专题　带电粒子在叠加场和交变电、磁场中的运动

【目标要求】 1.了解叠加场的特点，会处理带电粒子在叠加场中的运动问题.2.掌握带电粒子在交变电、磁场中运动的解题思路和处理方法.

题型一　带电粒子在叠加场中的运动

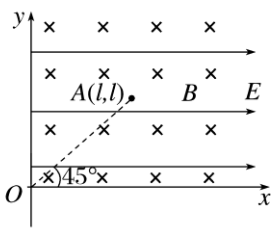
1．叠加场

电场、磁场、重力场共存，或其中某两场共存.

2．带电粒子在叠加场中常见的几种运动形式

运动性质	受力特点	方法规律
匀速直线运动	粒子所受的合力为0	平衡条件
匀速圆周运动	除洛伦兹力外，另外两力的合力为零：$qE=mg$	牛顿第二定律、圆周运动的规律
较复杂的曲线运动	除洛伦兹力外，其他力的合力既不为零，也不与洛伦兹力等大反向	动能定理、能量守恒定律

【例1】 如图所示，在竖直平面内建立直角坐标系 xOy，其第一象限存在着正交的匀强电场和匀强磁场，电场强度的方向水平向右，磁感应强度的方向垂直纸面向里．一带电荷量为$+q$、质量为 m 的微粒从原点出发，以某一初速度沿与 x 轴正方向的夹角为45°的方向进入复合场中，正好做直线运动，当微粒运动到 $A(l，l)$时，电场方向突然变为竖直向上(不计电场变化的时间)，微粒继续运动一段时间后，正好垂直于 y 轴穿出复合场．不计一切阻力，重力加速度为 g，求：



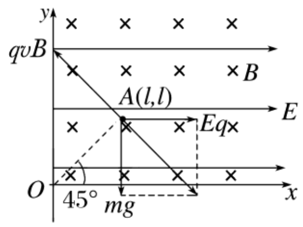
(1)电场强度 E 的大小；

(2)磁感应强度 B 的大小；

(3)微粒在复合场中的运动时间.

答案　(1)$\dfrac{mg}{q}$　(2)$\dfrac{m}{q}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$　(3)$(\dfrac{3\pi}{4}+1)\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

解析　(1)微粒到达 $A(l，l)$之前做匀速直线运动，对微粒受力分析如图甲：

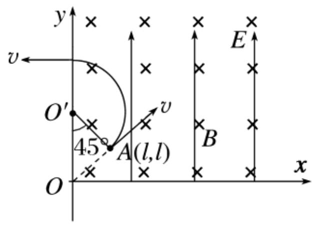


甲

可知 $Eq=mg$，得：$E=\dfrac{mg}{q}$.

(2)由平衡条件得：$qv\mathrm{B}=\sqrt{2}mg$

电场方向变化后，微粒所受重力与静电力平衡，微粒在洛伦兹力作用下做匀速圆周运动，轨迹如图乙：$qvB=m\dfrac{v^2}{r}$



乙

由几何知识可得：$r=\sqrt{2}l$

联立解得：$v=\sqrt{2gl}$，

$B=\dfrac{m}{q}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$.

(3)微粒做匀速直线运动的时间：$t_1=\dfrac{\sqrt{2}l}{v}=\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

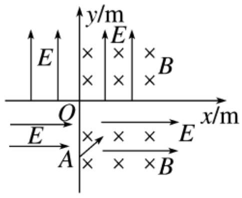
微粒做匀速圆周运动的时间：

$$t_2=\frac{\frac{3}{4}\pi\cdot\sqrt{2}l}{v}=\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}}$$

微粒在复合场中的运动时间：

$$t=t_1+t_2=(\frac{3\pi}{4}+1)\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

【例 2】 如图所示，直角坐标系 xOy 所在竖直平面内分布着场强大小相等的匀强电场，第一、二象限中场强方向沿 y 轴正方向，第三、四象限中场强方向沿 x 轴正方向；第一、四象限还分布着垂直于平面向里的匀强磁场．一质量为 0.02 kg、带正电的微粒自坐标为(0，－0.4 m)的 A 点出发，与 y 轴成 45°角以 2 m/s 的速度射入第四象限，并能在第四象限内做匀速直线运动，已知重力加速度 g 取 10 m/s^2.求：



