

2019年秋季学期交换代数期末考试

整理人: 章俊彦 yx3x@mail.ustc.edu.cn, zhang.junyan@jhu.edu

2019年12月25日 授课教师: 陈小伍

一、(20分)

- (1) 求 \mathbb{Z} 在 $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ 中的整闭包;
- (2) $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ 是不是Dedekind整环?
- (3) 问: (2)、(3) 是否为 $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ 的素理想? 准素理想?

二、(30分) 令 $\mathbb{Z}_p := \{\frac{a}{b} : p \nmid b\}$.

- (1) 证明: \mathbb{Z}_p 是DVR, 并求Jacobson根;
- (2) 证明: \mathbb{Q} 作为 \mathbb{Z}_p -模是平坦模;
- (3) 证明: \mathbb{Q} 作为 \mathbb{Z}_p -模不是诺特模也不是Artin模。

三、(50分) 令 $A = \mathbb{C}[x, y]/(x^2 - y^3)$.

- (1) 证明: 视 A 作 \mathbb{C} -线性空间, 则 $\{x^i y^j : i \geq 0, 0 \leq j \leq 2\}$ 是一组基;
- (2) 求 A 中 (y) 的准素分解;
- (3) 求 A 中 $(y - 1)$ 的准素分解;
- (4) 证明: $\mathbb{C}[t^2, t^3] \subseteq A$;
- (5) A 是否同构于 $\mathbb{C}[t]$?