

2017年秋季学期微分几何(H)期末考试

整理人: 章俊彦 zhangjy9610@gmail.com

2018.01.11 08:30-10:30 主讲教师: 张希

- (1) 求测地极坐标系下 G 的泰勒展开;
(2) 若曲面上有两族测地线交成定角, 求证: $K = 0$.
- (1) 设 Σ 是曲面片, D 是其一个单连通的子集, ν 是沿 $C = \partial D$ 的平行切向量场, 且与 ∂D 成定角. 证明: C 是测地线.
(2) 若 $K \geq 2$, 求证参数区域 Ω 的面积 $\leq \pi$.
- 求以下曲面的高斯曲率, 并找出等距对应:

$$I = \frac{1}{(x^2 + y^2)(\log(x^2 + y^2))^2} (dx \otimes dx + dy \otimes dy); \quad (1)$$

$$I = \frac{1}{v^2} (du \otimes du + dv \otimes dv). \quad (2)$$

- 求证: 紧曲面上的上调和、下调和函数均是常数.
- (1) 求证: 凸曲面的高斯曲率非负;
(2) 若参数曲面 Σ 的参数区域为 Ω , 并满足

$$0 \leq \int_{\Omega} H^2 dA \left(\int_{\Sigma} K dA - 1 \right) \leq 4\pi(4\pi - 1),$$

求证: Σ 是球面.

(3) 暂缺.