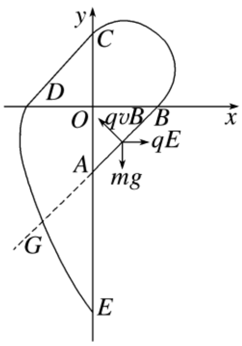
(1)微粒第一次通过 y 轴正半轴时的纵坐标；

(2)微粒运动轨迹与初速度方向所在的直线第一次相交时，所需要的时间(结果可用根式表示)；

(3)微粒从射出到第(2)问所说的时刻，动能的增加量.

答案 (1)0.4 m (2)$\frac{\sqrt{2}}{10}(6+\pi)$ s (3)0.16 J

解析 (1)微粒受力及运动过程分析如图所示：



微粒在第四象限内沿与 y 轴成 45°角做匀速直线运动，

有 $qE=mg$

$qvB=\sqrt{2}mg$

微粒在第一象限内，重力与静电力二力平衡，微粒做匀速圆周运动，

由 $qvB=\frac{mv^2}{r}$

联立解得 $r=\frac{\sqrt{2}}{5}$ m

由几何关系得，微粒在第一象限恰好做了半个周期的圆周运动，故微粒第一次通过 y 轴正半轴时的纵坐标为 0.4 m.

(2)由 A 到 B 微粒做匀速直线运动：

位移为 $x_1=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ m

时间 $t_1=\frac{x_1}{v}$

解得 $t_1=\frac{\sqrt{2}}{5}$ s

由 B 到 C 微粒做匀速圆周运动：

$t_2=\frac{\pi r}{v}$

解得 $t_2=\frac{\sqrt{2}\pi}{10}$ s

由 C 到 D 微粒做匀速直线运动：

位移为 $x_2=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ m

时间 $t_3=\frac{x_2}{v}$

解得 $t_3=\frac{\sqrt{2}}{5}$ s

由 D 到 E 微粒做类平抛运动，轨迹交 BA 延长线于 G 点

加速度方向沿 D 指向 A，大小为 $a=\sqrt{2}g$

沿 DA 方向位移大小为 $x_3=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ m

由 $x_3=\frac{1}{2}at_4^2$，

解得 $t_4=\frac{\sqrt{2}}{5}$ s

故 $t_{总}=t_1+t_2+t_3+t_4=\frac{\sqrt{2}}{10}(6+\pi)$ s

(3)只有在第三象限运动的过程，微粒动能有变化．

从 D 到 G，合外力做的功 $W=\sqrt{2}mg\cdot x_3$

由动能定理知，$W=\Delta E_k$，

解得动能的增加量为 $\Delta E_k=0.16$ J．

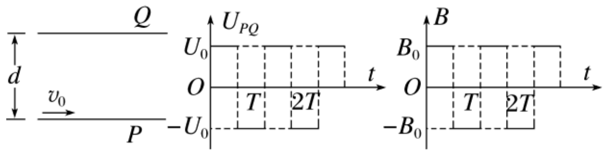
题型二　带电粒子在交变电、磁场中的运动

解决带电粒子在交变电、磁场中的运动问题的基本思路

先读图	看清并且明白场的变化情况
受力分析	分析粒子在不同的变化场区的受力情况
过程分析	分析粒子在不同时间段内的运动情况

找衔接点	找出衔接相邻两过程的速度大小及方向
选规律	联立不同阶段的方程求解

【例 3】 (2022·山东日照市高三模拟)如图甲所示，水平放置的平行金属板 P 和 Q，间距为 d，两板间存在周期性变化的电场或磁场．P、Q 间的电势差 U_{PQ} 随时间的变化规律如图乙所示，磁感应强度 B 随时间变化的规律如图丙所示，磁场方向垂直纸面向里为正方向．$t=0$ 时刻，一质量为 m、电荷量为 $+q$ 的粒子(不计重力)，以初速度 v_0 由 P 板左端靠近板面的位置，沿平行于板面的方向射入两板之间，q、m、d、v_0、U_0 为已知量．



