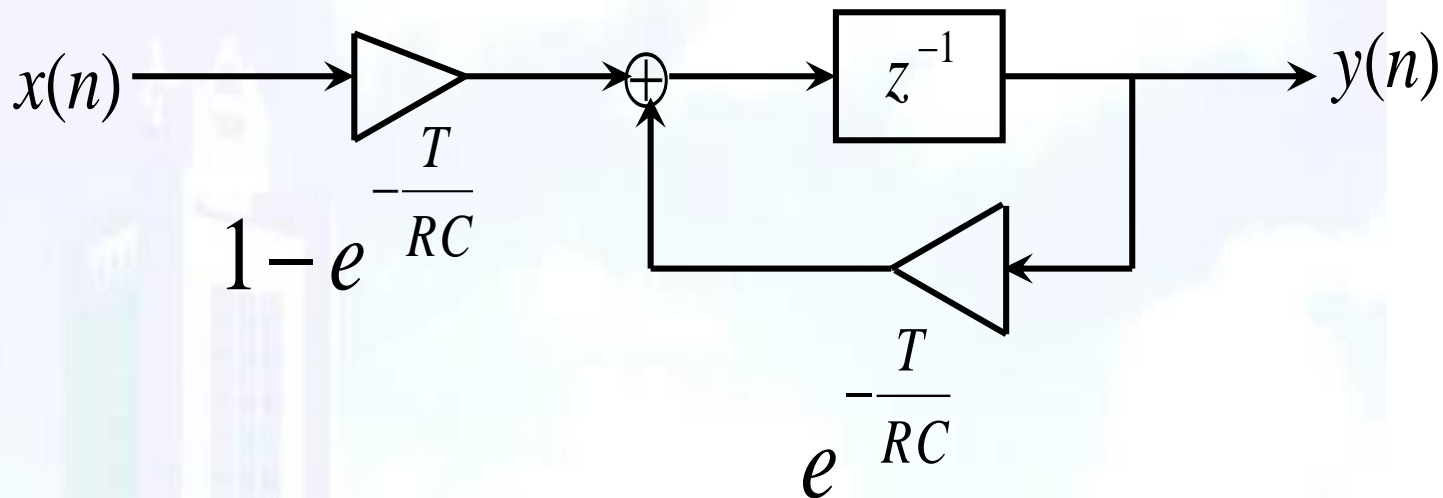
具有同样性质的数字滤波器，

$$H(z) = \frac{(1 - e^{-\frac{T}{RC}})z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T}{RC}} \cdot z^{-1}}$$

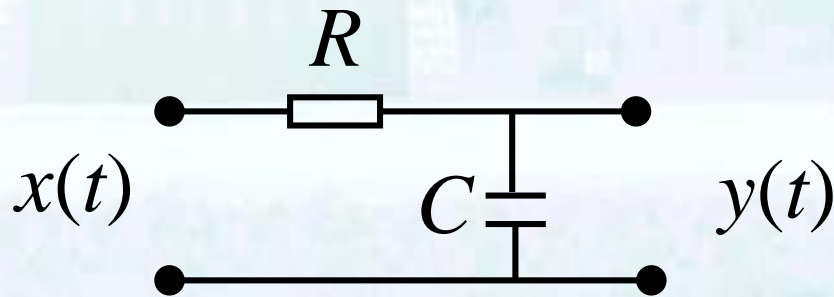
取样间隔为 T

4.1 数字滤波器原理

数字系统



模拟系统



4.1 数字滤波器原理

频率响应比较

数字系统 $H(e^{j\Omega T}) = \frac{1 - e^{-\frac{T}{RC}}}{1 - e^{-\frac{T}{RC} + j\Omega T}}$

模拟系统 $H(j\Omega) = \frac{1}{\frac{1}{RC} + j\Omega}$

4.1 数字滤波器原理

当 $T \ll RC$,

抽样时间间隔远小于电路时间常数,

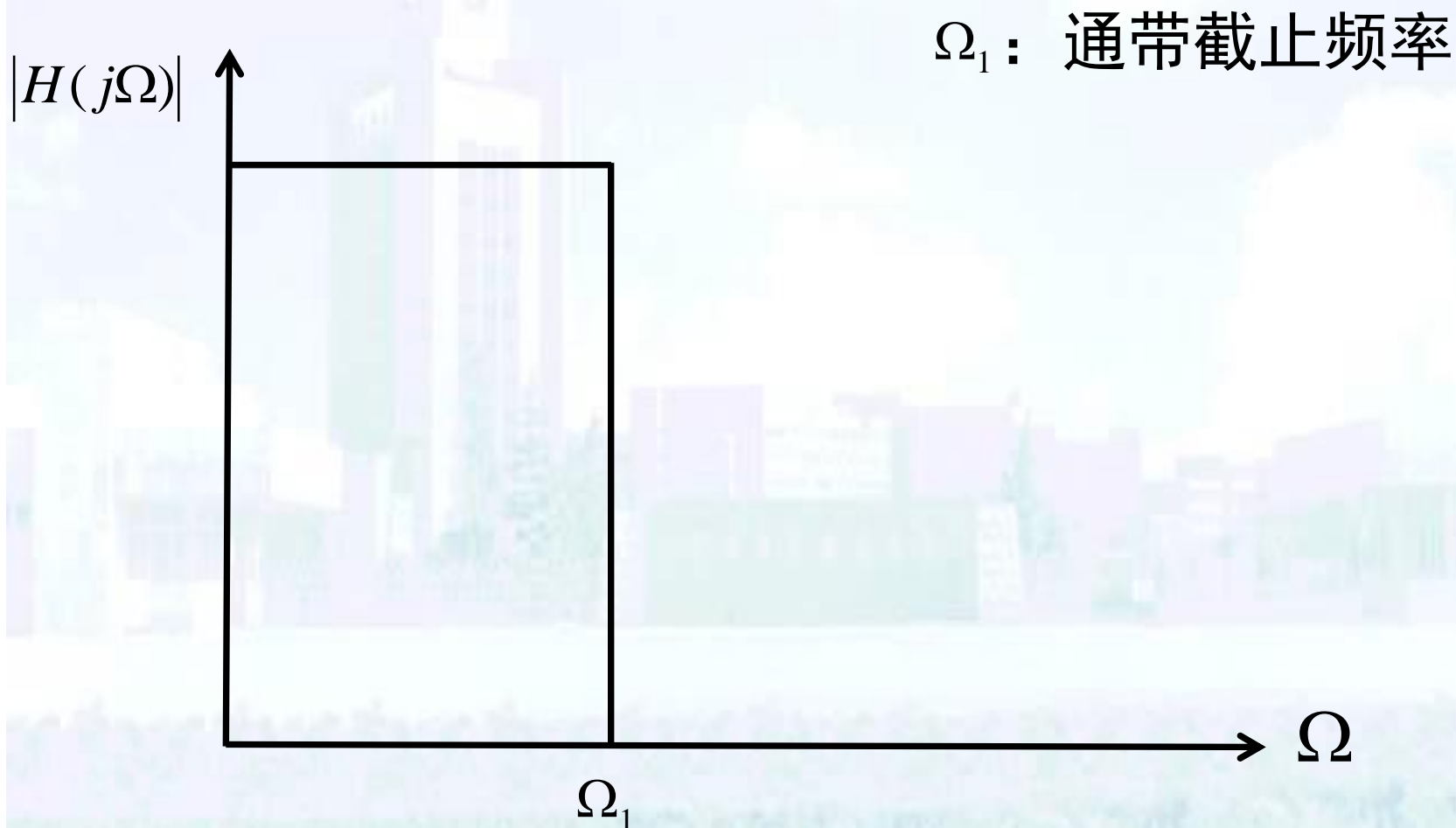
在频率低端 $\Omega \ll \frac{1}{T}$

$$H(e^{j\Omega T}) = \frac{1 - e^{-\frac{T}{RC}}}{1 - e^{-\frac{T}{RC} + j\Omega T}} \approx \frac{\frac{T}{RC}}{\frac{T}{RC} + j\Omega T}$$

$$H(e^{j\Omega T}) \approx H(j\Omega)$$

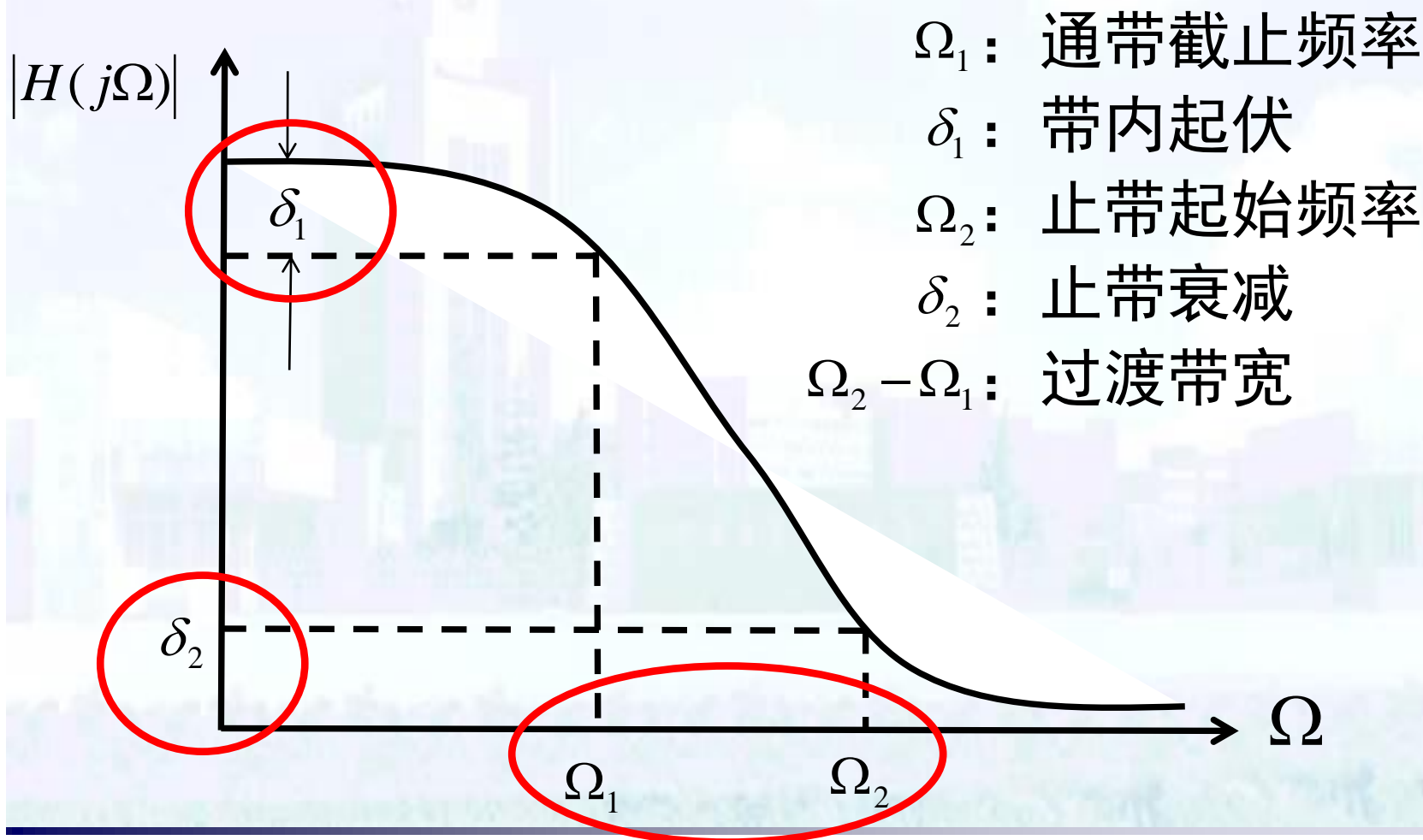
4.1 数字滤波器原理

滤波器的幅度响应：理想低通滤波器



4.1 数字滤波器原理

滤波器的幅度响应：实际低通滤波器



4.1 数字滤波器原理

数字滤波器的幅度响应原理

系统函数用零极点表达,

$$H(z) = P \cdot \frac{\prod_{r=1}^M (1 - c_r z^{-1})}{\prod_{k=1}^N (1 - d_k z^{-1})}$$

M 个零点: $c_r, r = 1, \dots, M$
 N 个极点: $d_k, k = 1, \dots, N$

幅度响应

$$\left| H(e^{j\omega}) \right| = P \cdot \frac{\prod_{r=1}^M \left| e^{j\omega} - c_r \right|}{\prod_{k=1}^N \left| e^{j\omega} - d_k \right|}$$

4.1 数字滤波器原理

Z平面上，矢量表达

频率响应点A: $e^{j\omega} = \overrightarrow{OA}$

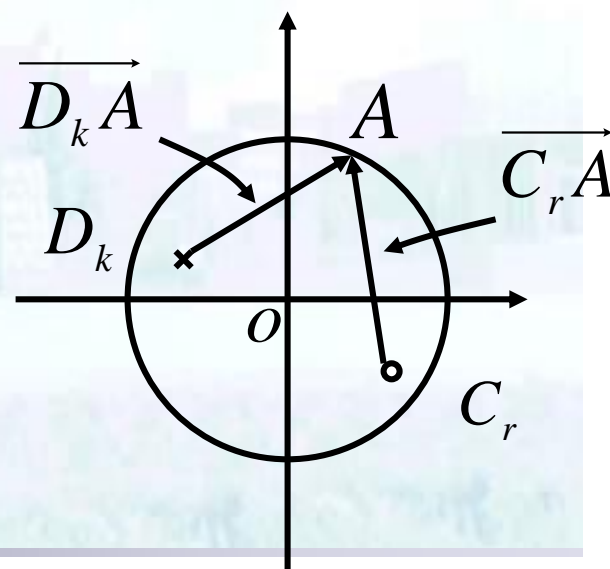
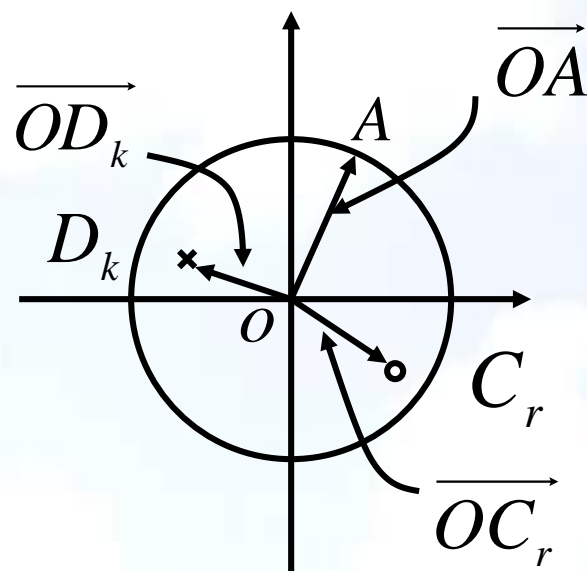
零点 c_r : $c_r = \overrightarrow{OC_r}$

极点 d_k : $d_k = \overrightarrow{OD_k}$

对应的几何关系:

$$e^{j\omega} - c_r = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC_r} = \overrightarrow{C_r A}$$

$$e^{j\omega} - d_k = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD_k} = \overrightarrow{D_k A}$$



4.1 数字滤波器原理

数字滤波器幅度响应表达：

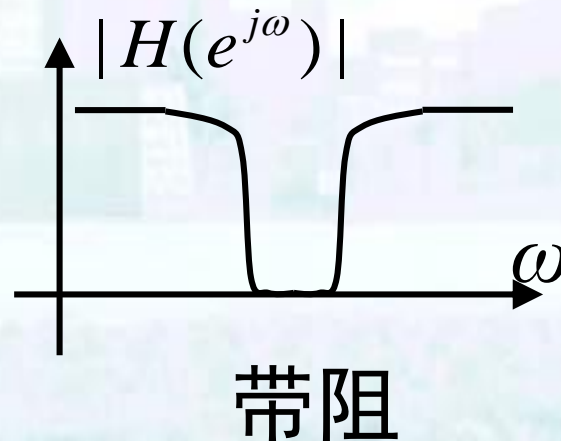
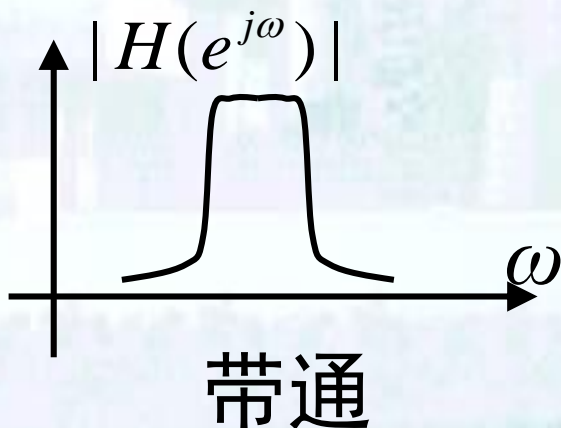
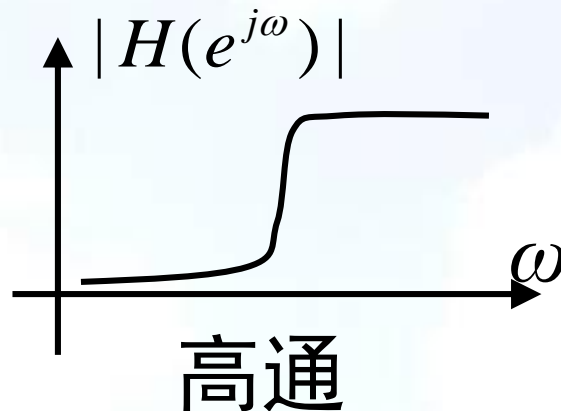
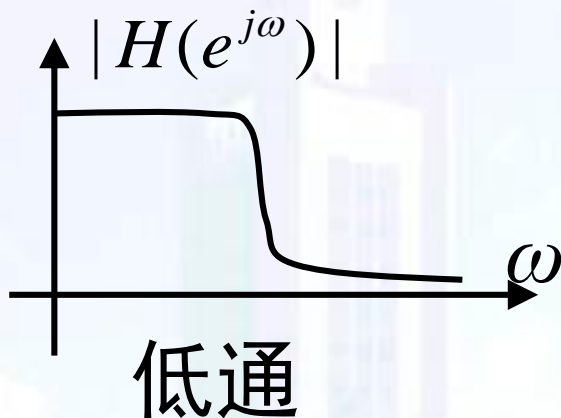
频率响应点到各零极点矢量模长的函数

$$\left| H(e^{j\omega}) \right| = P \cdot \frac{\prod_{r=1}^M \left| \overrightarrow{C_r A(\omega)} \right|}{\prod_{k=1}^N \left| \overrightarrow{D_k A(\omega)} \right|}$$

调整各有关零极点的位置，改变矢量的模长
⇒调整幅度响应

4.1 数字滤波器原理

数字滤波器的分类：1) 幅度频率响应



4.1 数字滤波器原理

数字滤波器的分类：2) 单位取样响应

无限长冲激响应（IIR）：

$$H(z) = \sum_{n=n_1}^{\infty} h(n)z^{-n} \quad h(n), \quad n=n_1, \dots, \infty$$

