

## 拓扑相变与拓扑场论作业

**DDL:05-12** 假设 05-01 放假

- 1 计算 Hppf map:  $\Pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ (参考 mathematica);
- 2 阅读文章 Dirac's monopole and the Hopf map, 可以推导文章的内容, 阅读相关文献写一些感想等, 最终助教根据认真程度给分.
- 3 QWZ model 的能量可视为  $\vec{n} = \frac{1}{A}(\lambda \sin(k_x), \lambda \sin(k_y), m - \cos(k_x) - \cos(k_y))$ ,  $\|\vec{n}\| = 1$ ,  $n$  的立体角为  $\vec{n} \cdot (\frac{\partial \vec{n}}{\partial k_x} \times \frac{\partial \vec{n}}{\partial k_y})$ , 画关于  $k_x, k_y$  的图 (density plot 或等高线图).(推荐使用 mathematica) (要求至少拓扑相与非拓扑相两张图, 图中额外标注姓名 + 学号以防止抄袭, 同时给出画图的参数)

如1.

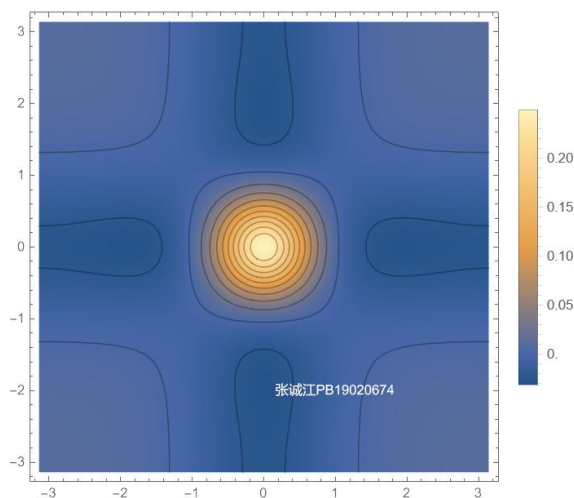


图 1: QWZ model 方位角,  $\lambda = 2, m = 3$

- 4 画相图, 即  $\int \vec{n} \cdot (\frac{\partial \vec{n}}{\partial k_x} \times \frac{\partial \vec{n}}{\partial k_y}) dk_x dk_y$  关于  $\lambda, m$  的图 (要求同上). 如果无法得出结果, 可以展示部分原码并注释, 助教会酌情给分.

5 设  $H = B_1\sigma_z + B_2\cos\theta\sigma_x + B_2\sin\theta\sigma_y$ , 计算 a. 本征态  $|\psi(\theta)\rangle$ ; b.  $\frac{\partial}{\partial\theta}|\psi(\theta)\rangle$ ; c.  $\int_0^{2\pi}\langle\psi|\frac{\partial}{\partial\theta}|\psi(\theta)\rangle d\theta$ ;

6 阅读文章: Appearance of Gauge Structure in Simple Dynamical Systems, Frank Wilczek and A. Zee, 1984

7 编程计算一个  $200 \times 200$  格点的 QWZ model, 分析其相变, 边界态。

$$H(k_x, k_y) = (c_{k\uparrow}^\dagger, c_{k\downarrow}^\dagger) \begin{pmatrix} m - \cos k_x - \cos k_y & \lambda(\sin k_x + i \sin k_y) \\ \lambda(\sin k_x - i \sin k_y) & -(m - \cos k_x - \cos k_y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{k\uparrow} \\ c_{k\downarrow} \end{pmatrix}$$

8 作业: 利用 BdG 方程计算  $H = \sum_i (t c_i^\dagger c_{i+1} + \Delta c_i^\dagger c_{i+1}^\dagger + h.c. - \mu c_i^\dagger c_i)$  a. 计算相图与边界态; b. 改变化学势  $\mu c_i^\dagger c_i \rightarrow V \cos(Qi) c_i^\dagger c_i$ , 其中  $Q = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ; c. 尝试任意的  $V_i c_i^\dagger c_i$ 。