甲　　乙　　丙

(1)若仅存在交变电场，要使粒子飞到 Q 板时，速度方向恰好与 Q 板相切，求交变电场周期 T；

(2)若仅存在匀强磁场，且满足 $B_0=\dfrac{2mv_0}{qd}$，粒子经一段时间恰能垂直打在 Q 板上(不考虑粒子反弹)，求击中点到出发点的水平距离．

答案　(1)$\sqrt{\dfrac{4md^2}{nqU_0}}(n=1,2,3\cdots\cdots)$　(2)$x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}d$

解析　(1)设经时间 t 粒子恰好沿切线飞到上板，竖直速度为零，加速度为 a，则 $a=\dfrac{qU_0}{md}$

半个周期内，粒子向上运动的距离为

$y=\dfrac{1}{2}a(\dfrac{T}{2})^2$

$d=2ny$

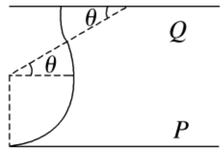
$t=nT$

联立得 $T=\sqrt{\dfrac{4md^2}{nqU_0}}(n=1,2,3\cdots\cdots)$

(2)仅存在磁场时，带电粒子在匀强磁场中做半径为 r 的匀速圆周运动，则有 $qv_0B_0=m\dfrac{{v_0}^2}{r}$

解得 $r=\dfrac{1}{2}d$

要使粒子能垂直打到 Q 板上，在交变磁场的半个周期内，粒子轨迹的圆心角设为 $90°+\theta$，如图所示，由几何关系得



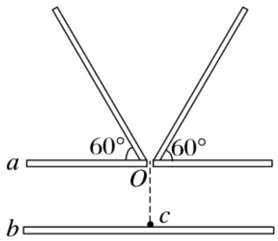
$r+2r\sin\theta=d$

解得 $\sin\theta=0.5$

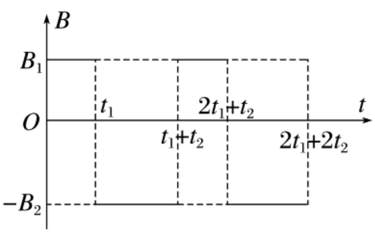
则粒子打到 Q 板的位置距出发点的水平距离为

$x=r-2r(1-\cos\theta)=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}d.$

【例 4】 如图甲所示，水平放置的平行金属板 a、b 间加直流电压 U，a 板上方有足够长的“V”字形绝缘弹性挡板，两板夹角为 60°，在挡板间加垂直纸面的交变磁场，磁感应强度随时间变化如图乙，垂直纸面向里为磁场正方向，其中 $B_1=B_0$，B_2 未知．现有一比荷为$\dfrac{q}{m}$、不计重力的带正电粒子从 c 点静止释放，$t=0$ 时刻，粒子刚好从小孔 O 进入上方磁场中，在 t_1 时刻粒子第一次撞到左挡板，紧接着在 t_1+t_2 时刻粒子撞到右挡板，然后粒子又从 O 点竖直向下返回平行金属板间，粒子与挡板碰撞前后电荷量不变，沿板的分速度不变，垂直板的分速度大小不变、方向相反，不计碰撞的时间及磁场变化产生的影响．求：



甲



乙

(1)粒子第一次到达 O 点时的速率；

(2)图中 B_2 的大小；

(3)金属板 a 和 b 间的距离 d.

