

中国科学技术大学
2010—2011 学年第二学期期末考试试卷

考试科目：原子物理学 得分：_____

学生所在系：_____ 姓名：_____ 学号：_____

一、(38%) 选择题

- () 1. 可见光的波长范围是 $4000 - 7000 \text{ \AA}$ ，相应的光子能量为
(A) 7.8-13.6eV (B) 0.28-0.49eV (C) 1.77-3.1eV (D) 0-13.6eV
- () 2. 北极星的辐射光谱中，辐射本领最大的波长为 3500 \AA ，可得星体的表面温度
(A) 8300K (B) 6000K (C) 10600K (D) 5500K
- () 3. 绝对黑体的辐射本领和物体的绝对温度 T 的几次方成正比？
(A) $\frac{1}{T}$ (B) T (C) T^2 (D) T^4
- () 4. 由经典物理学严格推出的黑体辐射公式是
(A) Planck 公式 (B) Stefan-Boltzman 定律
(C) Wien 位移定律 (D) Rayleigh-Jeans 公式
- () 5. 在光电效应实验中，已知钾的红限 $\lambda_0 = 5.5 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ，现在用波长为 4400 \AA 的蓝色光照射钾金属表面，则遏止电压为
(A) 0.56 伏特 (B) 5.1 伏特 (C) 0.09 伏特 (D) 0.81 伏特
- () 6. 在电子的杨氏双缝干涉实验中，
(A) 电子随机选择通过其中一条缝；
(B) 电子一分为二，分别通过两条缝；
(C) 如果入射电子流很弱，每次只有一个电子通过双缝时，在屏幕上将不会看到相干条纹；
(D) 如果严格跟踪每个电子的轨迹，则屏幕上不会有相干条纹。
- () 7. μ 子和电子一样，带有一个单位的负电荷，质量为 $m_\mu = 207m_e$ ；正 μ 子具有相同的质量，但是带有单位正电荷。按 Bohr 理论，由正负 μ 子组成的基态“原子”，粒子之间的距离为
(A) 0.53 \AA (B) 1.06 \AA (C) 0.0051 \AA (D) 0.0026 \AA

- () 8. 氢原子从基态被激发到 $n = 4$ 的激发态, 吸收的能量为
 (A) 0.85eV (B) 13.6eV (C) 12.75eV (D) 14.45eV
- () 9. 氢原子从 $n = 4$ 的激发态回到基态, 可以有多种方式。在这过程中发射的光谱线, 在可见光范围内的有几条?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- () 10. 一粒质量为 $10\mu\text{g}$ 的灰尘, 以 1cm/sec 的速度飘浮在空中。按 de Broglie 关系可以求出它的物质波长为
 (A) 6\AA (B) 6fm (C) $6 \times 10^{-9}\text{fm}$ (D) $6\mu\text{m}$
- () 11. 薛定谔猫态的波函数是“活”和“死”两种本征态的叠加。按照量子力学的基本原理, 下面的说法哪个正确?
 (A) 打开装猫的盒子前, 猫已经确定了生死, 只不过我们不知道。
 (B) 打开盒子前, 猫既不是活的, 也不是死的。
 (C) 打开盒子后, 猫的状态是生死两种状态的叠加。
 (D) 原则上, 可以通过求解薛定谔方程, 预言猫的生死。
- () 12. 下列的物理量, 哪些不能同时精确测量?
 (A) \hat{p}_x, \hat{p}_y (B) x, \hat{p}_y (C) \hat{L}_x, \hat{L}_y (D) \hat{p}_x, \hat{L}_y
- () 13. 氢原子中处于 $n = 2$ 的能级, 则 $\vec{l} \cdot \vec{s}$ 不可能的取值为
 (A) 0 (B) $-\hbar^2$ (C) $\frac{1}{2}\hbar^2$ (D) \hbar^2
- () 14. 不考虑电子的自旋量子数, 氢原子 $n = 2$ 的能级有多少个不同状态?
 (A) 1 (B) 3 (C) 15 (D) 4
- () 15. 氢原子处于基态, 则其磁矩的 $\hat{\mu}_z$ 本征值可能为
 (A) μ_B (B) $2\mu_B$ (C) $\sqrt{3}\mu_B$ (D) 0
- () 16. Zeeman 效应是由什么原因造成的?
 (A) 相对论效应 (B) 自旋轨道耦合
 (C) 轨道磁矩和外磁场的耦合 (D) 核磁矩与电子磁场的耦合
- () 17. 已知氢原子 $s = \frac{1}{2}, j = \frac{5}{2}$, 朗德因子 $g = 6/7$, 原子态为
 (A) ${}^2S_{5/2}$ (B) ${}^2P_{5/2}$ (C) ${}^2D_{5/2}$ (D) ${}^2F_{5/2}$
- () 18. 关于两电子波函数的交换对称性, 哪种说法正确?
 (A) 两个电子的自旋波函数必然反对称。
 (B) 两个电子的空间波函数必然反对称。