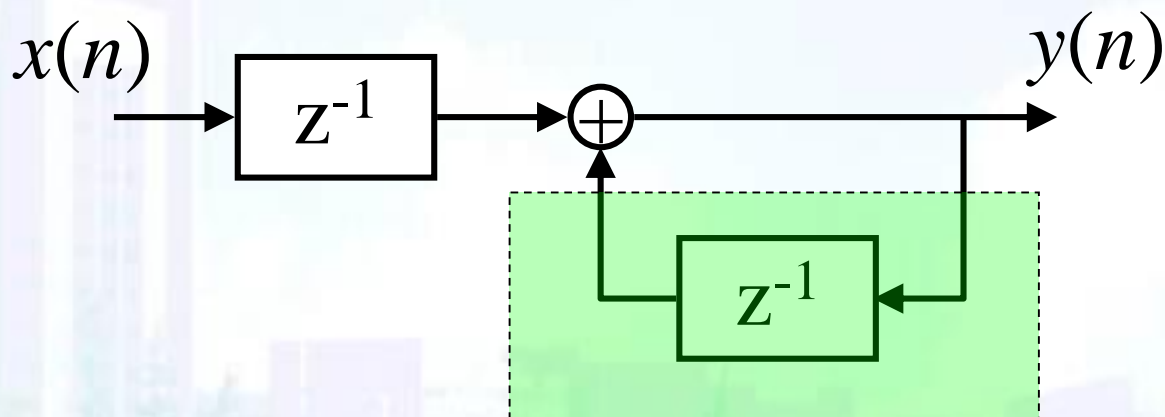
有限长冲激响应（FIR）：

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} \quad h(n), \quad n=0, \dots, N-1$$

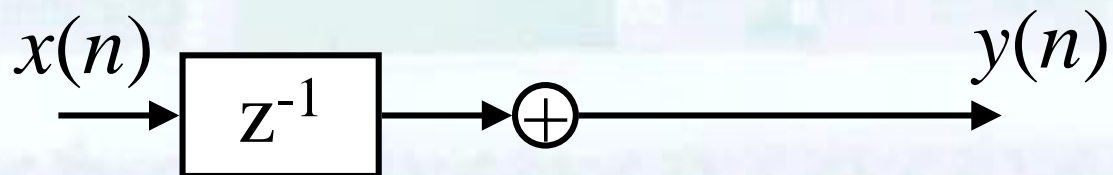
4.1 数字滤波器原理

数字滤波器的分类：3) 实现方法

递归型



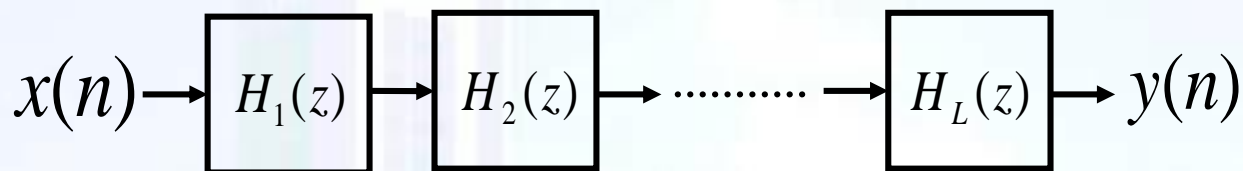
非递归型



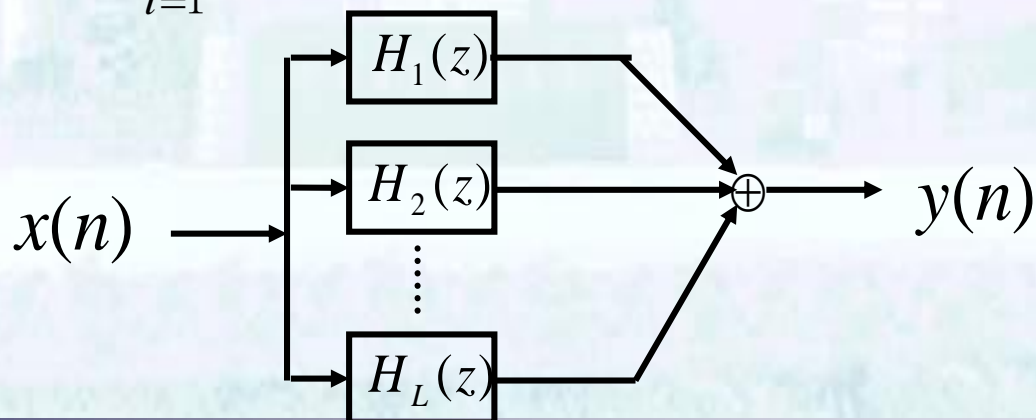
4.1 数字滤波器原理

数字滤波器的分类：3) 实现方法

级联型
$$H(z) = \prod_{i=1}^L H_i(z)$$



并联型
$$H(z) = \sum_{i=1}^L H_i(z)$$



4.1 数字滤波器原理

设计数字滤波器的两个主要步骤：

- 1) 根据所需要的频率特性确定系统函数 $H(z)$
- 2) 对于给定的 $H(z)$ ，选择系统实现结构



4.2 IIR滤波器结构

4.2 IIR滤波器结构

IIR滤波器（无限冲激响应滤波器）

$$H(z) = \sum_{n=n_1}^{\infty} h(n)z^{-n}$$

系统函数

$$H(z) = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

差分方程表达

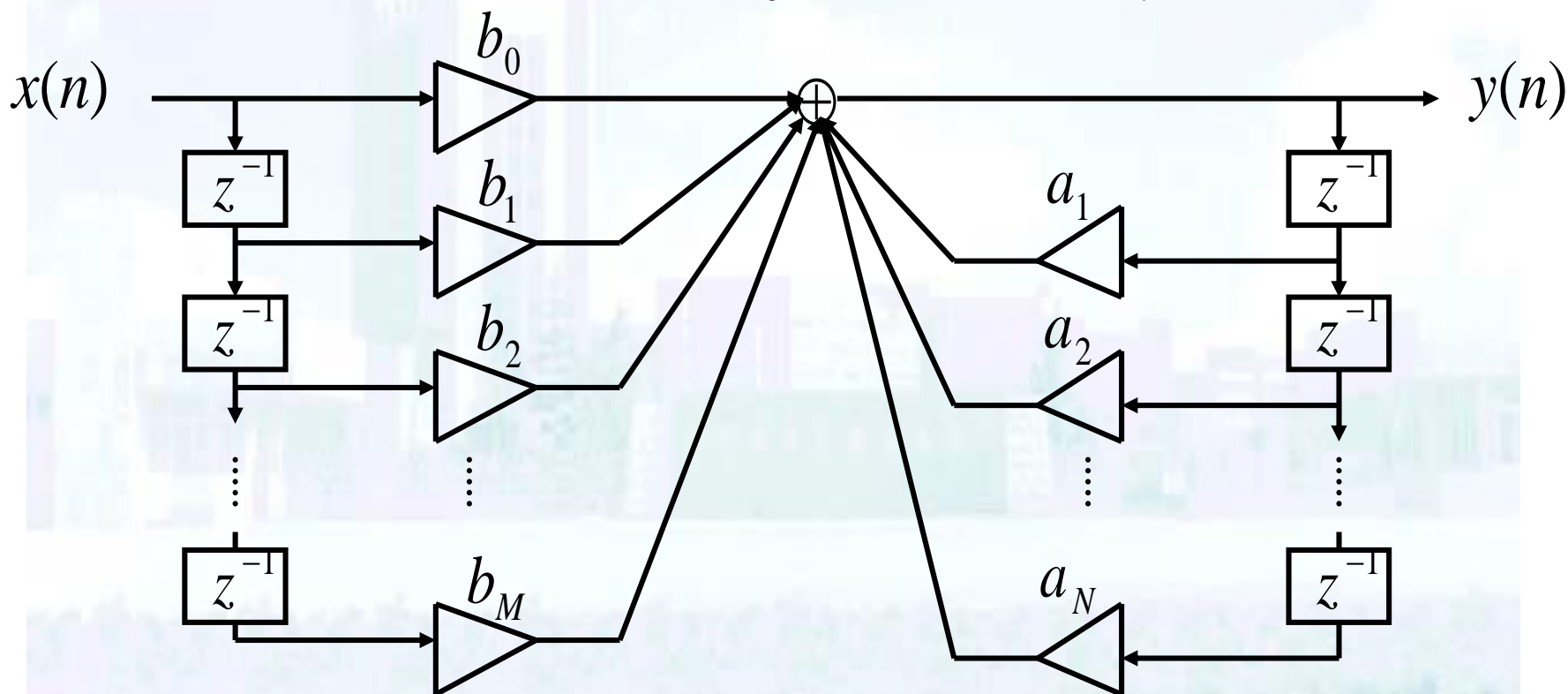
$$y(n) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k)$$