答案 (1)$\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$ (2)$2B_0$ (3)$\dfrac{\pi(3+5n)}{24B_0}\sqrt{\dfrac{2Um}{q}}$($n=0,1,2,\cdots$)

解析 (1)粒子从 b 板到 a 板过程中，静电力做正功，根据动能定理有 $qU=\dfrac{1}{2}mv^2-0$

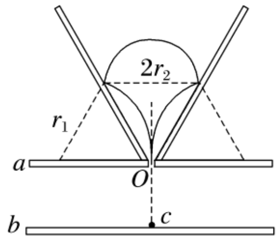
解得粒子第一次到达 O 点时的速率 $v=\sqrt{\frac{2qU}{m}}$

(2)粒子进入上方后做匀速圆周运动，洛伦兹力提供向心力，

由 $qvB=m\frac{v^2}{r}$得 $r=\frac{mv}{qB}$，

则得粒子做匀速圆周运动的半径 $r_1=\frac{mv}{qB_1}$，$r_2=\frac{mv}{qB_2}$

使其在整个装置中做周期性的往返运动，运动轨迹如图所示，由图易知：$r_1=2r_2$，



则得 $B_2=2B_0$.

(3)在 $0\sim t_1$ 时间内，粒子做匀速圆周运动的周期

$T_1=\frac{2\pi m}{qB_0}$

在 $t_1\sim(t_1+t_2)$时间内，粒子做匀速圆周运动的周期 $T_2=\frac{\pi m}{qB_0}$

由轨迹图可知 $t_1=\frac{1}{6}T_1=\frac{\pi m}{3qB_0}$

$t_2=\frac{1}{2}T_2=\frac{\pi m}{2qB_0}$

粒子在金属板 a 和 b 间往返时间为 t，

有 $d=\frac{0+v}{2}\times\frac{t}{2}$

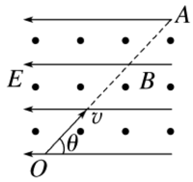
且满足 $t=t_2+n(t_1+t_2)(n=0,1,2，\cdots)$

联立可得金属板 a 和 b 间的距离 $d=\frac{\pi(3+5n)}{24B_0}\sqrt{\frac{2Um}{q}}(n=0,1,2，\cdots)$.

课时精练

必备基础练

1．(多选)质量为 m、电荷量为 q 的微粒以速度 v 与水平方向成 θ 角从 O 点进入方向如图所示的正交的匀强电场和匀强磁场组成的混合场区，该微粒在静电力、洛伦兹力和重力的共同作用下，恰好沿直线运动到 A，下列说法中正确的是(重力加速度为 g)(　　)



A．该微粒一定带负电荷

B．微粒从 O 到 A 的运动可能是匀变速运动

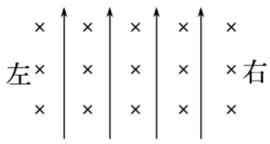
C．该磁场的磁感应强度大小为$\dfrac{mg}{qv\cos\theta}$

D．该电场的电场强度大小为$\dfrac{mg}{q\tan\theta}$

答案　AC

解析　若微粒带正电荷，它受竖直向下的重力 mg、水平向左的静电力 qE 和垂直 OA 斜向右下方的洛伦兹力 qvB，知微粒不能做直线运动，据此可知微粒应带负电荷，它受竖直向下的重力 mg、水平向右的静电力 qE 和垂直 OA 斜向左上方的洛伦兹力 qvB，又知微粒恰好沿着直线运动到 A，可知微粒应该做匀速直线运动，故 A 正确，B 错误；由平衡条件得 $qvB\cos\theta=mg$，$qvB\sin\theta=qE$，得磁场的磁感应强度大小 $B=\dfrac{mg}{qv\cos\theta}$，电场的电场强度大小 $E=\dfrac{mg\tan\theta}{q}$，故 C 正确，D 错误．

2．(2017·全国卷Ⅰ·16)如图，空间某区域存在匀强电场和匀强磁场，电场方向竖直向上(与纸面平行)，磁场方向垂直于纸面向里，三个带正电的微粒 a、b、c 电荷量相等，质量分别为 m_a、m_b、m_c，已知在该区域内，a 在纸面内做匀速圆周运动，b 在纸面内向右做匀速直线运动，c 在纸面内向左做匀速直线运动．下列选项正确的是(　　)