(C)两个电子的总波函数反对称。

(D)两个电子的总波函数对称。

() 19. 两个同科电子的电子组态是 $2p^2$, 并处于自旋三重态, 则轨道量子数 L 为

(A)0

(B)1

(C)2

(D)3

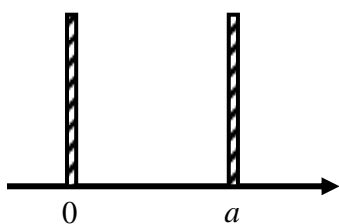
二、(6%) 某种类氢离子光谱中, 已知属于同一线系的三条谱线波长分别为 99.2nm , 108.5nm , 121.5nm . 给出波长介于 $99.2\sim 121.5\text{nm}$ 之间的其它同线系谱线。

三、(6%) 根据测不准关系, 如果电子落入原子核(半径为 10fm) 中, 电子具有的最小动能为多少? 此时是否需要考虑相对论效应?

姓名和学号: _____

本张考卷得分: _____

四、 (20%) 质量为 m 的粒子处于宽度为 a 的一维无限深势阱之中,



$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a; \\ +\infty, & x < 0 \text{ or } x > a. \end{cases}$$

(1) 写出能级和归一化的定态波函数。

(2) 现在假设在 $t = 0$ 时, 粒子处于基态。

在 $x = -a$ 处设立一个无限高势垒, 并突然把 $x = 0$ 处的隔板撤除, 即势函数突然变成

$$V'(x) = \begin{cases} 0, & -a < x < a; \\ +\infty, & x < -a \text{ or } x > a. \end{cases}$$

求粒子处于新的基态的概率。

五、（10%）已知产生算符 \hat{a}^\dagger 和湮灭算符 \hat{a} 满足对易关系 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ 。粒子数算符定义为 $\hat{N} \stackrel{\text{def}}{=} \hat{a}^\dagger \hat{a}$ 。计算 $[\hat{a}, \hat{N}]$ 和 $[\hat{a}^\dagger, \hat{N}]$ （要求将最终的结果化简成线性形式，不得含有两个算符的乘积）。

六、（10%）写出铁原子（ $Z=26$ ）的基态电子组态，并根据洪特规则确定基态原子态。（注：此题必须写出理由，只有结论者不得分）

姓名和学号: _____

本张考卷得分: _____

七、(10%) 某种原子服从LS耦合, 它的一个五重态相邻能级间隔之比为2:3:4:5, 确定这些能级的量子数L、S、J, 并把这些态用原子态符号表示。

可能会用到的公式及物理常数

光速 $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{m/s}$ Planck 常数 $h = 6.626069 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$

$\hbar = h/2\pi = 1.0545716 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} = 6.58212 \times 10^{-22} \text{MeV} \cdot \text{s}$

$\hbar c = 197.3 \text{MeV} \cdot \text{fm}$ $hc = 1.24 \times 10^{-6} \text{m} \cdot \text{eV}$

电荷单位 $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ 原子单位 $1u = 931.5 \text{MeV}/c^2$

电子质量 $m_e = 0.511 \text{MeV}/c^2 = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$

Stefan-Boltzmann 常量 $\sigma = 5.6704 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$

Wien 位移定律系数 $b = 2.898 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$

精细结构常数 $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \approx 1/137.036$

物质波 de Broglie 关系 $E = h\nu, \vec{p} = \hbar\vec{k}, p = h/\lambda$

Einstein 质能关系 $E = mc^2, E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

薛定谔方程 $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right)\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r}, t)$

定态薛定谔方程 $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right)u(\vec{r}) = Eu(\vec{r})$