4.2 IIR滤波器结构

一、直接形式

直接I型

$$y(n) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k)$$



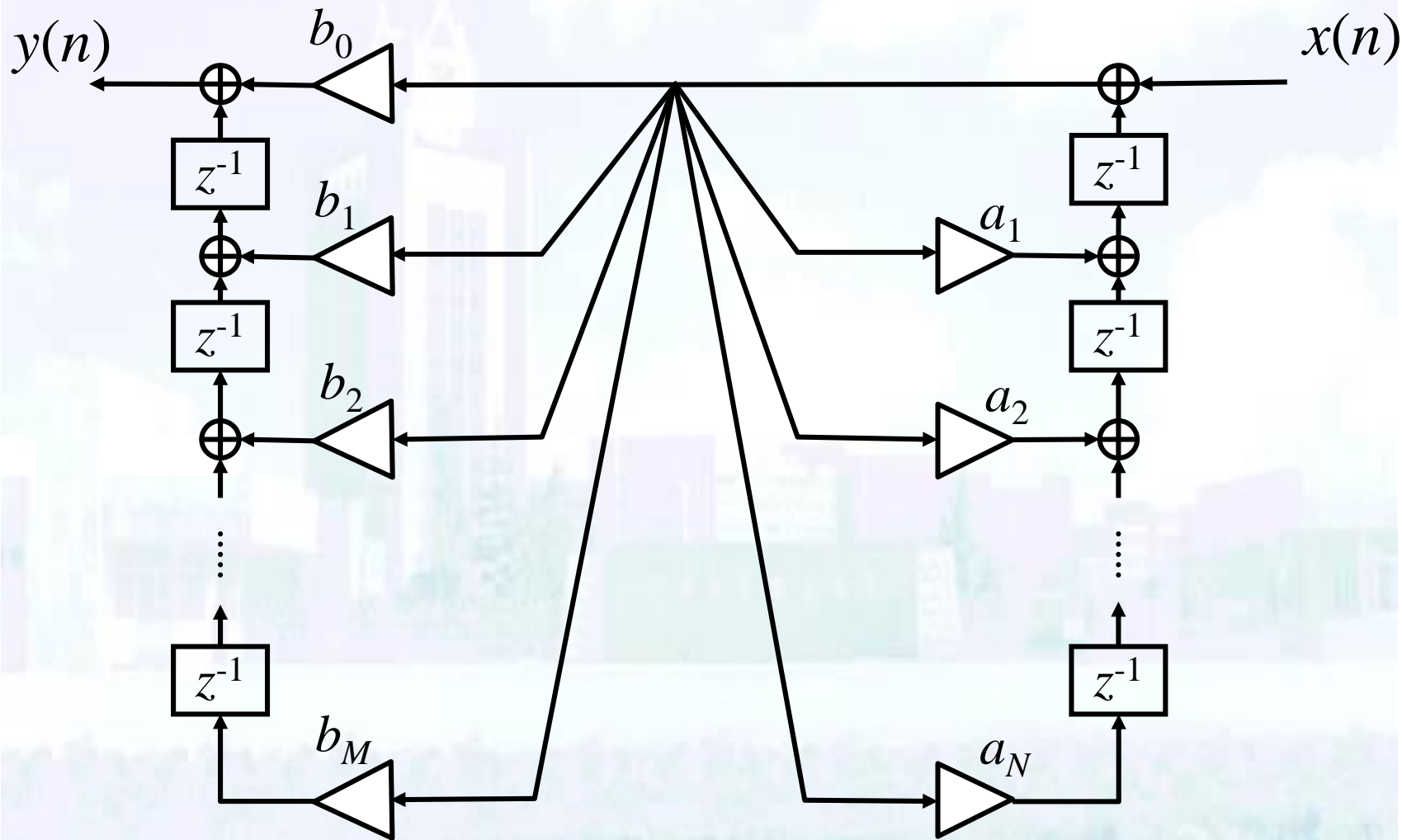
4.2 IIR滤波器结构

直接 I 型转置，系统函数不变：

- 1) 改变所有信号流向
- 2) 相加节点 \leftrightarrow 一般节点
- 3) 输入 \leftrightarrow 输出

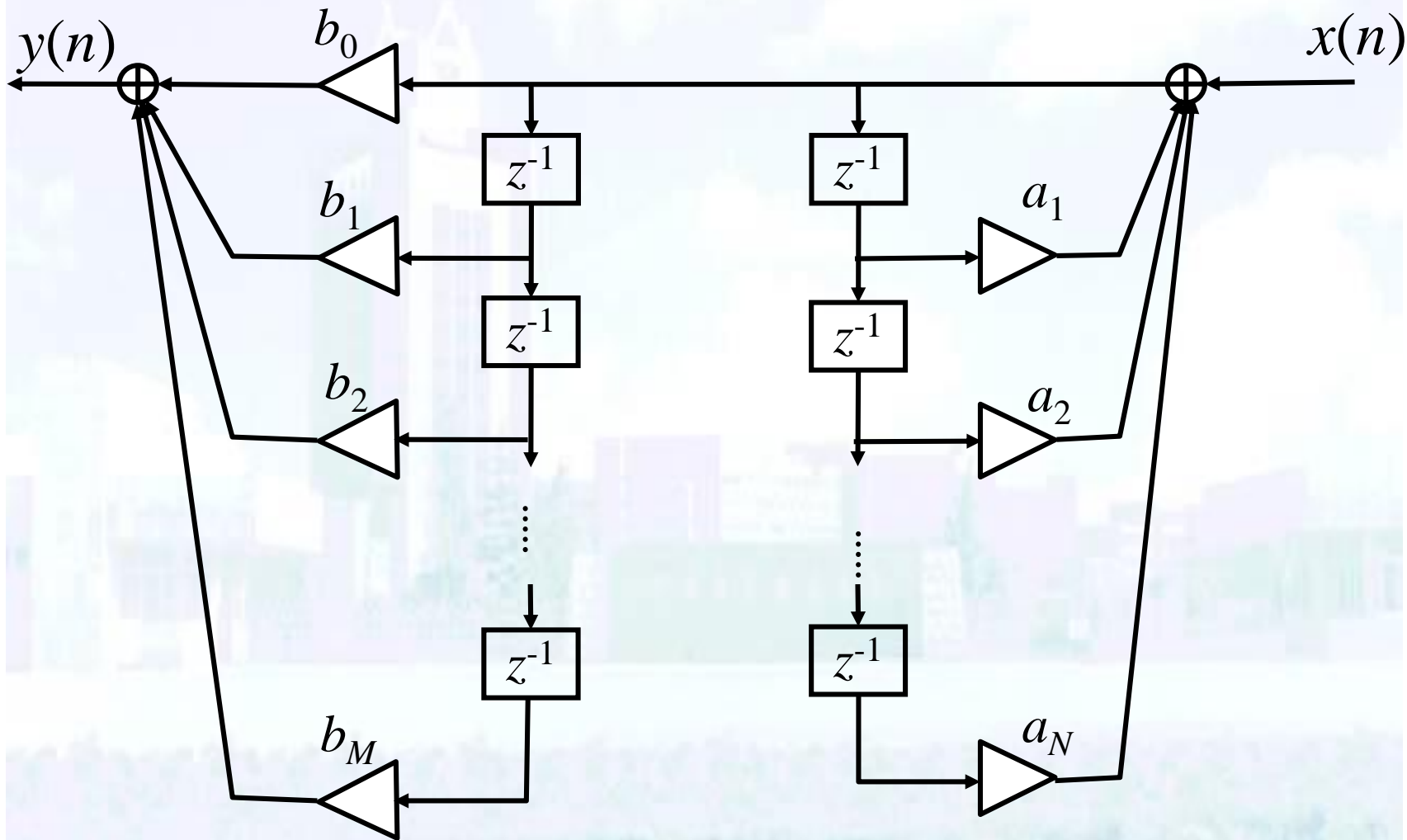
4.2 IIR滤波器结构

一、直接形式



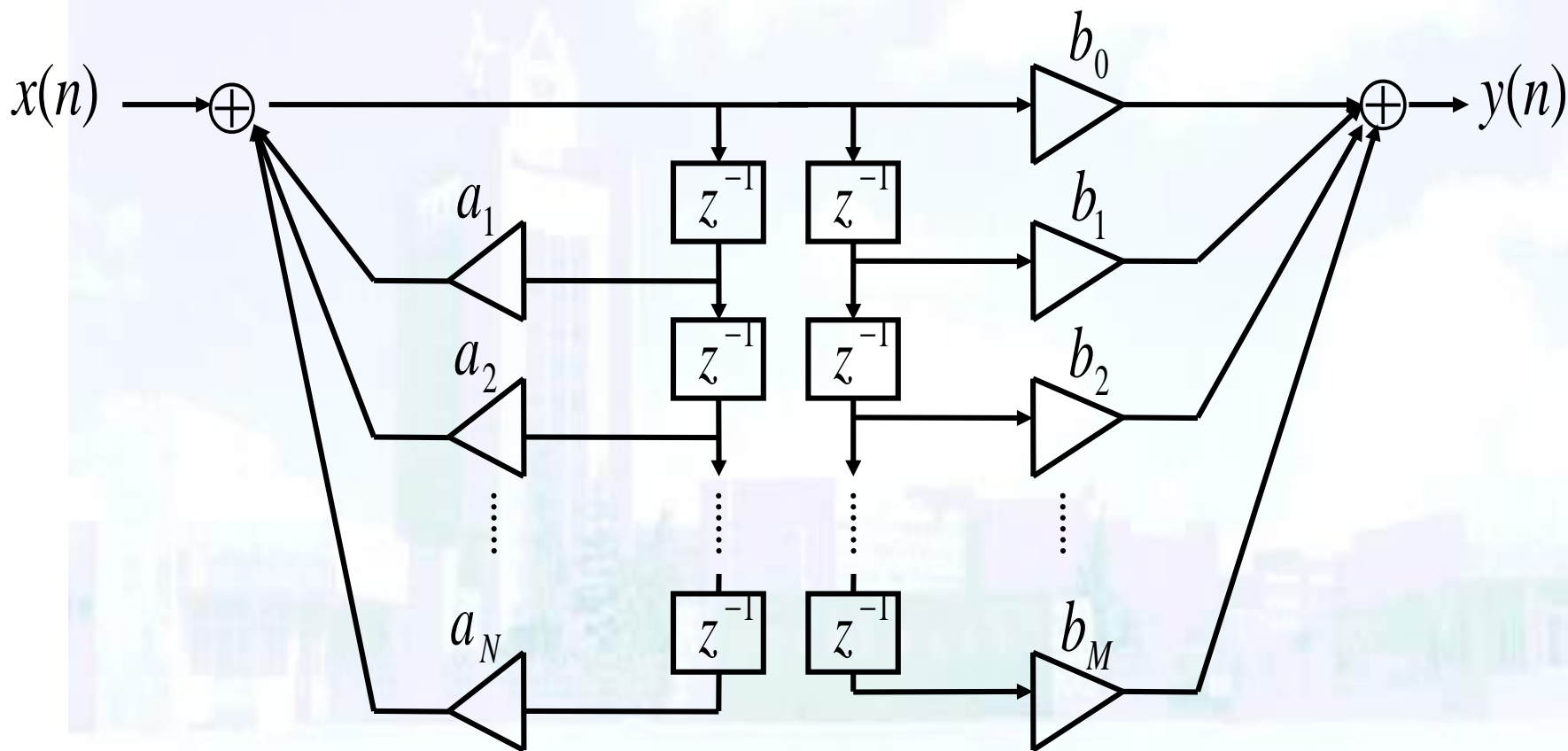
4.2 IIR滤波器结构

一、直接形式



4.2 IIR滤波器结构

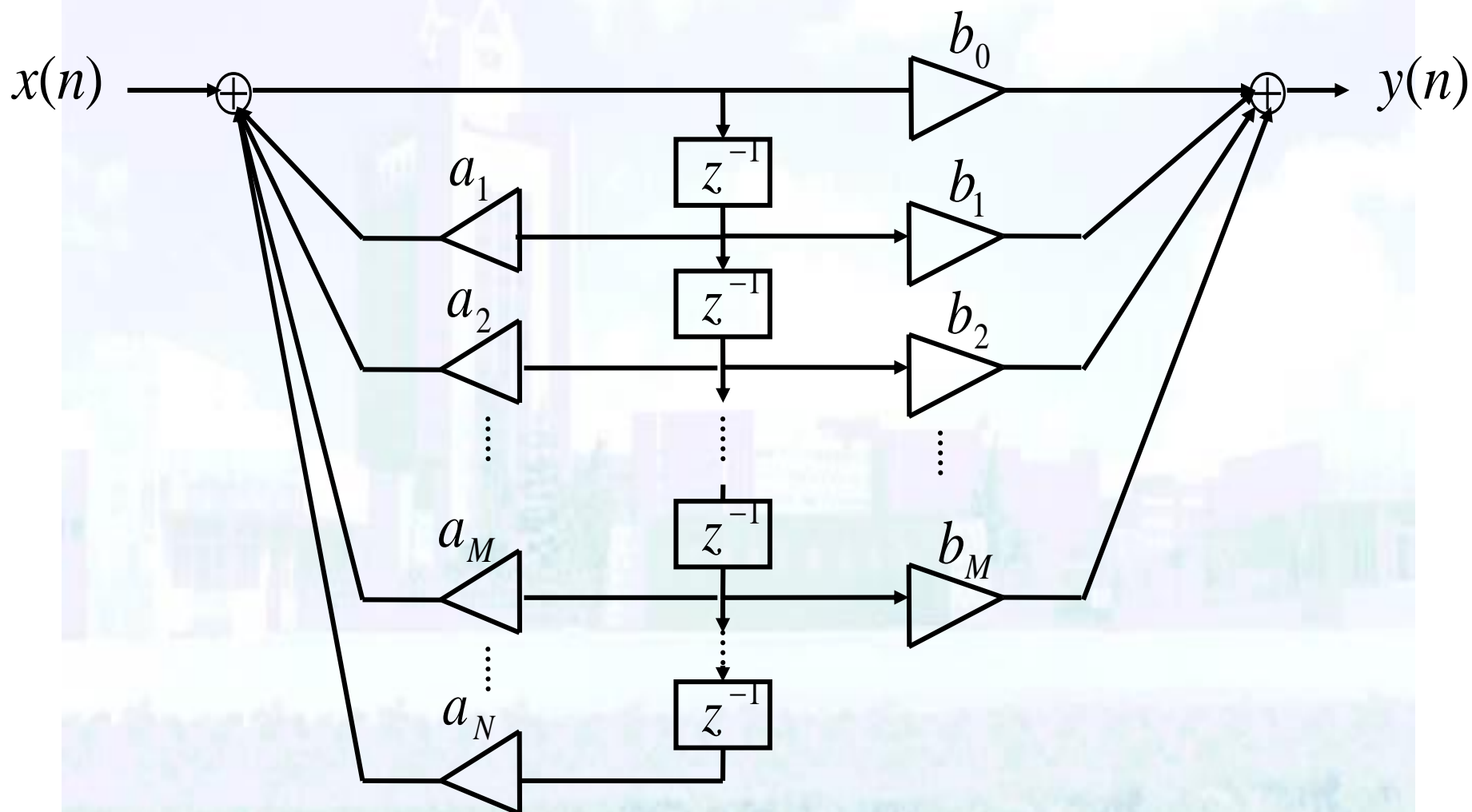
等价形式



共用延迟单元 \Rightarrow 直接 II 型

4.2 IIR滤波器结构

直接 II 型

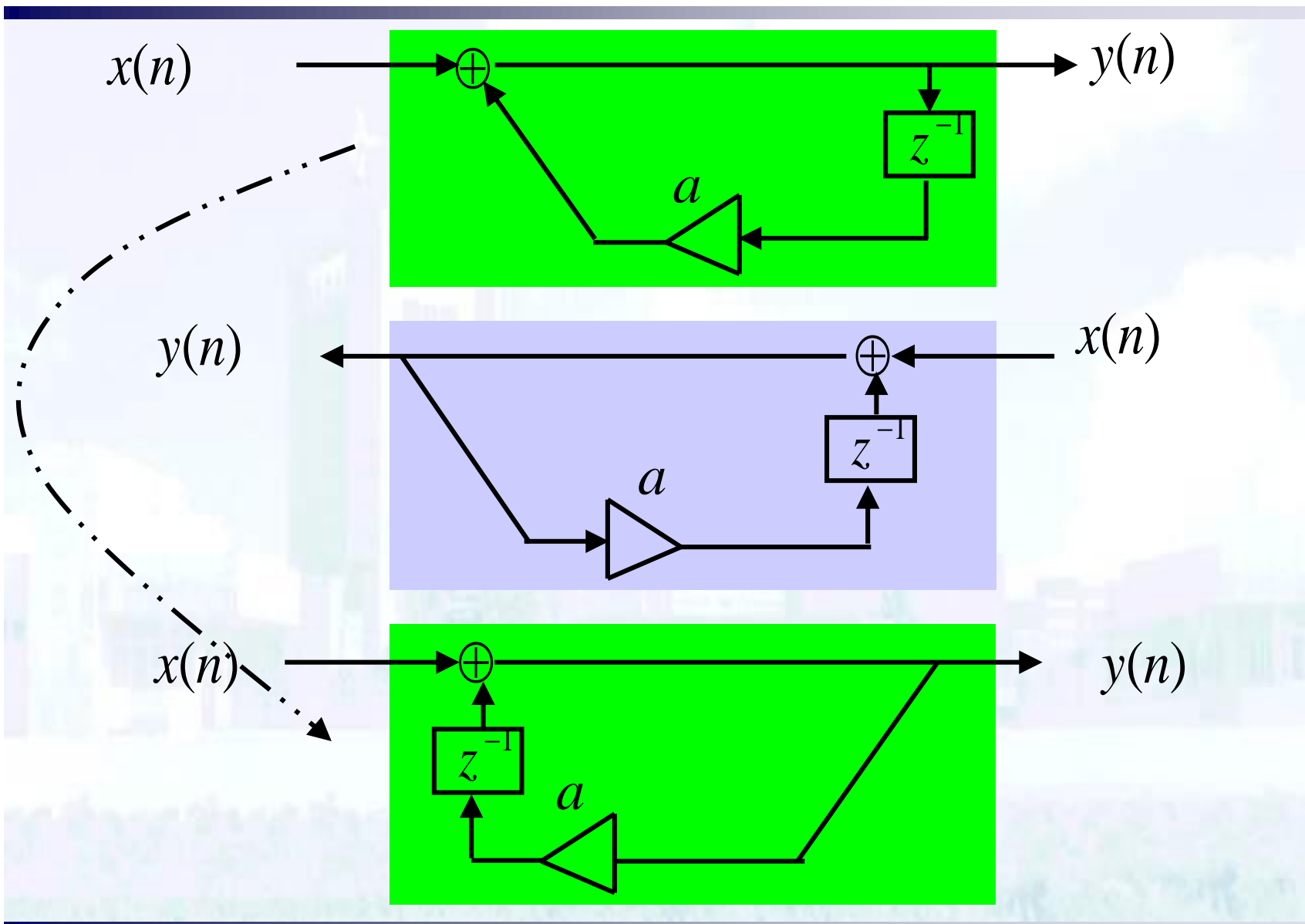


以两个一阶系统为例说明转置的等价性

例1：一阶系统

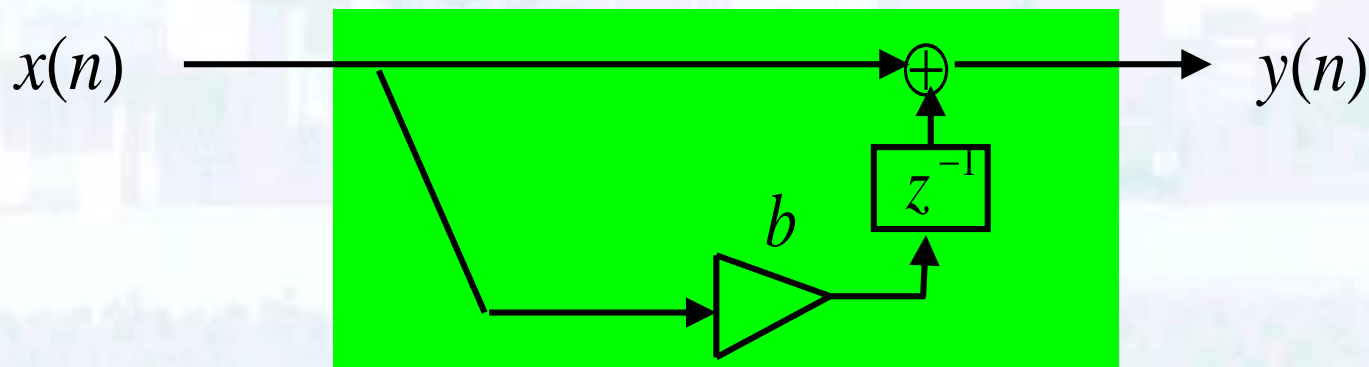
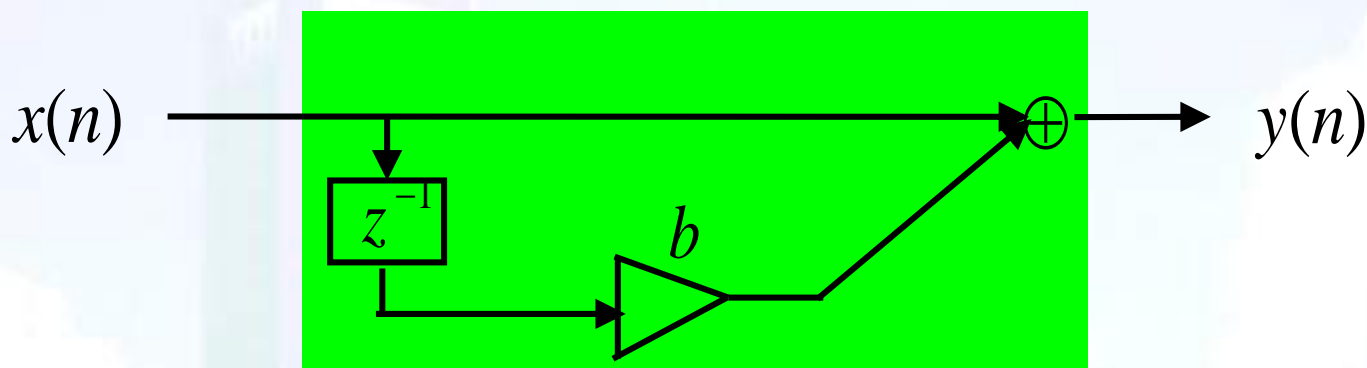
$$H(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}}$$

4.2 IIR滤波器结构



4.2 IIR滤波器结构

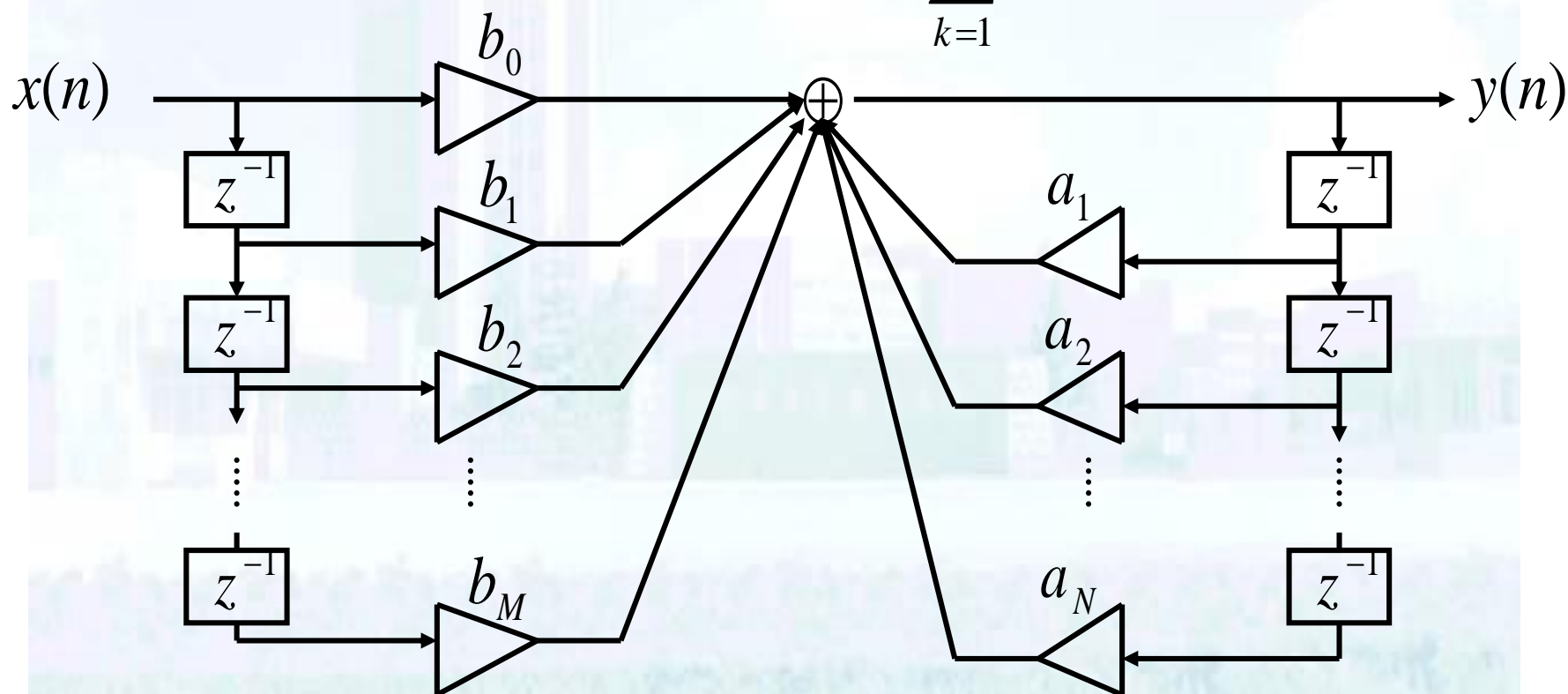
例2：一阶系统 $H(z) = 1 + bz^{-1}$



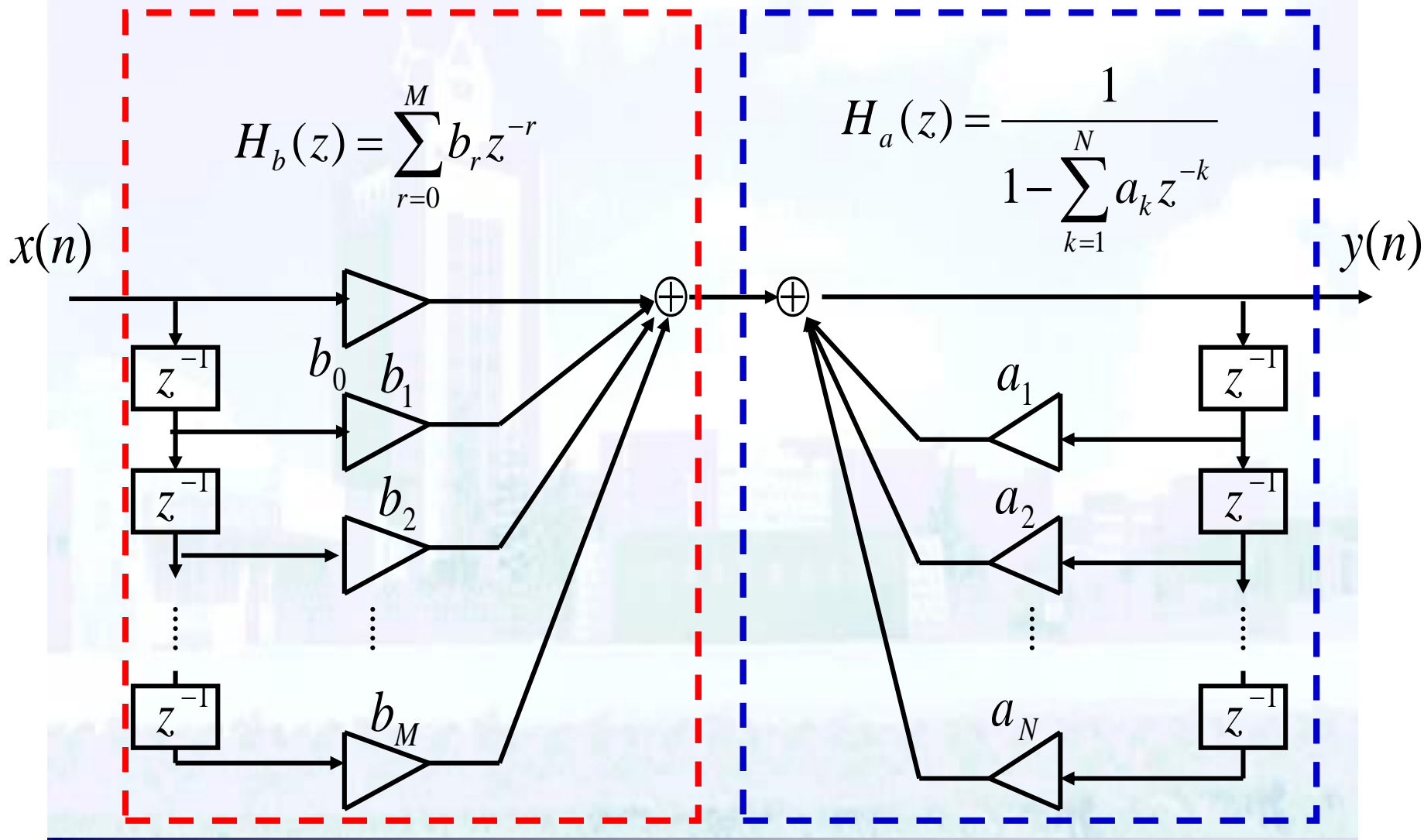
4.2 IIR滤波器结构

变形的另一种理解

$$Y(z) = H(z) X(z), \quad H(z) = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = H_a(z) \cdot H_b(z)$$