A．$m_a>m_b>m_c$　　B．$m_b>m_a>m_c$

C．$m_c>m_a>m_b$　　D．$m_c>m_b>m_a$

答案　B

解析　设三个微粒的电荷量均为 q，

a 在纸面内做匀速圆周运动，说明洛伦兹力提供向心力，重力与静电力平衡，则

$m_a g=qE$①

b 在纸面内向右做匀速直线运动，三力平衡，则

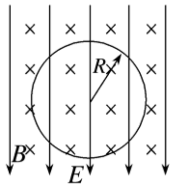
$m_b g=qE+qvB$②

c 在纸面内向左做匀速直线运动，三力平衡，则

$m_c g+qvB=qE$③

比较①②③式得：$m_b>m_a>m_c$，选项 B 正确．

3.如图所示，一带电液滴在相互垂直的匀强电场和匀强磁场中刚好做匀速圆周运动，其轨道半径为 R，已知该电场的电场强度为 E，方向竖直向下；该磁场的磁感应强度为 B，方向垂直纸面向里，不计空气阻力，设重力加速度为 g，则(　　)



A．液滴带正电

B．液滴比荷$\frac{q}{m}=\frac{E}{g}$

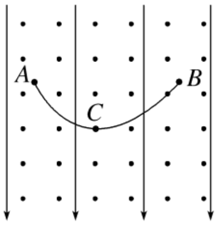
C．液滴沿顺时针方向运动

D．液滴运动速度大小 $v=\frac{Rg}{BE}$

答案　C

解析　液滴在重力场、匀强电场、匀强磁场的复合场中做匀速圆周运动，可知 $qE=mg$，得$\frac{q}{m}=\frac{g}{E}$，故选项 B 错误；静电力方向竖直向上，液滴带负电，选项 A 错误；由左手定则可判断液滴沿顺时针方向转动，选项 C 正确；对液滴，有 $qE=mg$，$qvB=m\frac{v^2}{R}$，得 $v=\frac{RBg}{E}$，故选项 D 错误．

4.(多选)如图所示，空间存在竖直向下的匀强电场和垂直纸面向外的匀强磁场，一带电液滴从静止开始自 A 点沿曲线 ACB 运动，到达 B 点时速度为零，C 点是运动轨迹的最低点，不计空气阻力，则以下说法中正确的是(　　)



A．液滴一定带正电

B．液滴在 C 点时的动能最大

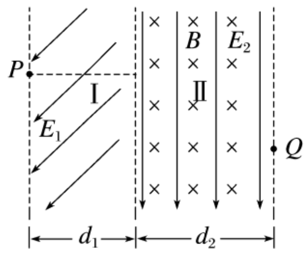
C．从 A 到 C 过程液滴的电势能增大

D．从 C 到 B 过程液滴的机械能增大

答案　BCD

解析　从题图中可以看出，带电液滴由静止开始向下运动，说明重力和静电力的合力向下，洛伦兹力指向弧线内侧，根据左手定则可知，液滴带负电，故 A 错误；重力向下，静电力向上，且重力大于静电力，从 A 到 C 的过程中，重力做正功，而静电力做负功，洛伦兹力不做功，合力做正功，液滴动能增大，从 C 到 B 的过程中，重力做负功，静电力做正功，洛伦兹力不做功，合力做负功，液滴动能减小，所以液滴在 C 点时的动能最大，故 B 正确；从 A 到 C 过程液滴克服静电力做功，电势能增大，故 C 正确；从 C 到 B 的过程中，静电力做正功，洛伦兹力不做功，机械能增大，故 D 正确．

5．如图，区域Ⅰ内有与水平方向成 45°角的匀强电场 E_1，区域宽度为 d_1，区域Ⅱ内有正交的有界匀强磁场 B 和匀强电场 E_2，区域宽度为 d_2，磁场方向垂直纸面向里，电场方向竖直向下．一质量为 m、电荷量大小为 q 的微粒在区域Ⅰ左边界的 P 点，由静止释放后水平向右做直线运动，进入区域Ⅱ后做匀速圆周运动，从区域Ⅱ右边界上的 Q 点穿出，其速度方向改变了 30°，重力加速度为 g，求：



