

# 2016年春季学期拓扑学/拓扑学(H)期中考试

整理人：章俊彦 zhangjy9610@gmail.com

主讲教师：宋百林 考试时间：2016年4月22日 9:45-11:45

- 1.请给出一个拓扑空间满足 $T_1$ 公理但不满足 $T_2$ 公理. 给出一个拓扑空间满足 $C_1$ 公理但不满足 $C_2$ 公理.
- 2.设 $A$ 是拓扑空间 $X$ 的子集, 求证: $\partial A^\circ \subseteq \partial A$ .
3. 设 $f: X \rightarrow Y$ 是连续映射,  $Y$ 是 $T_1$ 空间,  $X$ 是紧致空间, 求证:对任意 $y \in Y$ ,  $f^{-1}(\{y\})$ 是 $X$ 的紧子集.
4. 求证: $S^1$ 与 $T^2$ 不同胚.
5. 设 $A, B$ 分别为 $X, Y$ 的紧子集,  $W$ 是 $X \times Y$ 的开集,  $A \times B \subseteq W$ . 求证:  $A, B$ 分别存在开邻域 $U, V$ , 使得 $U \times V \subseteq W$ .
6. 求证: Hilbert空间满足 $C_2$ 公理.
7. 设 $X, Y$ 是可分空间, 证明: $X \times Y$ 是可分空间.
8. 证明:  $\mathbb{E}^n$ 中的连通开集必是道路连通的.
- 9.(普通班) 写出Klein瓶的CW复形结构, 要求说明构造过程.
- 10.(普通班) 求证: 若拓扑空间 $X$ 满足 $C_2$ 公理, 则 $X$ 的任何开覆盖必存在可数子覆盖.
- 11.(华罗庚班) 求 $CP^n$ 的CW复形结构, 要求说明构造过程.
- 12.(华罗庚班) 求证: 任意拓扑流形是仿紧的. 也就是证明对任意拓扑流形 $M$ , 设 $\mathcal{U}$ 是 $M$ 的开覆盖,  $\mathcal{B}$ 是 $M$ 的拓扑基, 则存在由 $\mathcal{B}$ 中元素组成的 $\mathcal{U}$ 的可数且局部有限的开加细.