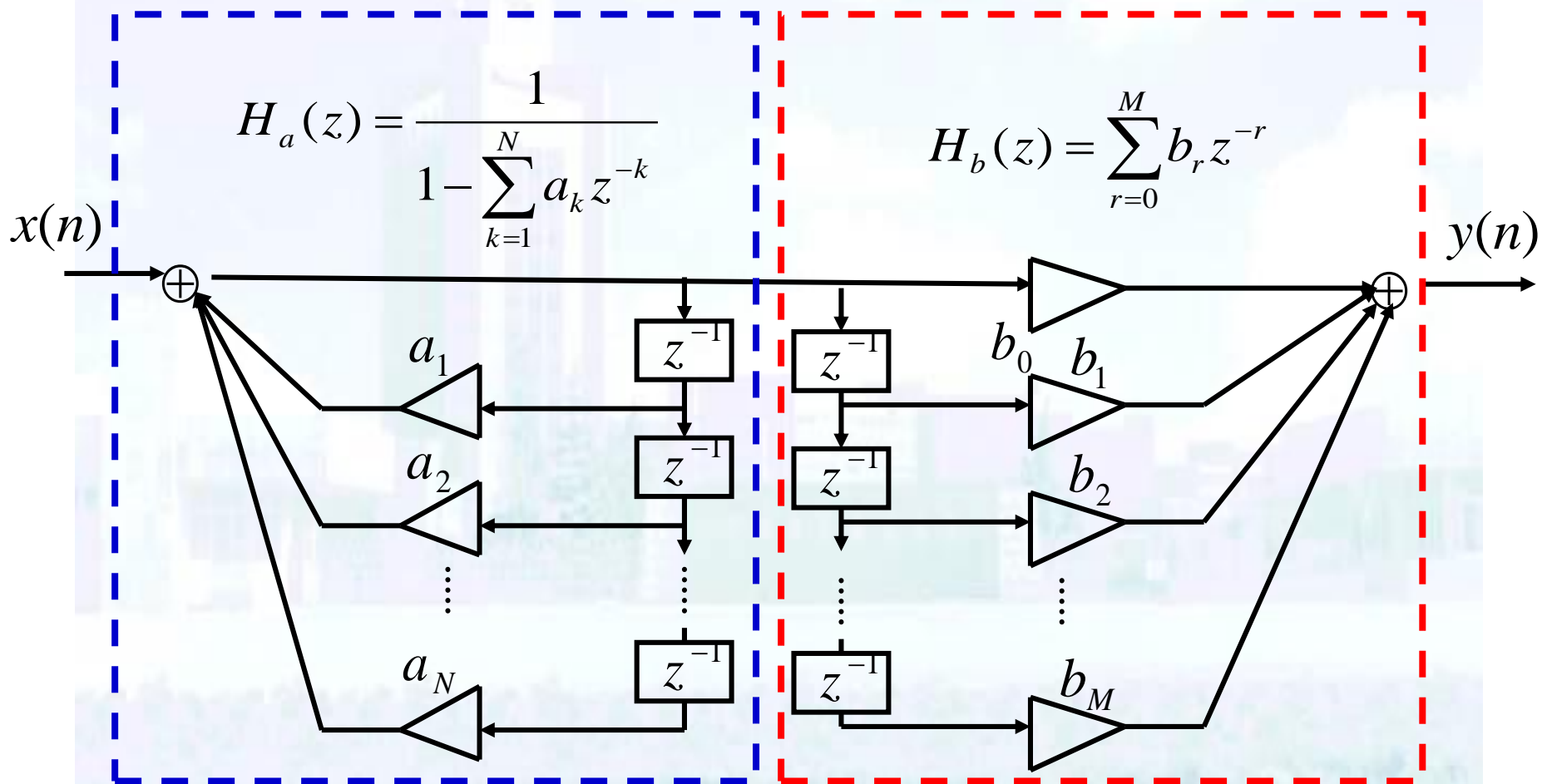


4.2 IIR滤波器结构



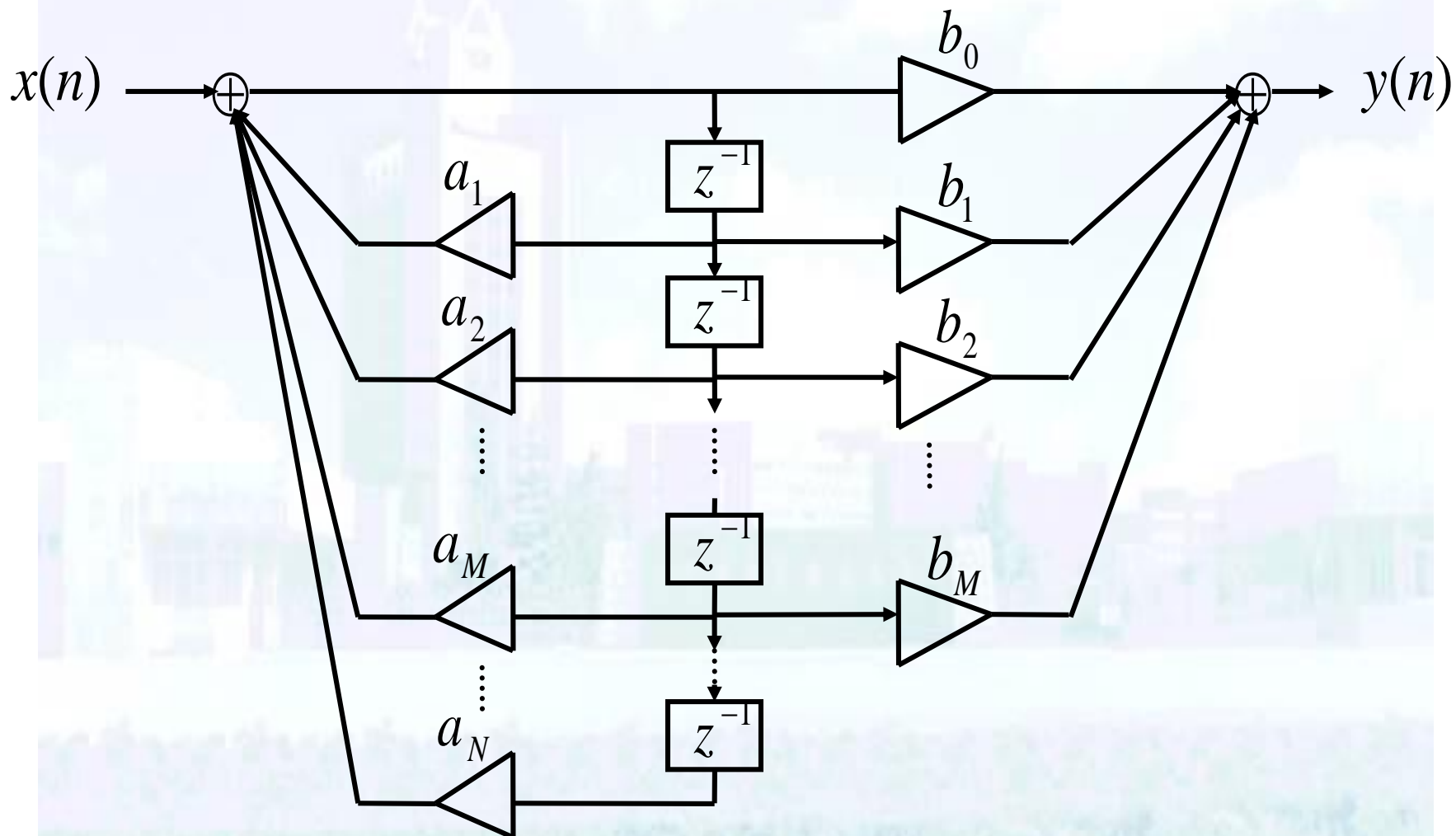
4.2 IIR滤波器结构

$$H_a(z) \cdot H_b(z) = H_b(z) \cdot H_a(z)$$



4.2 IIR滤波器结构

直接 II 型



4.2 IIR滤波器结构

直接形式特点：

- 1) 直观，所需的延迟单元较少（直接 II 型）
- 2) 系数的精度要求高，极、零点分布对此敏感
- 3) 通过系数对滤波器的控制不直接，调整不便

4.2 IIR滤波器结构

二、级联形式

系统函数 $H(z)$ 表达为子系统的级联,

$$H(z) = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = A \cdot \prod_{i=1}^L H_i(z)$$

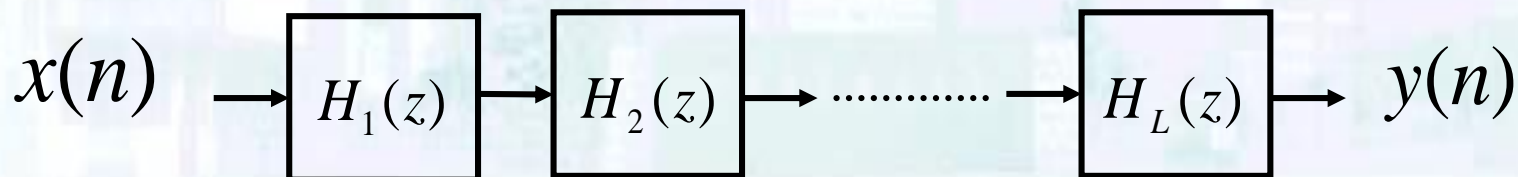
A 为归一化常数。

若 $N \geq M$, 取 $L = \left\lceil \frac{N+1}{2} \right\rceil$

4.2 IIR滤波器结构

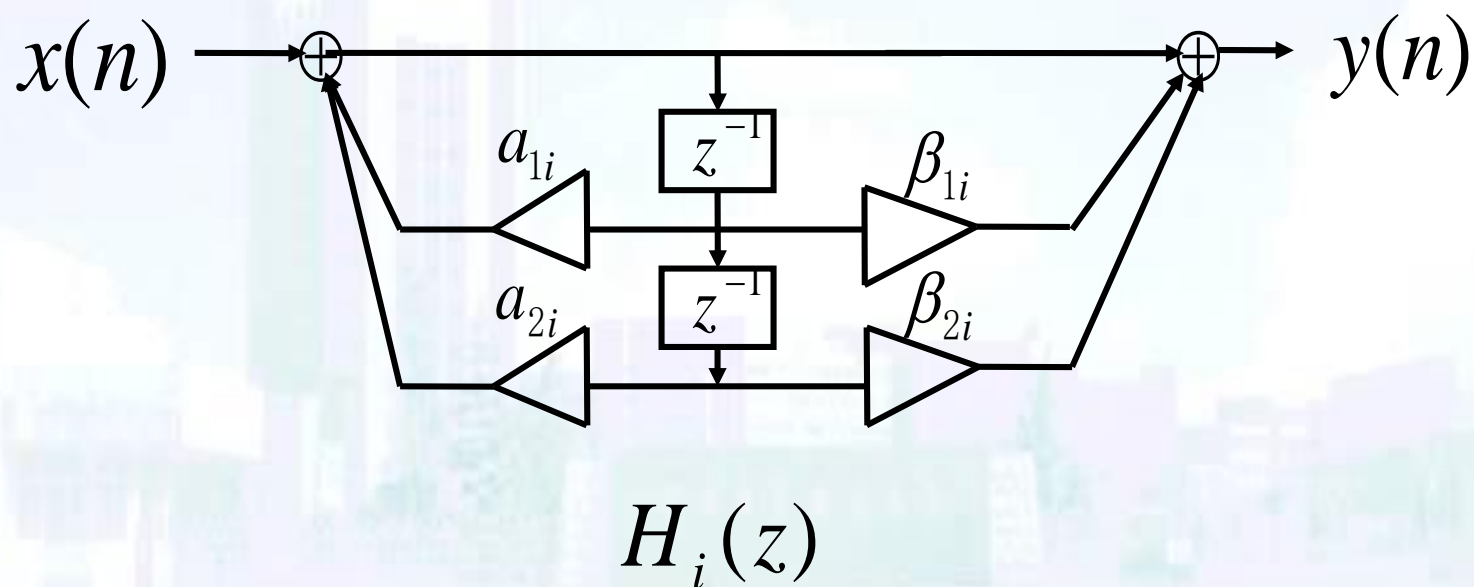
$H_i(z)$ 可以用二阶系统表示：

$$H_i(z) = \frac{1 + \beta_{1i}z^{-1} + \beta_{2i}z^{-2}}{1 - \alpha_{1i}z^{-1} - \alpha_{2i}z^{-2}}$$



4.2 IIR滤波器结构

子系统 $H_i(z)$ 可用直接II型实现:



4.2 IIR滤波器结构

- 1) 极、零点配对：位置相近的极、零点组合在同一个二阶系统内，降低对有限字长系数的敏感程度
- 2) 单独、独立地调整每一对极零点位置，不影响其它极零点
- 3) 系统完全响应的时间延长，导致处理时延增加
- 4) 前级运算误差向后传递造成误差累计

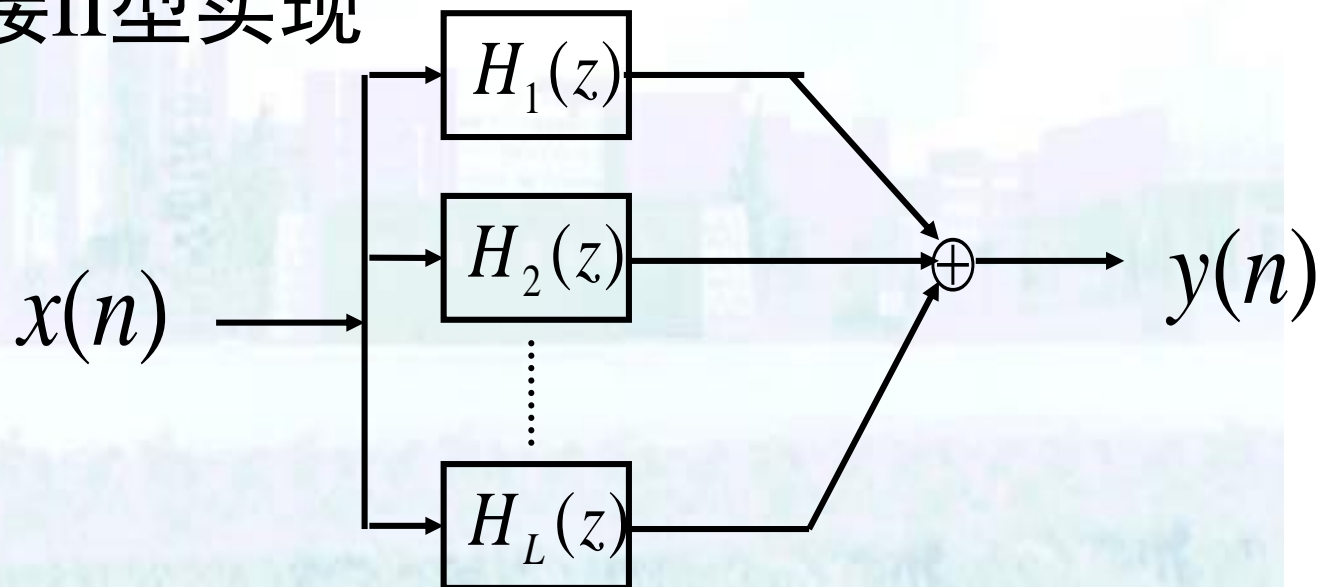
4.2 IIR滤波器结构

三、并联形式

$$H(z) = H_1(z) + H_2(z) + \dots H_L(z)$$

$$H_i(z) = \frac{\gamma_{0i} + \gamma_{1i}z^{-1}}{1 - \alpha_{1i}z^{-1} - \alpha_{2i}z^{-2}}$$

$H_i(z)$ 用直接II型实现



4.2 IIR滤波器结构

- 1) 极、零点配对：位置相近的极、零点组合在同一个二阶系统内，降低对有限字长系数的敏感程度
- 2) 仅能单独、独立地调整极点位置，不能直接调整系统的零点位置
- 3) 系统完全响应的时间较短，延迟小
- 4) 各分路误差互不影响



4.3 FIR滤波器结构

FIR滤波器（有限冲激响应滤波器）

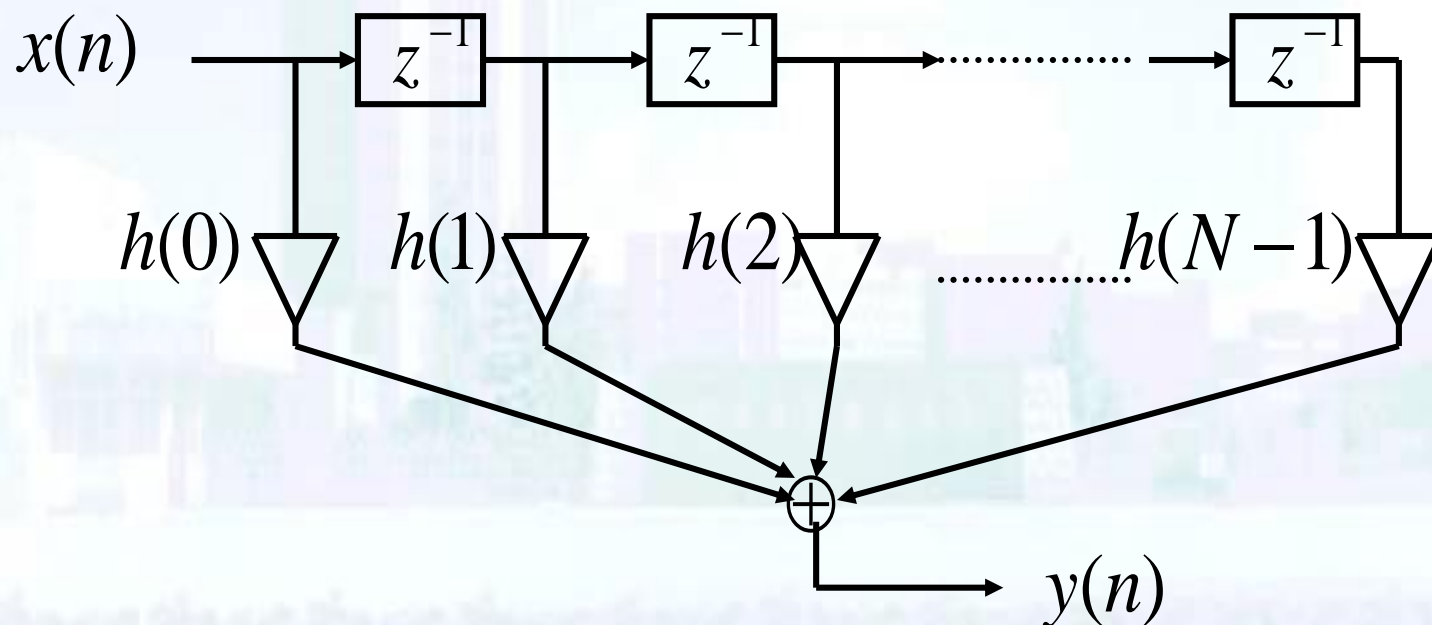
$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