(1)区域Ⅰ和区域Ⅱ内匀强电场的电场强度 E_1、E_2 的大小；

(2)区域Ⅱ内匀强磁场的磁感应强度 B 的大小；

(3)微粒从 P 运动到 Q 的时间．

答案　(1)$\dfrac{\sqrt{2}mg}{q}$　$\dfrac{mg}{q}$　(2)$\dfrac{m\sqrt{2gd_1}}{2qd_2}$　(3)$\sqrt{\dfrac{2d_1}{g}}+\dfrac{\pi d_2}{\sqrt{18gd_1}}$

解析　(1)微粒在区域Ⅰ内水平向右做直线运动，则在竖直方向上有：$qE_1\sin 45° = mg$

解得：$E_1 = \dfrac{\sqrt{2}mg}{q}$

微粒在区域Ⅱ内做匀速圆周运动，则重力和静电力平衡，

有：$mg = qE_2$，解得：$E_2 = \dfrac{mg}{q}$

(2)粒子进入磁场区域时满足：

$qE_1d_1\cos 45° = \dfrac{1}{2}mv^2$

$qvB = m\dfrac{v^2}{R}$

根据几何关系，分析可知：$R = \dfrac{d_2}{\sin 30°} = 2d_2$

整理得：$B = \dfrac{m\sqrt{2gd_1}}{2qd_2}$

(3)微粒从 P 到 Q 的时间包括在区域Ⅰ内的运动时间 t_1 和在区域Ⅱ内的运动时间 t_2，

并满足：$\dfrac{1}{2}a_1t_1{}^2 = d_1$

$mg\tan 45° = ma_1$

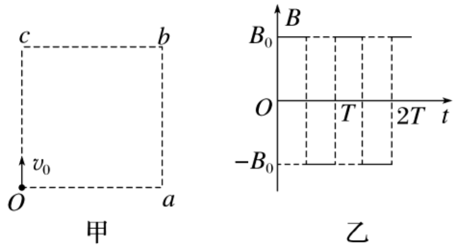
整理得 $t_1 = \sqrt{\dfrac{2d_1}{g}}$

$t_2 = \dfrac{30°}{360°}\cdot\dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{1}{12}\cdot\dfrac{2\pi\cdot 2d_2}{\sqrt{2gd_1}}$

得：$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\dfrac{2d_1}{g}} + \dfrac{\pi d_2}{\sqrt{18gd_1}}$.

能力综合练

6．在如图甲所示的正方形平面 $Oabc$ 内存在着垂直于该平面的匀强磁场，磁感应强度的变化规律如图乙所示．一个质量为 m、带电荷量为＋q 的粒子(不计重力)在 t＝0 时刻平行于 Oc 边从 O 点射入磁场中．已知正方形边长为 L，磁感应强度的大小为 B_0，规定垂直于纸面向外的方向为磁场的正方向．



(1)求带电粒子在磁场中做圆周运动的周期 T_0.

(2)若带电粒子不能从 Oa 边界射出磁场，求磁感应强度的变化周期 T 的最大值.

(3)要使带电粒子从 b 点沿着 ab 方向射出磁场，求满足这一条件的磁感应强度变化的周期 T 及粒子射入磁场时的速度大小.

答案　(1)$\dfrac{2\pi m}{qB_0}$　(2)$\dfrac{5\pi m}{3qB_0}$　(3)$\dfrac{\pi m}{qB_0}$　$\dfrac{qB_0L}{nm}$(n＝2,4,6，…)

解析　(1)由 $qvB_0=m\dfrac{v^2}{r}$，$T_0=\dfrac{2\pi r}{v}$，

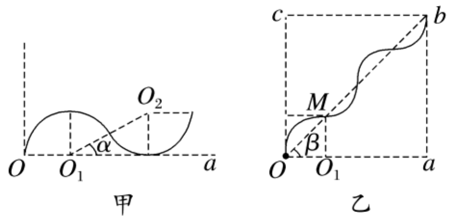
解得 $T_0=\dfrac{2\pi m}{qB_0}$.

(2)如图甲所示为周期最大时粒子不能从 Oa 边射出的临界情况，由几何关系可知 $\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$，

解得 $\alpha=30°$.

在磁场变化的半个周期内，粒子在磁场中的运动轨迹对应的圆心角为 150°，

运动时间为 $t=\dfrac{5}{12}T_0=\dfrac{5\pi m}{6qB_0}$.



