

- ① (20')
- (1) (在同构意义下) 确定所有 600 阶交换群结构, 写出初等因子, 不变因子
 - (2) 求 $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$ 的伽罗瓦群
 - (3) 求 $\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$ 的 p^2 阶子群数
 - (4) $\phi: \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/11\mathbb{Z} = G, x \mapsto (3x, 3x, 51x)$
确定 $G/\text{im}\phi$ 的直积表示

② Problem Set 2, 题 10.
(10')

- ③ (20')
- (1) $F^n(K)$ 为 K 上 n -维子空间, 求证 $GL(n, K)$ 传递地作用在 $F^n(K)$.
 - (2) Problem Set 6, 题 2. (1)

- ④ (10')
- (1) 求 S_n 全部合成群列并解释到元其他;
 - (2) 求同构意义下 201 阶群全部结构.

- ⑤ (10')
- (1) 确定 $A = \text{Aut}(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ 阶;
 - (2) 确定 $\text{Aut}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/6\mathbb{Z})$ 阶.

- ⑥ (10')
- 求证: $(G:Z(G))$ 非素数.

- ⑦* (10')
- 构造一个加法群 $G \cong \mathbb{Z}^2$, 非有限生成.

- ⑧* (10')
- 确定 $G = \mathbb{Z}^3/\text{im}\phi$ 的结构, 初等因子, 不变因子.
- $$\phi: \mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{Z}^3 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 15 & 6 & 9 \\ 6 & 6 & 6 \\ -3 & -12 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$