极点位于 $z=0$ 处：因果，稳定
——全零点滤波器

4.3 FIR滤波器结构

一、直接形式

$$y(n] = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k]$$



抽头延迟线滤波器，横向滤波器

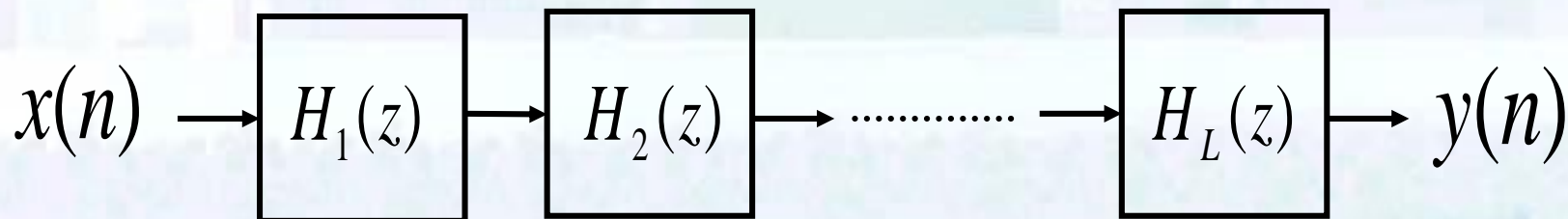
二、级联形式

$H(z)$ 用二阶因子的乘积表示,

$$H(z) = \prod_{k=1}^L (\beta_{0k} + \beta_{1k} z^{-1} + \beta_{2k} z^{-2})$$

$$= \prod_{k=1}^L H_k(z)$$

$$L = \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor$$



特点：

- 1) 直观
- 2) 对系数精度没有特别的敏感性
- 3) 系统时延固定
- 4) 直接形式通过系数对滤波器的控制不直接，并联形式有改善
- 5) 可以实现线性相位特性

三、线性相位结构

(1) 线性相位系统

系统的频率响应 $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$

线性相位系统： $\theta(\omega)$ 是 ω 的线性函数

$$\theta(\omega) = -\alpha\omega$$

对复正弦信号， $x(n) = Ae^{j\omega_0 n}$

$$y(n) = H(\omega_0)Ae^{j(n-\alpha)\omega_0}$$

4.3 FIR滤波器结构

- 1) 信号幅度被整形
- 2) 系统延迟时间: αT
- 3) 相位延迟与频率无关

(2) 线性相位条件对 $h(n)$ 的影响

一般地,

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

线性相位条件:

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} = H(\omega)e^{-j\alpha\omega}$$

4.3 FIR滤波器结构

虚实部分别对应相等：

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos n\omega = H(\omega) \cos \alpha\omega$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin n\omega = H(\omega) \sin \alpha\omega$$

4.3 FIR滤波器结构

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin(\alpha - n)\omega = 0$$

满足上面条件，对所有 ω 都成立的一组解：

$$\begin{cases} h(n) = h(N - 1 - n) \\ \alpha = \frac{1}{2}(N - 1) \end{cases} \quad 0 \leq n \leq N - 1$$

4.3 FIR滤波器结构

当 $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{-j(\alpha\omega \pm \frac{\pi}{2})}$ 时,

得到线性相位的另一个条件,

$$h(n) = -h(N-1-n) \quad 0 \leq n \leq N-1$$

$h(n)$ 满足线性相位特性的两个解,

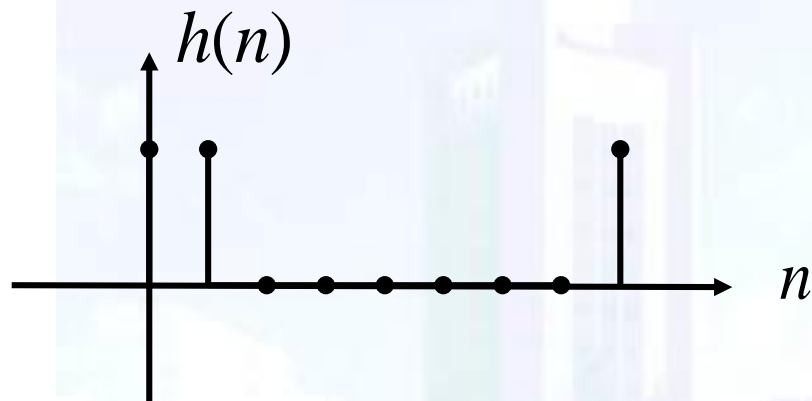
$$h(n) = \pm h(N-1-n) \quad 0 \leq n \leq N-1$$

——镜像对称与反对称

4.3 FIR滤波器结构

镜像对称与周期性对称的区别

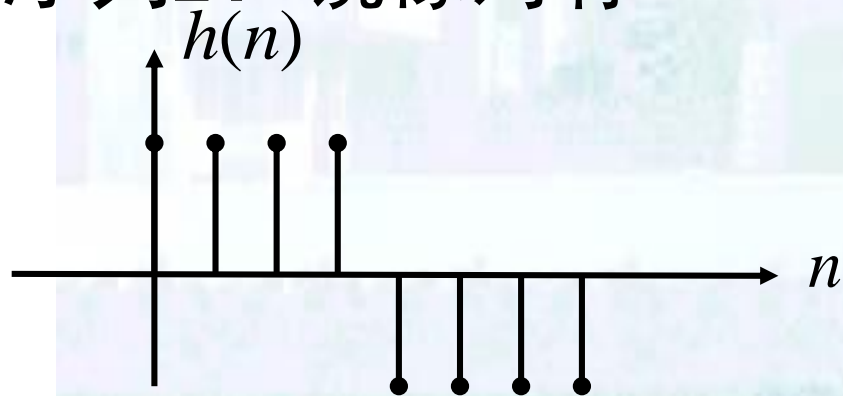
序列1：周期性对称



$$h(n) = h(N - n)$$

$$h(n) \neq \pm h(N - 1 - n)$$

序列2：镜像对称

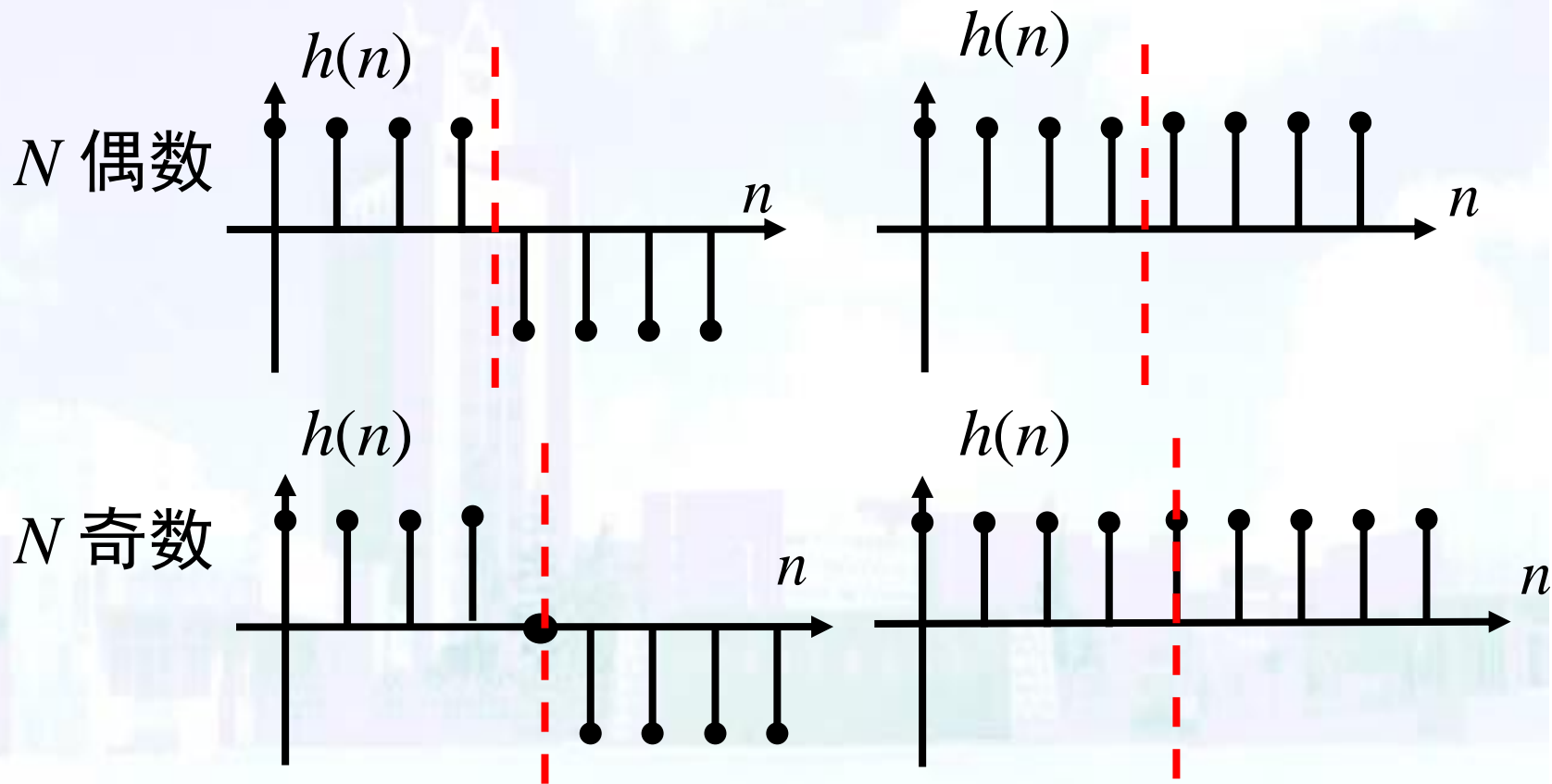


$$h(n) \neq \pm h(N - n)$$

$$h(n) = -h(N - 1 - n)$$

4.3 FIR滤波器结构

镜像对称点



必有 $h\left(\frac{N-1}{2}\right) = 0$

4.3 FIR滤波器结构

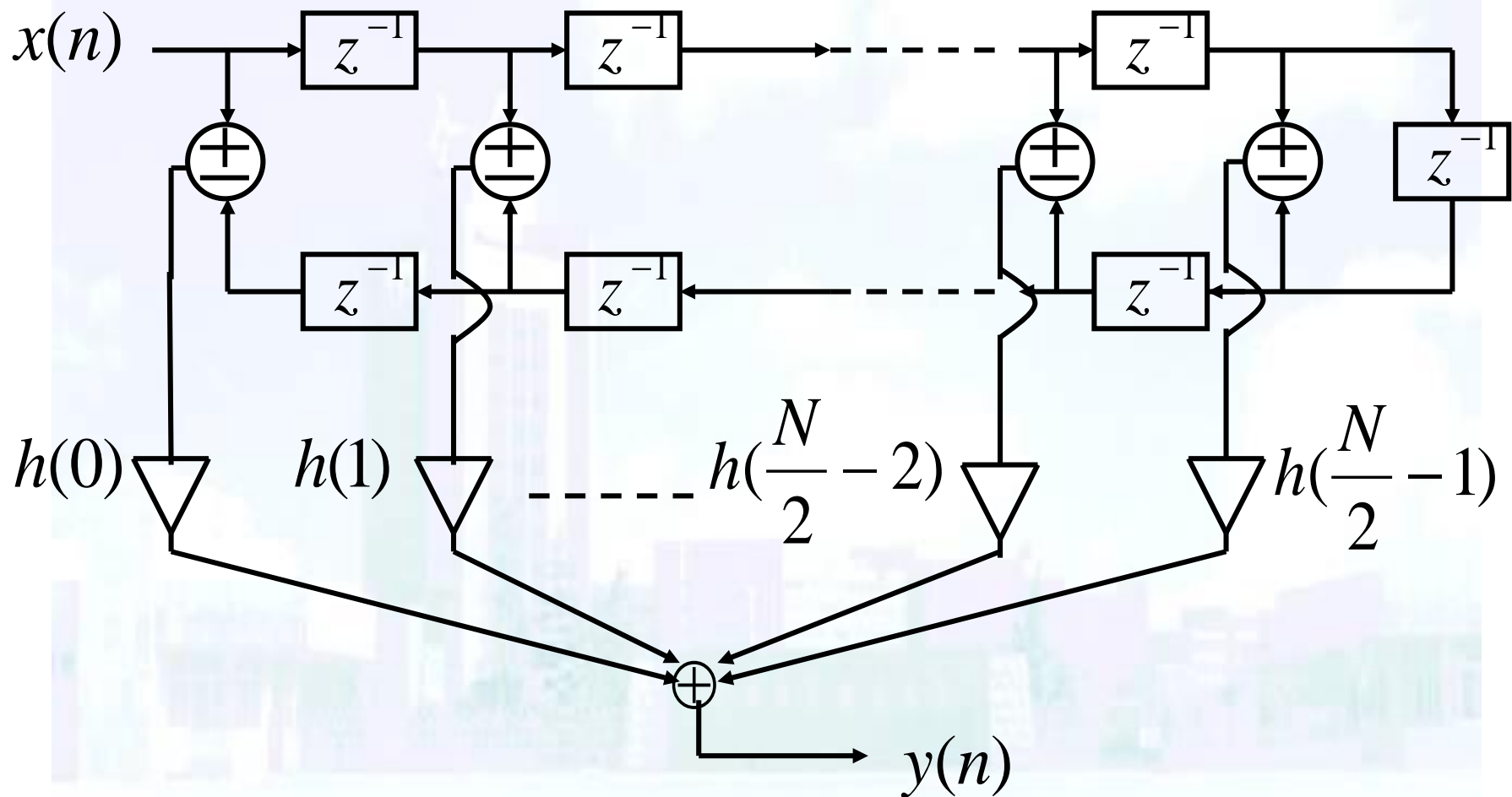
(3) 线性相位系统的结构

$$\alpha = (N-1)/2 \quad h(n) = \pm h(N-1-n)$$

N 为偶数

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)z^{-n} + \sum_{n=N/2}^{N-1} h(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)z^{-n} \pm \sum_{n=0}^{N/2-1} h(N-1-n)z^{-(N-1-n)} \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}] \end{aligned}$$

4.3 FIR滤波器结构



- 1) 延迟单元没有减少, $N-1$
- 2) 系数乘法减少一半, $N/2$ 。

4.3 FIR滤波器结构

N 为奇数

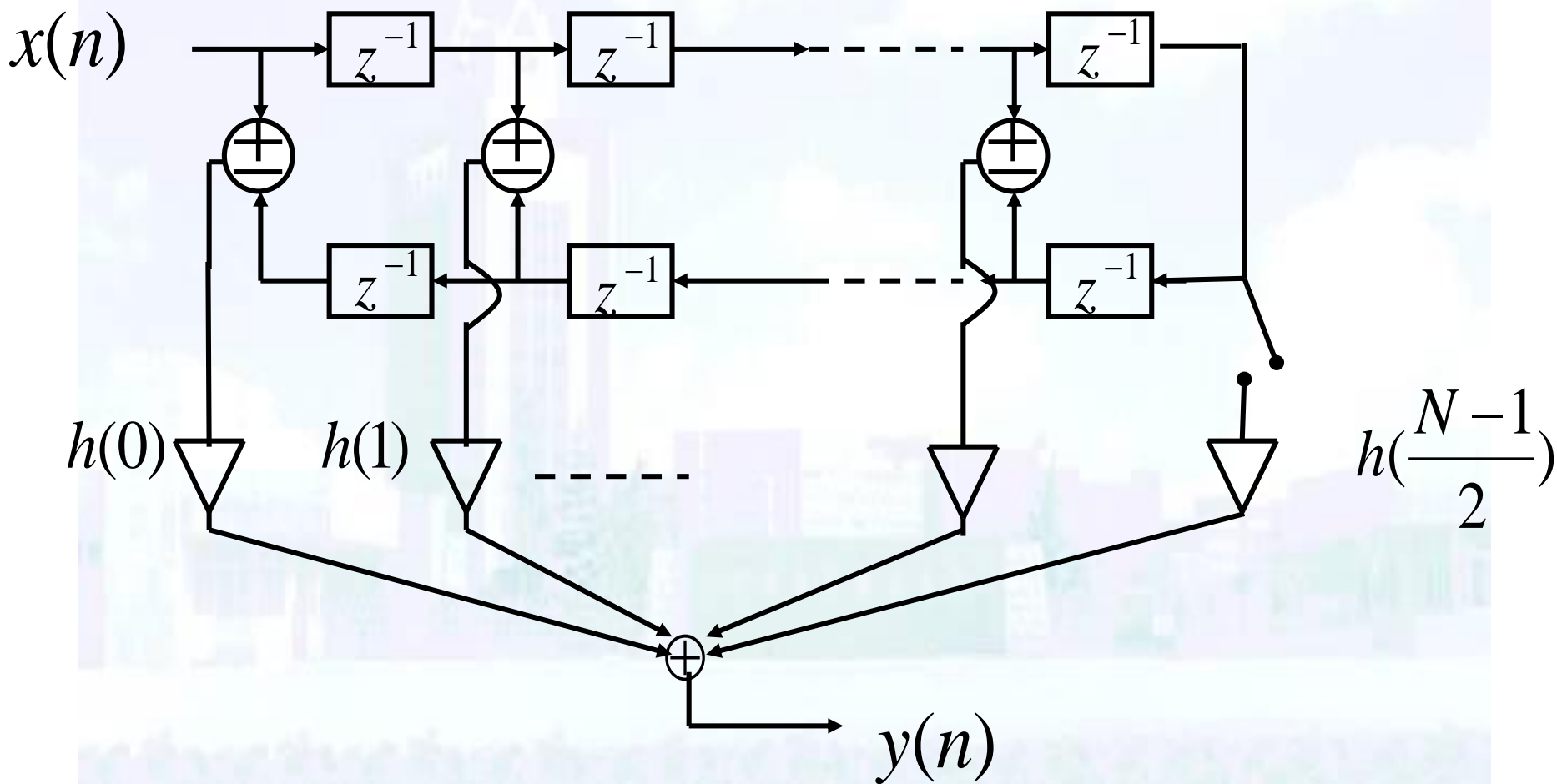
镜像偶对称, $h(n) = h(N-1-n)$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n) [z^{-n} + z^{-(N-1-n)}] + h\left(\frac{N-1}{2}\right) z^{-\frac{N-1}{2}}$$