测不准关系 $\Delta x\Delta p_x \geq \hbar/2$

电子的经典半径 $r_e = e^2/(4\pi\epsilon_0 m_e c^2) = 2.818 \times 10^{-15} \text{m}$

Bohr 半径 $a_\infty = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = r_e\alpha^{-2} = 0.529 \times 10^{-10} \text{m}$

Rydberg 能量 $hcR_\infty = m_e c^2 \alpha^2/2 = 13.6 \text{eV}$

Rydberg 常数 $R_\infty = 1.0973731534(13) \times 10^7 \text{m}^{-1}$

单电子原子的朗德因子 $g = 1 + \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$

朗德间隔定则 $E_{j+1} - E_j = \hbar^2\zeta(L, S)(J+1)$

基态原子态的洪特规则:

- (1) 对给定的电子组态, 原子基态具有泡利不相容原理允许的最大S值。
- (2) 对给定S的多重态, L越大能量越低。
- (3) 电子数小于支壳层半满数目时, J越小能量越低; 反之则J越大能量越低。

一、 选择题

1. $hc = 1.24 \times 10^4 \text{Å} \cdot \text{eV}$, $E = h\nu = hc/\lambda = 1.77 \sim 3.1 \text{eV}$ C
2. $T = b/\lambda_m = 2.898 \times 10^7 / 3500 = 8280 \text{K}$ A
3. T^4 D
4. Rayleigh-Jeans 公式 D
5. $W = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{12400}{5500} = 2.2545 \text{eV}$, $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{12400}{4400} = 2.8182 \text{eV}$, $V_0 = \frac{E-W}{e} = 0.56 \text{volt}$ A
6. D
7. $\frac{1}{\mu} \frac{1}{m_e} a_\infty = \frac{2m_e}{m_\mu} a_\infty = \frac{2}{207} * 0.529 = 0.00511 \text{Å}$ C
8. 12.75eV C
9. B. P22, $4 \rightarrow 2, 487 \text{nm}$; $3 \rightarrow 2, 653.6 \text{nm}$
10. C
11. B
12. CD
13. $l = 0, 1; s = \frac{1}{2}; j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2} = 0, -1, 1/2,$ D
14. D
15. A
16. C
17. $l = 3$
18. C
19. B

二、 习题 1.11, $\tilde{\nu} = 4R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), n = 7, 5, 4$. 另一条谱线为 $n=6, \lambda = \frac{1}{\tilde{\nu}} = 102.6\text{nm}$

三、 $p_x^2 \approx \Delta p_x^2 \approx \frac{\hbar^2}{4L^2}$, $E = \sqrt{p^2 + m_e^2} \approx \sqrt{\frac{3}{4L^2} + m_e^2} \approx \frac{\sqrt{3}}{2L} = \frac{\sqrt{3}}{2L} \hbar c = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 10} \cdot 197.3\text{MeV} = 17\text{MeV} = 2.74 \times 10^{-12}\text{J}$, $E \gg m_e, E_k \approx E$, 必须考虑相对论效应.

四、 (1) $k_n = n\frac{\pi}{a}, E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m a^2} n^2, u_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin k_n x, & 0 < x < a; \\ 0, & x < 0 \text{ or } x > a. \end{cases} n = 1, 2, 3, \dots$

(2)

$$k'_n = n\frac{\pi}{2a}, E'_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m a^2} n^2, u'_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{a}} \cos k'_n x, & n = 1, 3, 5, \dots \& |x| < a; \\ \sqrt{\frac{1}{a}} \sin k'_n x & n = 2, 4, 6, \dots \& |x| < a; \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$$

$$A_1 \stackrel{\text{def}}{=} (u'_1, u_1) \equiv \int_0^a \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} x \sqrt{\frac{1}{a}} \cos \frac{\pi}{2a} x dx = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi}$$

$$P_1 = |A_1|^2 = \frac{32}{9\pi^2} \approx 0.36$$

分数为 10+10

五、 $[a, N] = a, [a^\dagger, N] = -a^\dagger$

六、 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2, {}^5D_4$

七、 $\Rightarrow J + 1 = 2, 3, 4, 5 \Rightarrow J = 1, 2, 3, 4, 5. \Rightarrow S = 2, L = 3 \text{ or } S = 3, L = 2 \Rightarrow$

${}^5F_{1,2,3,4,5}, {}^7D_{1,2,3,4,5}$