hw25 Transfer Matrix

Zuqing Wang

1 思想

通过转移矩阵，我们可以直接计算出关联长度。通过改变参数，可以直观地由关联长度的变化观察到相变。

2 分析与具体实验结果

转移矩阵定义为

$$T_n = \begin{pmatrix} V_n - E & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

最后我们会得到很多矩阵连乘的形式：$T_N T_{N-1} \cdots T_1$，我们采用 QR 分解，步骤如下：

1. 将 T_1 进行 QR 分解，保存 Q_1 和 R_1 的对角元；
2. 计算 $\tilde{T}_2 = T_2 * Q_1$；
3. 将 $\tilde{T}_2$ 进行 QR 分解，保存 Q_2 和 R_2 的对角元；
4. 计算 $\tilde{T}_3 = T_3 * Q_2$；
5. 将 $\tilde{T}_3$ 进行 QR 分解，保存 Q_3 和 R_3 的对角元……

以上步骤做完之后我们得到 $N \times \dim R$ 个数据。定义关联长度 $\xi = \max \xi_i$，其中，

$$\frac{1}{\xi_i} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \ln |(R_k)_{ii}| \tag{2}$$

计算结果如 fig.1所示，很明显存在拓展态到局域态的相变。

3 Code

```
clear; clc;

t = 1;
q = 2*pi*sqrt(2);
E = 5;

```

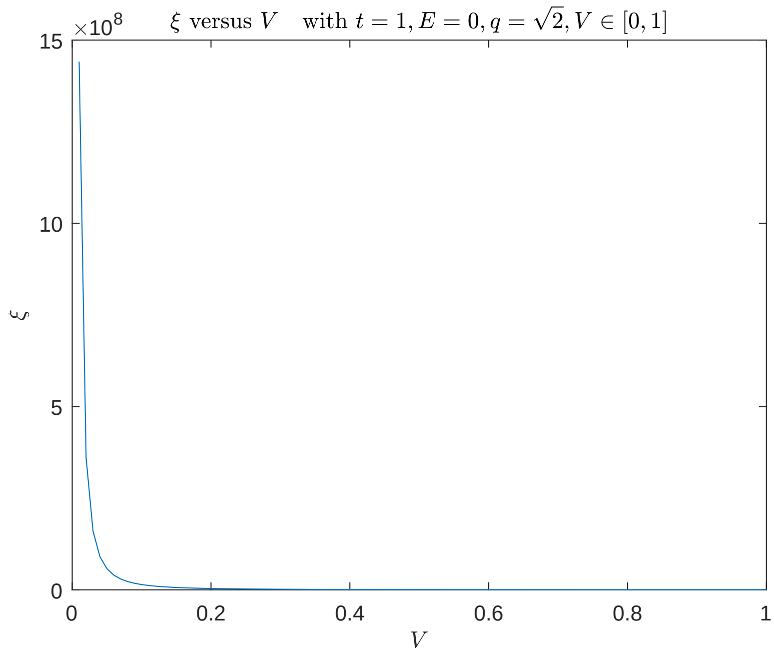

图 1: $E = 0$ 时，存在拓展态到局域态的相变。

```
N = 10^5+1;
M = 5*10^3;
lambda = zeros(N,2);
ksi = zeros(M+1,1);

for k = 0:M
    U = 0.01*k;

    T = [0 -1; 1 0];
    Q = eye(2);
    R = eye(2);

    for i = 1:N
        T(1,1) = U*cos(q*i) - E;
        [Q,R] = qr(T*Q);
        lambda(i,1) = R(1,1);
        lambda(i,2) = R(2,2);
    end

    lambda = log(abs(lambda));

    ksi1 = 1/(sum(lambda(:,1)) / N);
```

```
    ksi2 = 1/(sum(lambda(:,2)) / N);
    ksi(k+1) = max(ksi1,ksi2);
end

x = linspace(0,50,M+1);
plot(x,ksi);
xlabel('$$V$$','Interpreter','latex');
ylabel('$$\xi$$','Interpreter','latex');
title('$$\xi \ \mathrm{versus}\ V \quad \mathrm{with}\ t=1,E=5,q=\sqrt{2},V
   \in[0,50]$$','Interpreter','latex');
```