镜像奇对称, $h(n) = -h(N-1-n)$, $h\left(\frac{N-1}{2}\right) = 0$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n) [z^{-n} - z^{-(N-1-n)}]$$

4.3 FIR滤波器结构



4.3 FIR滤波器结构

(4) 线性相位滤波器的零点分布

$$\alpha = (N-1)/2 \quad h(n) = \pm h(N-1-n)$$

在此条件下，零点成对出现。

设 z_0 为一个零点，

$$H(z_0) = \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}} h(n) [z_0^{-n} + z_0^{-(N-1-n)}] = 0$$

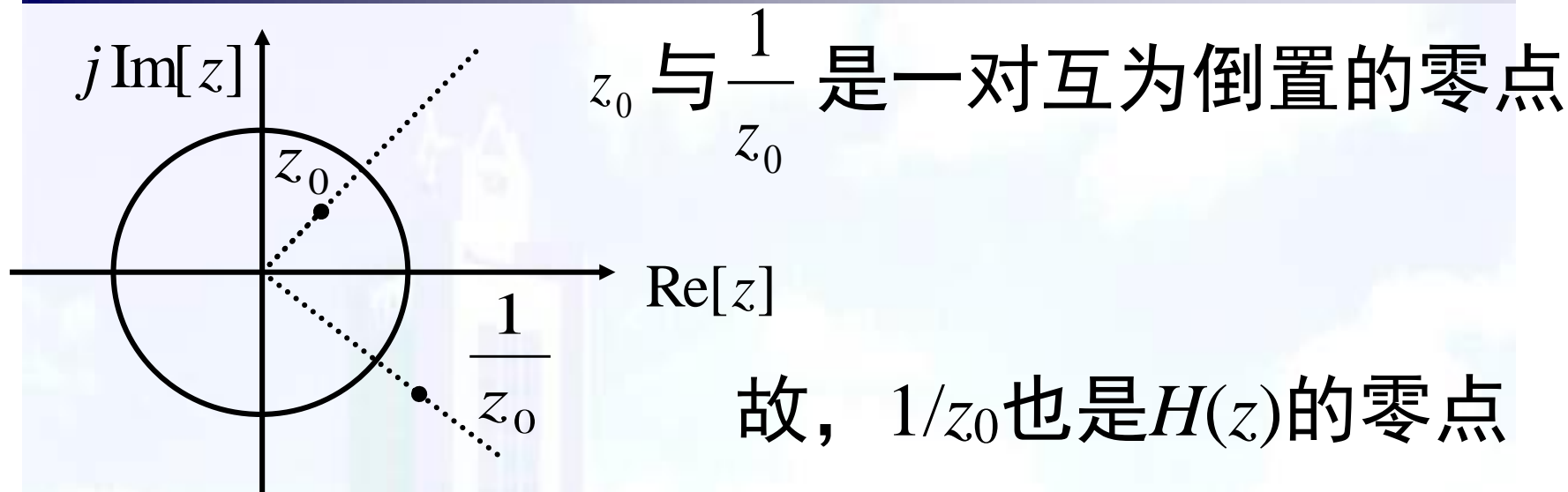
4.3 FIR滤波器结构

两边同乘 z^{N-1}

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n) [z_0^{(N-1-n)} + z_0^n] \\ &= \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n) [(z_0^{-1})^{-(N-1-n)} + (z_0^{-1})^{-n}] \\ &= H(z_0^{-1}) \end{aligned}$$

故， $1/z_0$ 也是 $H(z)$ 的零点

4.3 FIR滤波器结构



进一步, 若 $h(n)$ 为实数, $H(z^*) = H^*(z)$

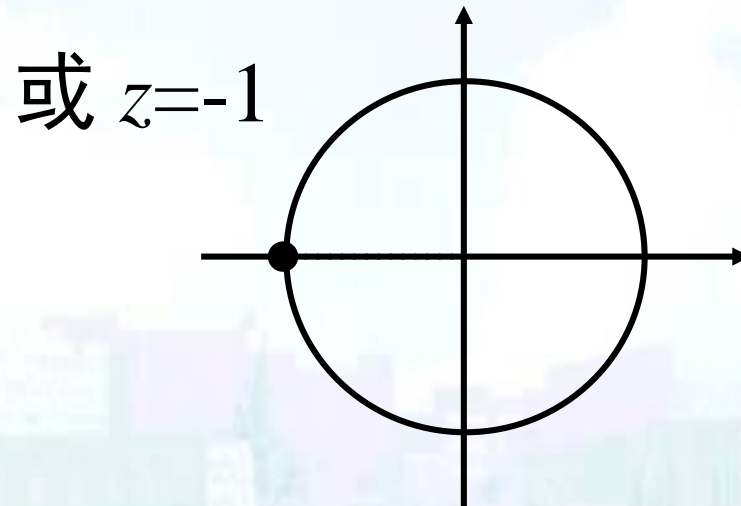
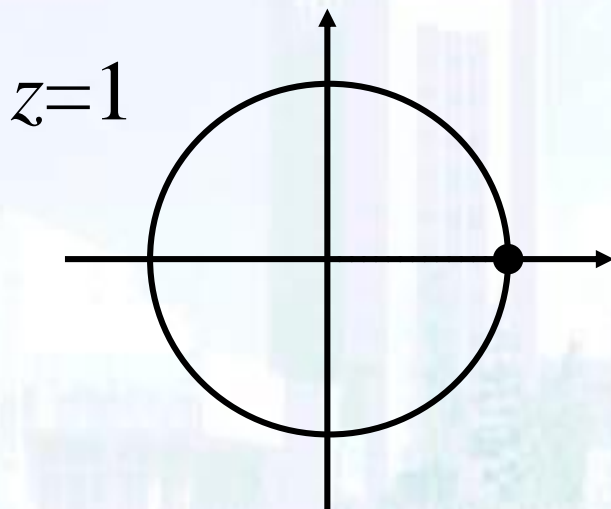
$$H(z_0) = 0 \Rightarrow H(z_0^*) = 0$$

z_0^* 也是 $H(z)$ 的零点。同理, $1/z_0^*$ 也是 $H(z)$ 的零点

4.3 FIR滤波器结构

实系数 $h(n)$ 线性相位系统：

1) 单位圆上的实零点单独出现

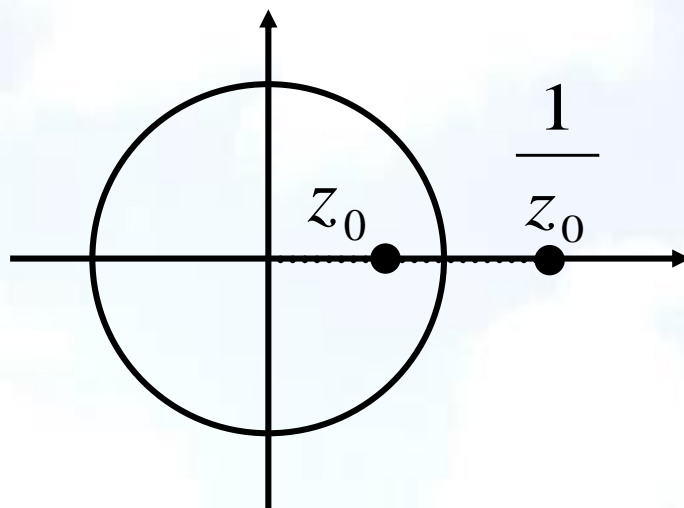


用一阶系统 $(1-Z^{-1})$ 或 $(1+Z^{-1})$ 表示

4.3 FIR滤波器结构

2) 单位圆外的实零点
成对出现:

$$z_0, \frac{1}{z_0}$$

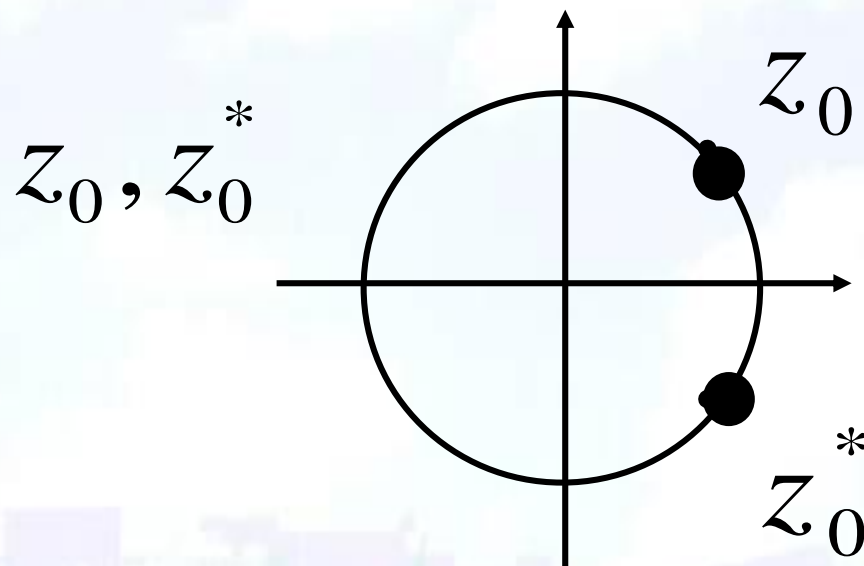


用二阶系统表示,

$$(1 - z_0 z^{-1}) \left(1 - \frac{1}{z_0} z^{-1}\right) = 1 - \left(z_0 + \frac{1}{z_0}\right) z^{-1} + z^{-2}$$

4.3 FIR滤波器结构

3) 单位圆上的复零点成对出现,



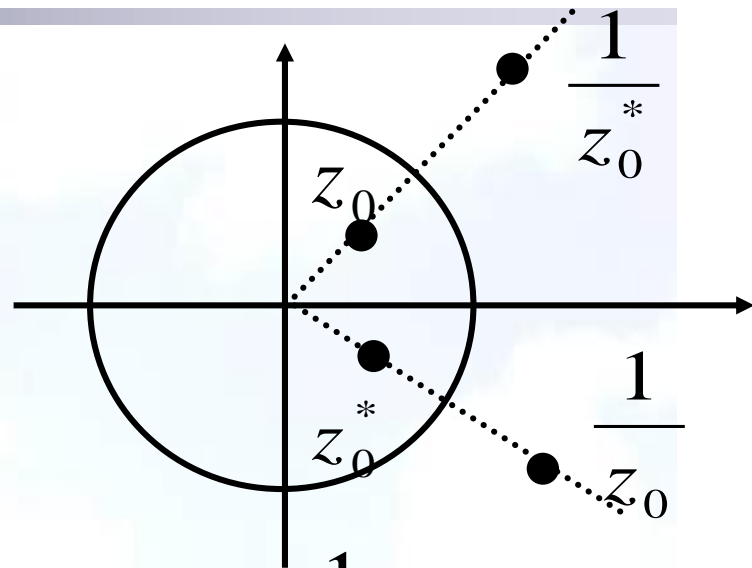
用二阶系统表示,

$$(1 - z_0 z^{-1})(1 - z_0^* z^{-1}) = 1 - a z^{-1} + z^{-2}$$

$$a = 2 \operatorname{Re}[z_0]$$

4.3 FIR滤波器结构

4) 一般的复零点4个一组,
用4阶系统表示,



$$(1 - z_0 z^{-1})(1 - z_0^* z^{-1})\left(1 - \frac{1}{z_0} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{z_0^*} z^{-1}\right)$$
$$= 1 - a z^{-1} + b z^{-2} - a z^{-3} + z^{-4}$$

$$a = 2 \operatorname{Re}\left[z_0 + \frac{1}{z_0}\right] \quad b = 2 + \left|z_0 + \frac{1}{z_0}\right|^2$$

4.3 FIR滤波器结构

- 1) 以上1阶，2阶，4阶系统均是线性相位系统
- 2) 可用1阶，2阶，4阶系统的级联来实现整个线性相位系统
- 3) 乘法次数不变，便于调整零点

四、频率采样结构

系统函数 $H(z)$ 用单位圆上的抽样值表达：

$$H(z) = \frac{1 - z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

$$H(k) = H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega = \frac{2\pi}{N}k}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

系统频率响应的抽样值

4.3 FIR滤波器结构

整个系统在结构上表达为FIR子系统 $H_1(z)$ 与IIR子系统 $H_2(z)$ 的级联

$$H(z) = \frac{1}{N} H_1(z) \cdot H_2(z)$$

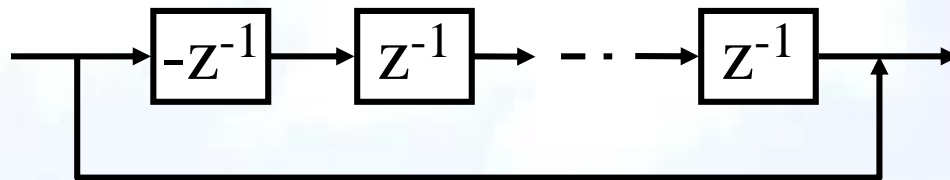
$$H_1(z) = 1 - z^{-N}$$

$$H_2(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

4.3 FIR滤波器结构

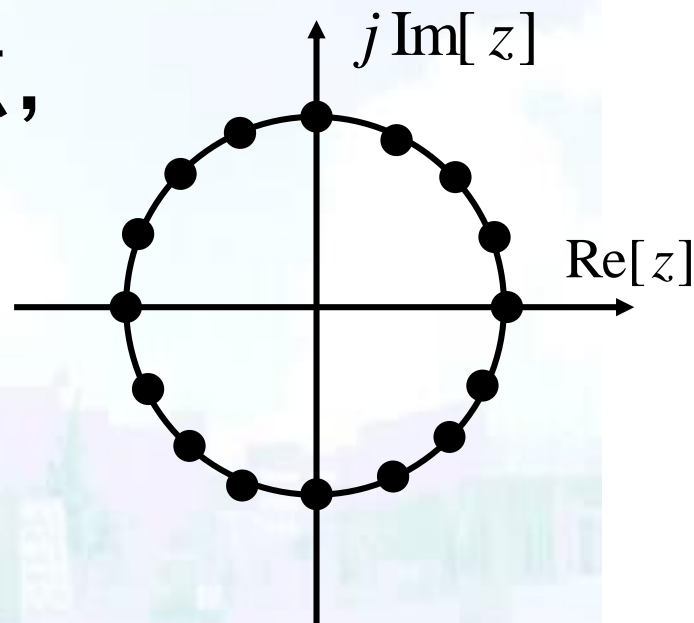
$$H_1(z) = 1 - z^{-N}$$

N 节延迟单元

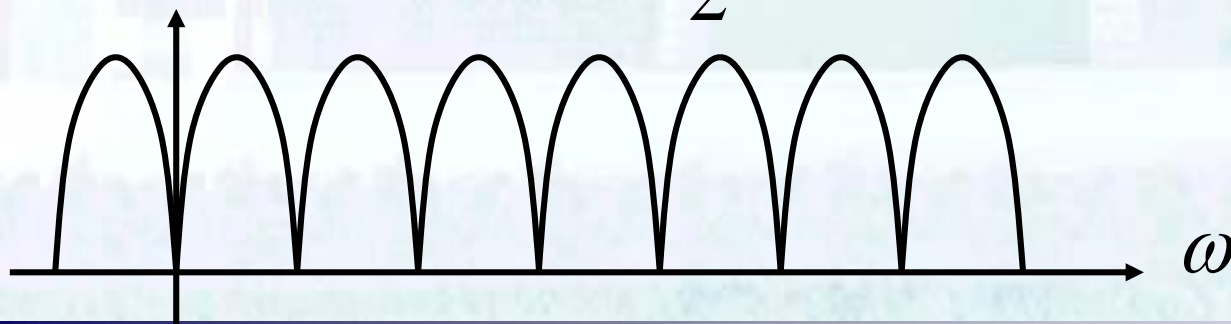


在单位圆上有 N 个等分的零点,

$$z_k = e^{j\frac{2\pi}{N}k}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$



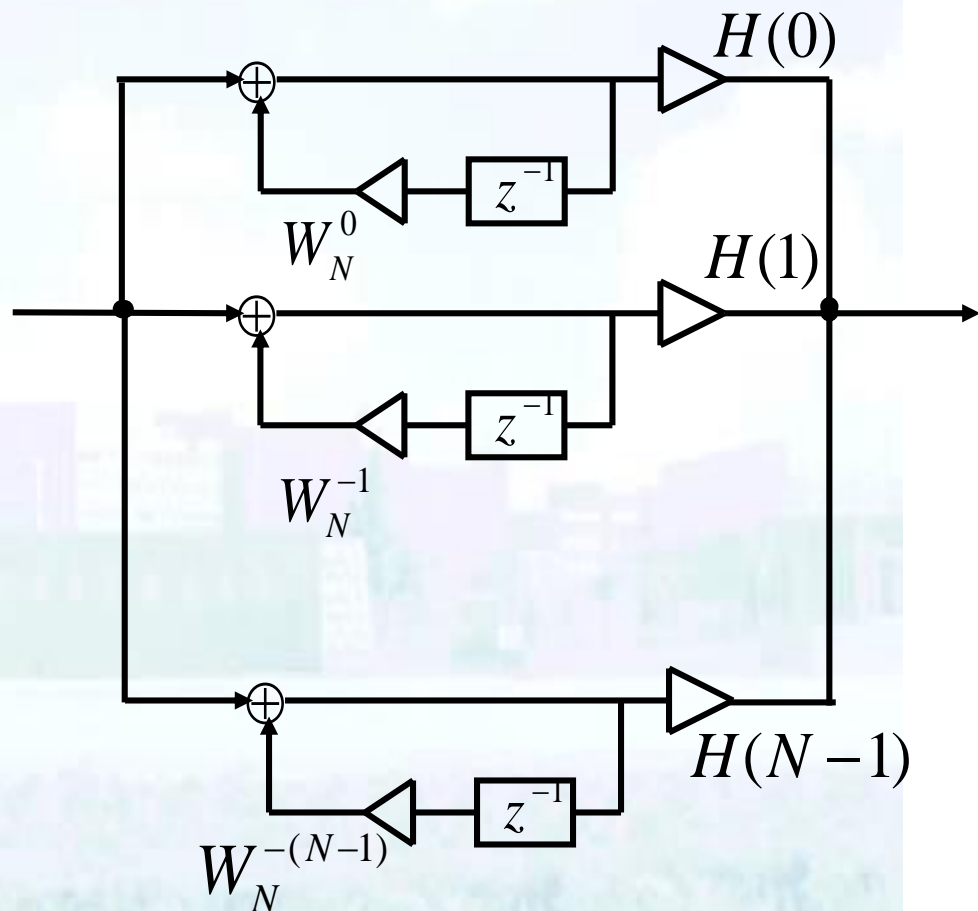
$$|H_1(e^{j\omega})| = 2 \left| \sin \frac{1}{2} N\omega \right|$$