而 $t=\dfrac{T}{2}$

所以磁感应强度的变化周期 T 的最大值为$\dfrac{5\pi m}{3qB_0}$.

(3)如图乙所示为粒子从 b 点沿着 ab 方向射出磁场的一种情况．在磁场变化的半个周期内，粒子在磁场中的运动轨迹对应的圆心角为 2β，其中 $\beta=45°$，即$\dfrac{T}{2}=\dfrac{T_0}{4}$

所以磁场变化的周期为 $T=\dfrac{\pi m}{qB_0}$

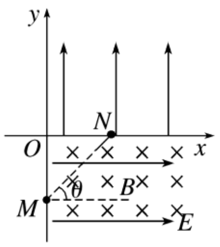
弦 OM 的长度为 $s=\dfrac{\sqrt{2}L}{n}$($n=2,4,6$，…)

圆弧半径为 $R=\frac{s}{\sqrt{2}}=\frac{L}{n}(n=2,4,6，\cdots)$

由 $qv_0B_0=m\frac{v_0^2}{R}$，

解得 $v_0=\frac{qB_0L}{nm}(n=2,4,6，\cdots)$．

7．(2022·江西高三月考)如图所示，在竖直平面内的直角坐标系 xOy 中，第四象限内有垂直坐标平面向里的匀强磁场和沿 x 轴正方向的匀强电场，磁感应强度大小为 B，电场强度大小为 E.第一象限中有沿 y 轴正方向的匀强电场(电场强度大小未知)且某未知矩形区域内有垂直坐标平面向里的匀强磁场(磁感应强度大小也为 B)．一个带电小球从图中 y 轴上的 M 点，沿与 x 轴成 $\theta=45°$角斜向上做匀速直线运动，由 x 轴上的 N 点进入第一象限并立即在矩形磁场区域内做匀速圆周运动，离开矩形磁场区域后垂直打在 y 轴上的 P 点(图中未标出)，已知 O、N 点间的距离为 L，重力加速度大小为 g(取 sin 22.5°＝0.4，cos 22.5°＝0.9)．求：



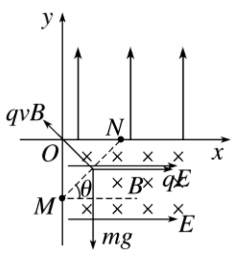
(1)小球所带电荷量与质量的比值和第一象限内匀强电场的场强大小；

(2)矩形匀强磁场区域面积 S 的最小值；

(3)小球从 M 点运动到 P 点所用的时间．

答案　(1)$\frac{g}{E}$　E　(2)$\frac{2.16E^4}{g^2B^4}$　(3)$\frac{BL}{E}(1+\frac{\sqrt{2}}{2})+\frac{E}{gB}(\frac{3}{4}\pi-\frac{\sqrt{2}}{2})$