4.3 FIR滤波器结构

$$H_2(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

N 个一阶网络函数的单极点滤波器节并联组合



无耗谐振器

$$\frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

谐振频率 $\frac{2\pi}{N} k$

4.3 FIR滤波器结构

注意到,

$$H_2(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}} = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} H(k) \prod_{l \neq k} (1 - W_N^{-l} z^{-1})}{\prod_{k=0}^{N-1} (1 - W_N^{-k} z^{-1})}$$

$$= \frac{\sum_{k=0}^{N-1} H(k) \prod_{l \neq k} (1 - W_N^{-l} z^{-1})}{1 - z^{-N}}$$

则有,

$$H(z) = \frac{1}{N} H_1(z) \cdot H_2(z)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) \prod_{l \neq k} (1 - W_N^{-l} z^{-1})$$

4.3 FIR滤波器结构

理论上， $H_1(z)$ 的零点与 $H_2(z)$ 的极点对应抵消，在整体上仍是没有极点的FIR系统。

实践中，两个系统分开实现时稳定性存在问题

解决问题的途径：建立一组新的变换：

$$\begin{cases} \hat{H}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)r^{-n}W_N^{nk} & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ h(n) = \frac{r^n}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{H}(k)W_N^{-nk} & n = 0, 1, \dots, N-1 \end{cases}$$

$r < 1, \quad r \approx 1$

4.3 FIR滤波器结构

$\hat{H}(k)$

对 $H(z)$ 在半径为 r 的圆上作 N 点等间距采样

以采样值 $\hat{H}(k)$ 内插重建 $H(z)$:

$$H(z) = (1 - r^N z^{-N}) \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\hat{H}(k)}{1 - r W_N^{-k} z^{-1}}$$

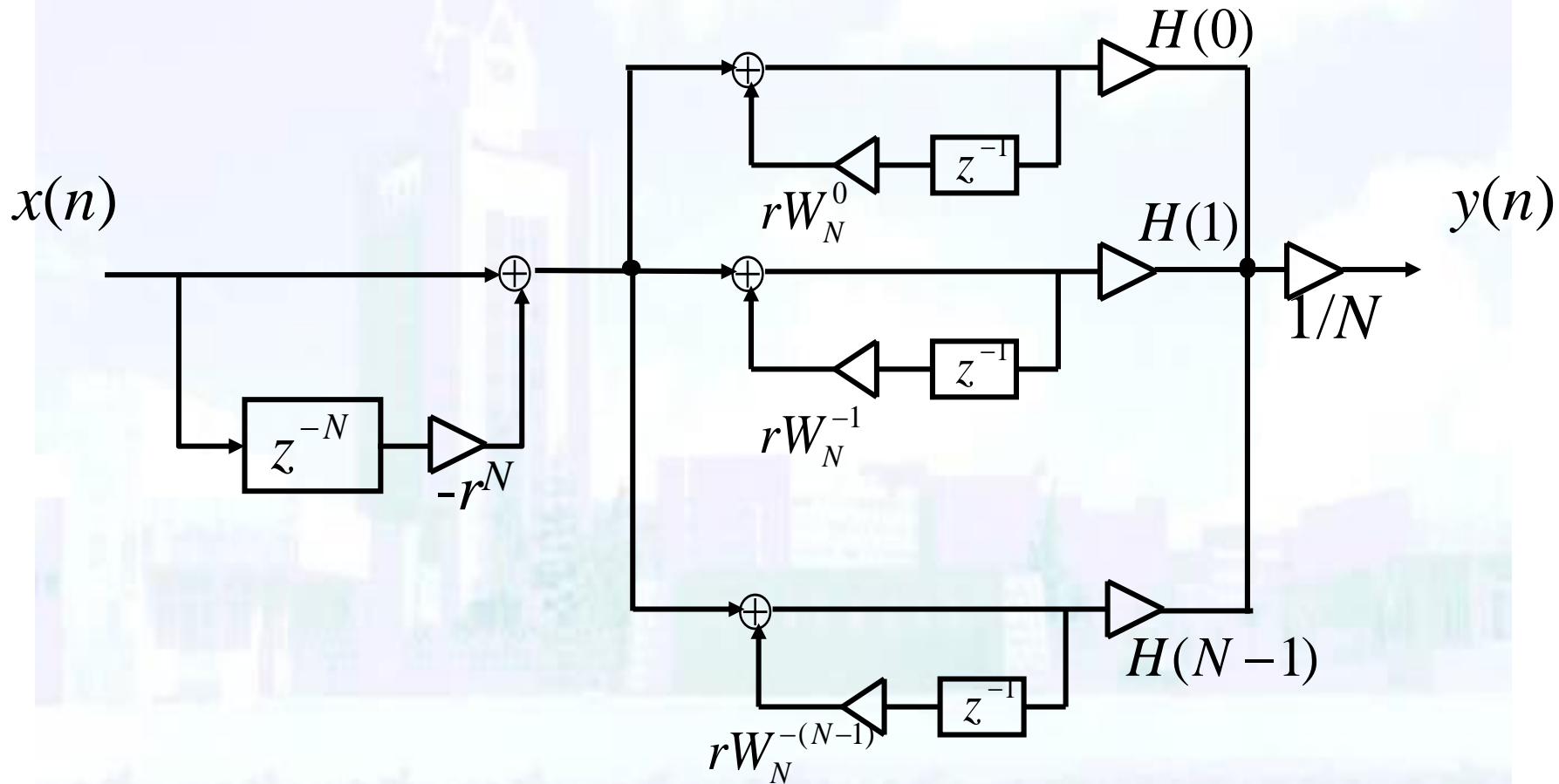
4.3 FIR滤波器结构

当 $r \approx 1$ 时，用单位圆上的取样 $H(k)$ 近似 $\hat{H}(k)$

$$H(z) = (1 - r^N z^{-N}) \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - r W_N^{-k} z^{-1}}$$

解决系统不稳定问题

4.3 FIR滤波器结构



4.3 FIR滤波器结构

当 $h(n)$ 为实数时， $H(k)$ 呈周期性共轭对称，

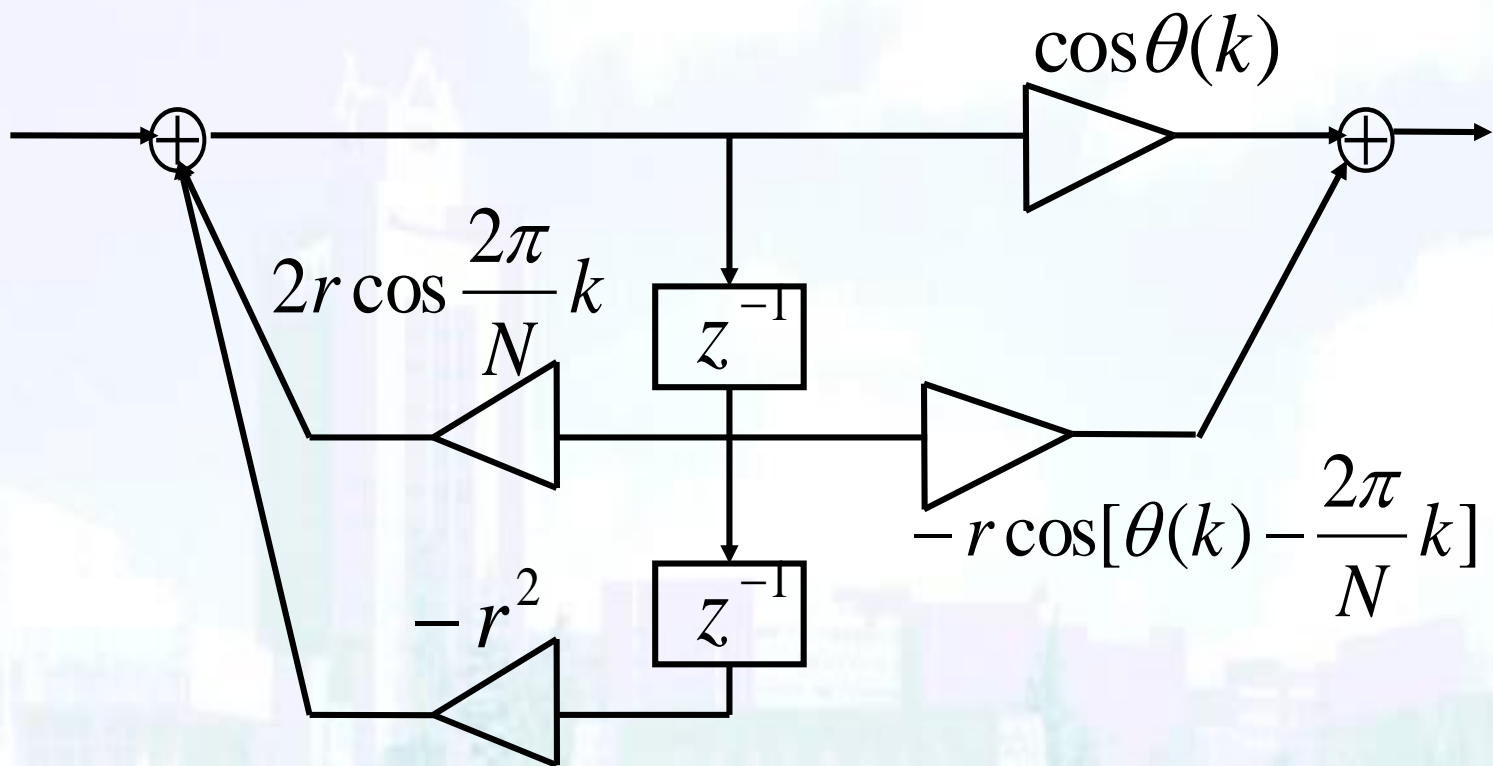
$$H(N-k) = H^*(k)$$

第 k 个与第 $N-k$ 个谐振器合并，总体结构进一步化简

4.3 FIR滤波器结构

$$\begin{aligned} & \frac{H(k)}{1 - rW_N^{-k} z^{-1}} + \frac{H(N-k)}{1 - rW_N^{-(N-k)} z^{-1}} \\ &= \frac{H(k)}{1 - rW_N^{-k} z^{-1}} + \frac{H^*(k)}{1 - rW_N^k z^{-1}} \\ &= 2|H(k)| \cdot \frac{\cos \theta(k) - rz^{-1} \cos(\theta(k) - \frac{2\pi}{N}k)}{1 - 2rz^{-1} \cos \frac{2\pi}{N}k + r^2 z^{-2}} \\ & \qquad \qquad \qquad \theta(k) = \arg H(k) \end{aligned}$$