解析　(1)设小球质量为 m，电荷量为 q，速度为 v，小球在 MN 段受力如图



因为在 MN 段做匀速直线运动，所以小球受力平衡，由平衡条件得

$mg\tan 45°=qE$

$qvB\sin 45°=qE$

解得$\frac{q}{m}=\frac{g}{E}$

要使小球进入第一象限后能立即在矩形磁场区城内做匀速圆周运动，则小球受的重力必须与静电力平衡，$mg=qE_1$

联立解得 $E_1=E$

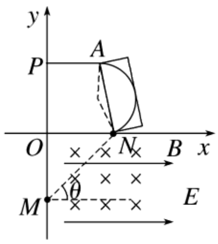
(2)由(1)可知 $qvB=\sqrt{2}qE$

即 $v=\frac{\sqrt{2}E}{B}$

由 $qvB=m\frac{v^2}{R}$

可知 $R=\frac{mv}{qB}=\frac{\sqrt{2}E^2}{gB^2}$

由图可知矩形的最小面积 $S=2R\cos 22.5°\times(R-R\sin 22.5°)=\frac{2.16E^4}{g^2B^4}$



(3)在第四象限运动的时间

$t_1=\frac{\sqrt{2}L}{v}$

在第一象限矩形磁场区域运动的时间

$t_2=\frac{\frac{3\pi R}{4}}{v}$

在第一象限做匀速直线运动的时间

$t_3=\frac{L-\frac{\sqrt{2}}{2}R}{v}$

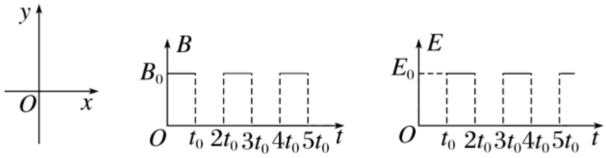
联立解得小球从 M 到 P 的总时间

$t=t_1+t_2+t_3=\frac{BL}{E}(1+\frac{\sqrt{2}}{2})+\frac{E}{gB}(\frac{3}{4}\pi-\frac{\sqrt{2}}{2})$.

素养提升练

8．如图甲所示，在 xOy 平面内存在大小随时间周期性变化的磁场和电场，变化规律分别如

图乙、丙所示(规定垂直纸面向里为磁感应强度的正方向、沿 y 轴正方向电场强度为正)．在 $t=0$ 时刻由原点 O 发射初速度大小为 v_0，方向沿 y 轴正方向的带负电粒子．v_0、t_0、B_0 为已知量，粒子的比荷为$\dfrac{\pi}{B_0t_0}$，不计粒子的重力．求：



甲　　乙　　丙

(1)$t=t_0$ 时，粒子的位置坐标；

(2)若 $t=5t_0$ 时粒子回到原点，$0\sim5t_0$ 时间内粒子距 x 轴的最大距离；

(3)若粒子能够回到原点，满足条件的所有 E_0 值．

答案　(1)$(\dfrac{2v_0t_0}{\pi}，0)$　(2)$(\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{\pi})v_0t_0$　(3)$\dfrac{v_0B_0}{n\pi}(n=1,2,3，\cdots)$

解析　(1)粒子在 $0\sim t_0$ 内沿顺时针方向做匀速圆周运动 $qv_0B_0=m\dfrac{v_0^2}{r_1}$，$T=\dfrac{2\pi r_1}{v_0}$，解得 $r_1=\dfrac{mv_0}{qB_0}$，

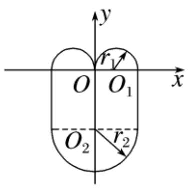
$T=\dfrac{2\pi m}{qB_0}$

又粒子的比荷$\dfrac{q}{m}=\dfrac{\pi}{B_0t_0}$

解得 $r_1=\dfrac{v_0t_0}{\pi}$，$T=2t_0$

故 $t=t_0$ 时，粒子的位置坐标为$(\dfrac{2v_0t_0}{\pi}，0)$．

(2)粒子在 $t=5t_0$ 时回到原点，运动轨迹如图甲所示．

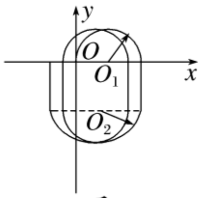


甲

由 $r_2=2r_1$，$r_1=\dfrac{mv_0}{qB_0}$，$r_2=\dfrac{mv_2}{qB_0}$，解得 $v_2=2v_0$

则在 $0\sim5t_0$ 时间内粒子距 x 轴的最大距离 $h_m=\dfrac{v_0+2v_0}{2}t_0+r_2=(\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{\pi})v_0t_0$.

(3)如图乙所示，



乙

设带电粒子在 x 轴下方做圆周运动的轨迹半径为 r_2'，由几何关系可知，要使粒子能够回到原点，则必须满足 $n(2r_2'-2r_1)=2r_1(n=1,2,3,\cdots)$

其中 $r_2'=\dfrac{mv}{qB_0}$

解得 $v=\dfrac{n+1}{n}v_0(n=1,2,3,\cdots)$

又 $v=v_0+\dfrac{qE_0}{m}t_0$

解得 $E_0=\dfrac{v_0B_0}{n\pi}(n=1,2,3,\cdots)$.