4.3 FIR滤波器结构

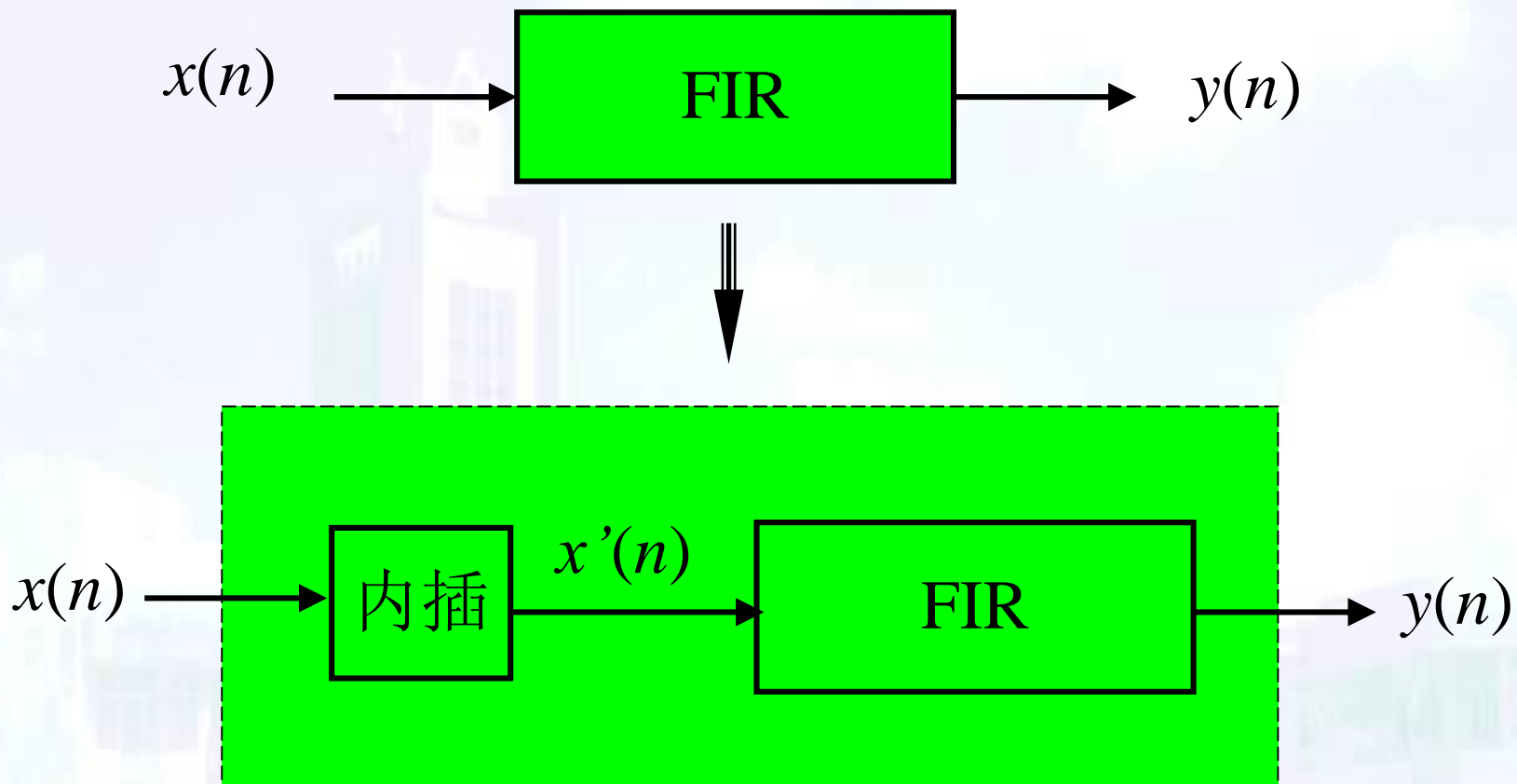


$$H_k(z)$$



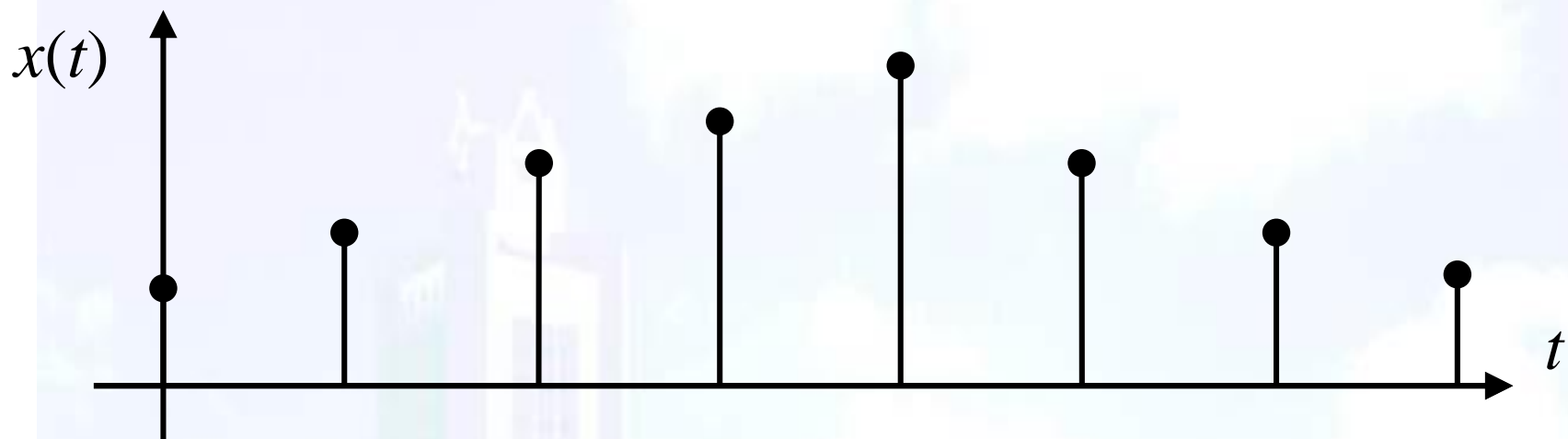
4.4 内插滤波器及其实现结构

4.4 内插滤波器及其实现结构

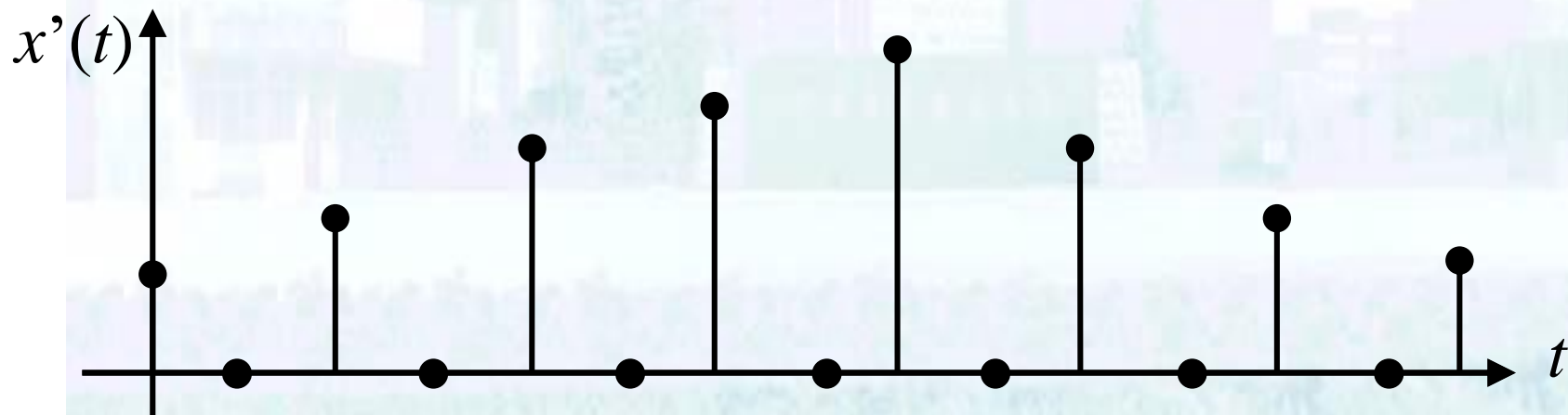


FIR内插滤波器

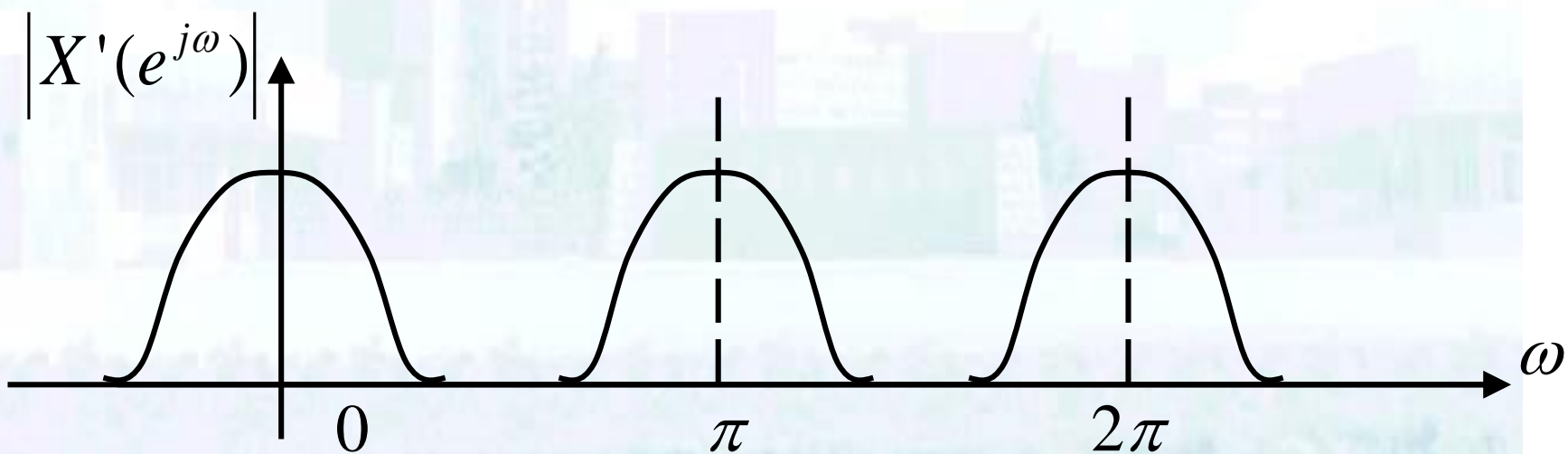
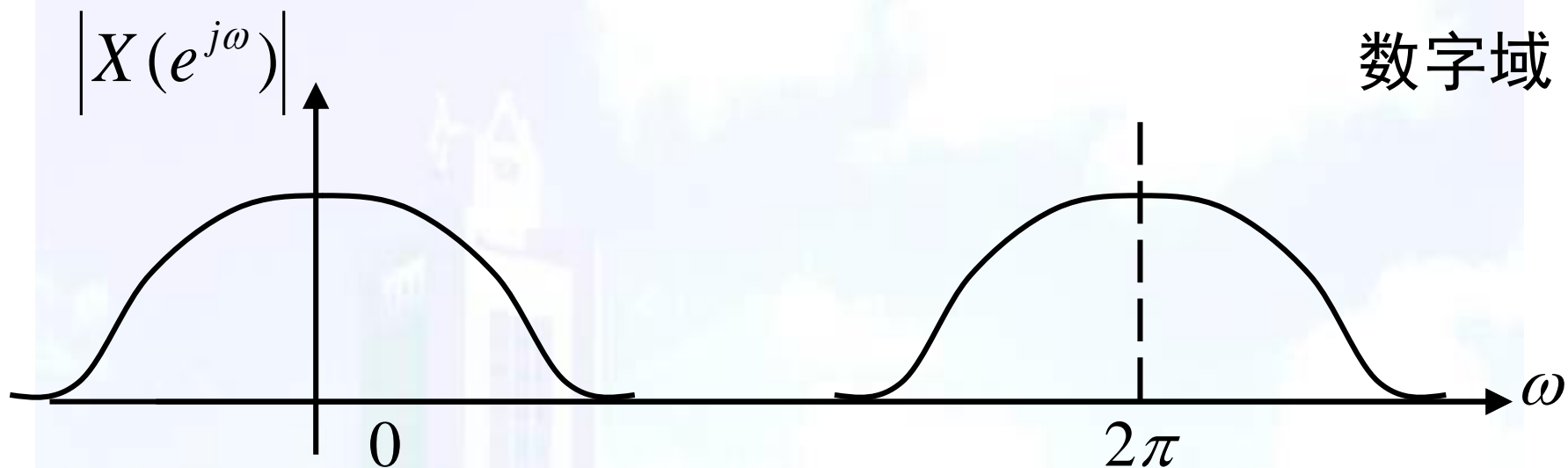
4.4 内插滤波器及其实现结构



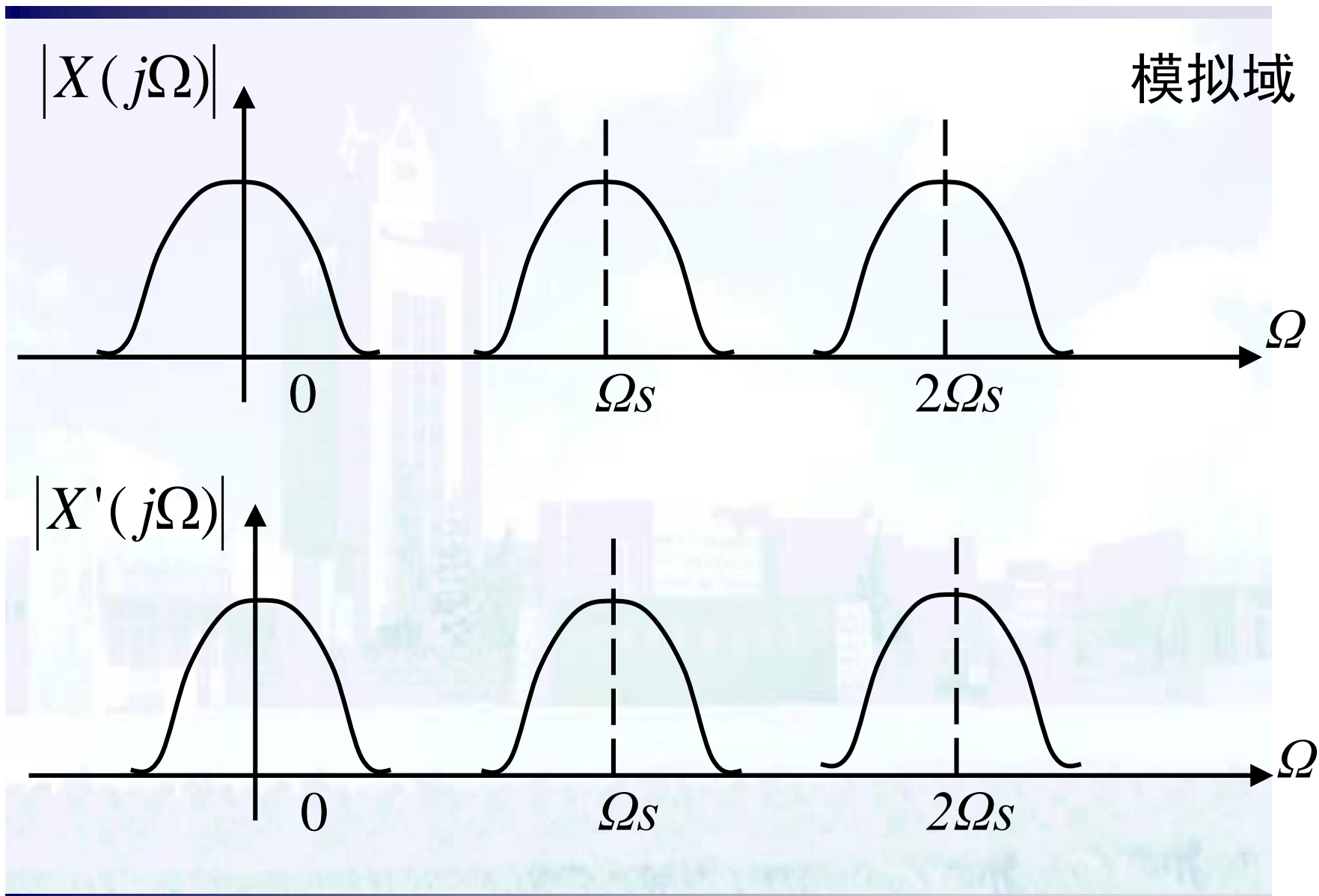
在输入信号采样点之间加入零点（过采样）



4.4 内插滤波器及其实现结构



4.4 内插滤波器及其实现结构



4.4 内插滤波器及其实现结构

经过低通滤波



4.4 内插滤波器及其实现结构

条件：

- 内插前采样速率为 c
- 内插因子为 L （即每两个采样点之间内插 $L-1$ 个0）

结果：

- 内插后的数据速率为 Lc

4.4 内插滤波器及其实现结构

困难：

- 滤波器对于每一个数据的计算都必须在 $1/Lc$ 时间内完成
- 滤波器的工作时钟频率应至少要提高 L 倍

思路：

- 改进实现结构

4.4 内插滤波器及其实现结构

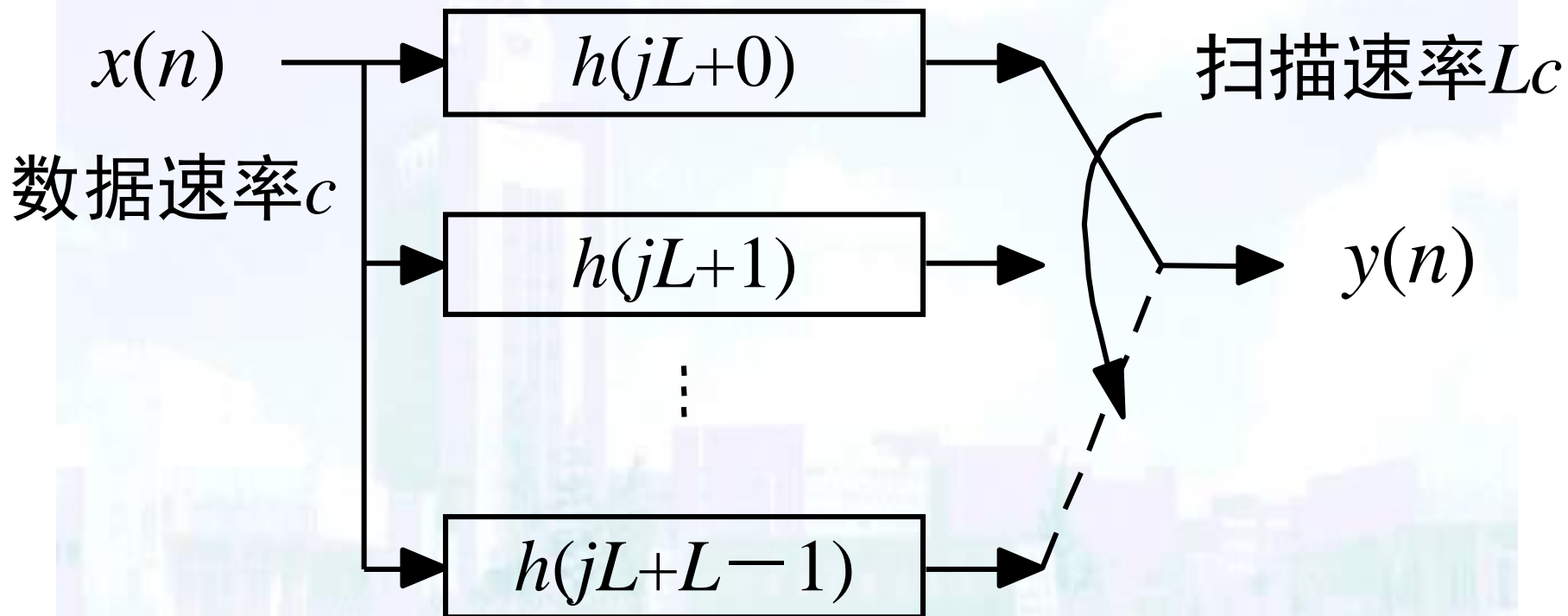
$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x'(n-k)$$



$$y(mL+i) = \sum_{j=0}^{N/L-1} h(jL+i)x(m-j)$$

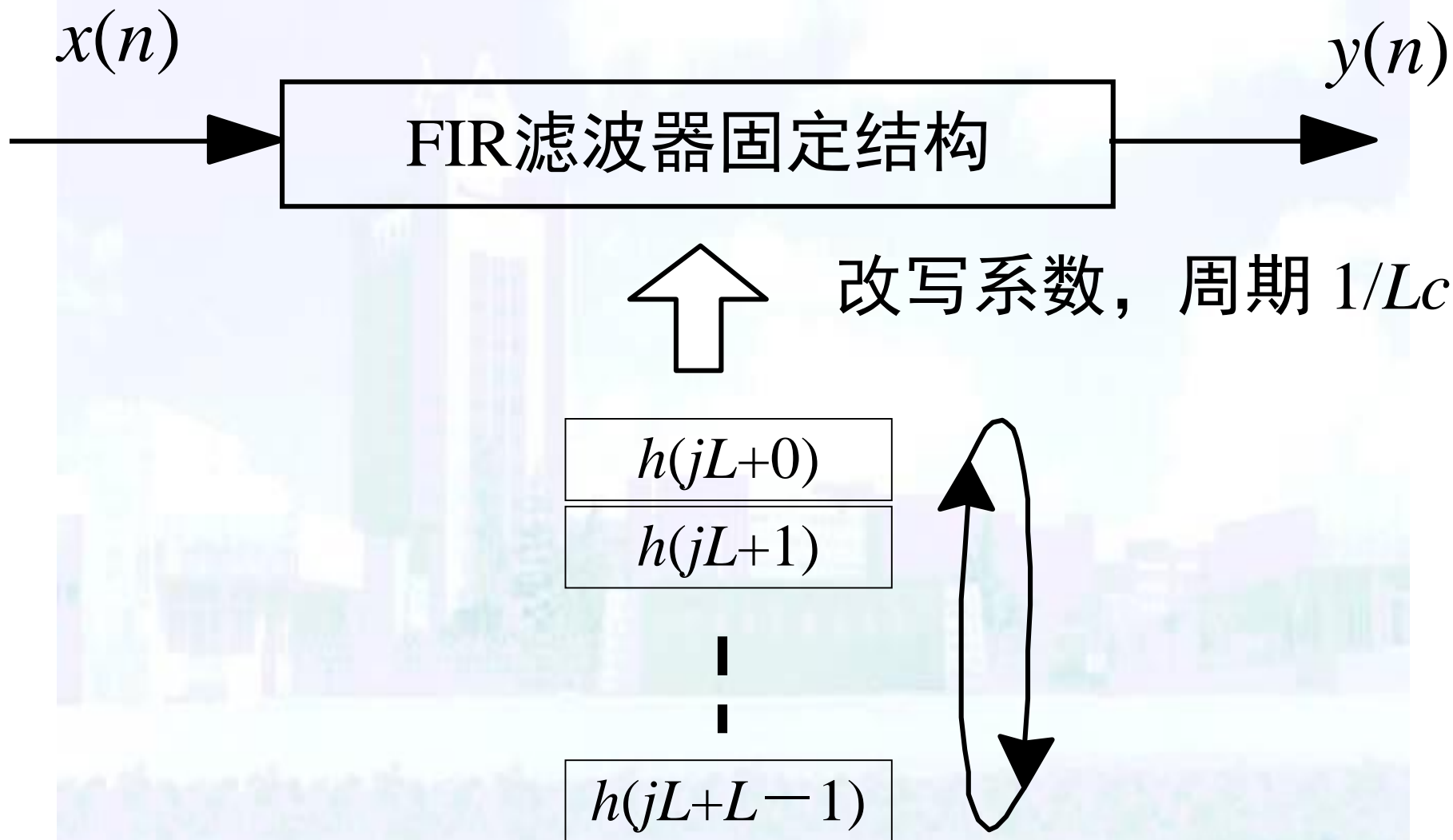
$$i = 0, 1, \dots, L-1$$

4.4 内插滤波器及其实现结构



多相滤波器

4.4 内插滤波器及其实现结构



4.4 内插滤波器及其实现结构

带来新的问题：

单个 $h(jL+i)$ 不具有 $h(n)$ 的线性相位特性，系数的对称性被破坏，乘法器增加。

构造辅助多相滤波器组：

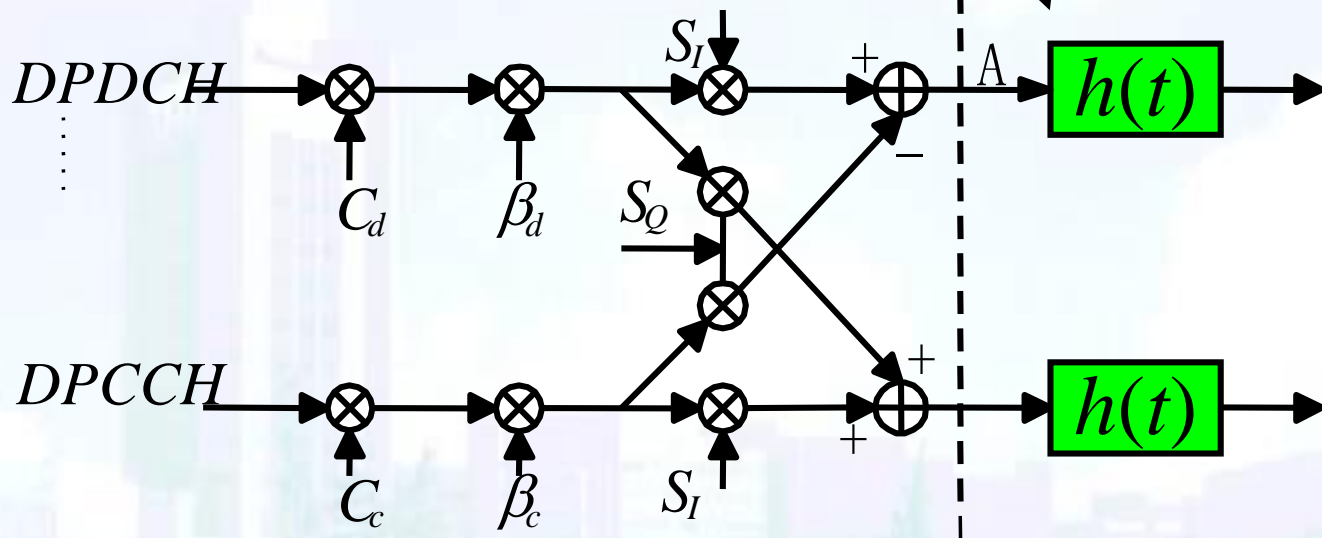
$$z(mL+i) = [y(mL+i) + y(mL+L-1-i)]/2, \quad 0 \leq i \leq L/2-1$$

$$z(mL+L-1-i) = [y(mL+i) - y(mL+L-1-i)]/2$$

滤波器系数具有对称性，乘法器减少1/2

4.4 内插滤波器及其实现结构

WCDMA成形滤波器



64阶根升余弦FIR滤波器

I/Q两路10bit输入，10bit系数量化

一片20万门的FPGA芯片