

# 电磁感应中的动力学和能量问题

**【目标要求】** 1.会用动力学知识分析电磁感应问题.2.会用功能关系和能量守恒解决电磁感应中的能量问题.

## 题型一 电磁感应中的动力学问题

### 1. 导体的两种运动状态

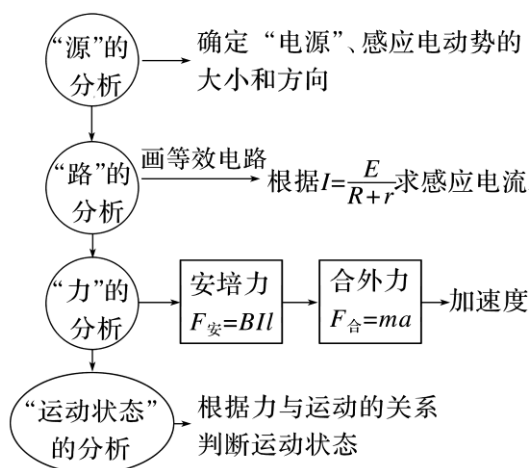
(1)导体的平衡状态——静止状态或匀速直线运动状态.

处理方法：根据平衡条件列式分析.

(2)导体的非平衡状态——加速度不为零.

处理方法：根据牛顿第二定律进行动态分析或结合功能关系分析.

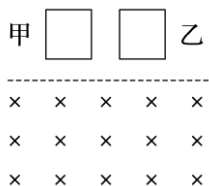
### 2. 用动力学观点解答电磁感应问题的一般步骤



### 3. 导体常见运动情况的动态分析

|   |                                       |          |   |
|---|---------------------------------------|----------|---|
| $v$<br>↓<br>$E = Blv$<br>↓<br>$I = \frac{E}{R+r}$<br>↓<br>$F_{安} = BIl$<br>↓<br>$F_{合}$ | 若 $F_{合} = 0$                         | 匀速直线运动   |   |
|   | 若 $F_{合} \neq 0$<br>↓<br>$F_{合} = ma$ | $a、v$ 同向 | $v$ 增大, 若 $a$ 恒定, 拉力 $F$ 增大   |
|   |                                       |          | $v$ 增大, $F_{安}$ 增大, $F_{合}$ 减小, $a$ 减小, 做加速度减小的加速运动, 减小到 $a=0$ , 匀速直线运动 |
|   |                                       | $a、v$ 反向 | $v$ 减小, $F_{安}$ 减小, $a$ 减小, 当 $a=0$ , 静止或匀速直线运动                         |

**【例 1】** (多选)(2021·全国甲卷·21)由相同材料的导线绕成边长相同的甲、乙两个正方形闭合线圈,两线圈的质量相等,但所用导线的横截面积不同,甲线圈的匝数是乙的 2 倍.现两线圈在竖直平面内从同一高度同时由静止开始下落,一段时间后进入一方向垂直于纸面的匀强磁场区域,磁场的上边界水平,如图所示.不计空气阻力,已知下落过程中线圈始终平行于纸面,上、下边保持水平.在线圈下边进入磁场后且上边进入磁场前,可能出现的是( )



- A. 甲和乙都加速运动
- B. 甲和乙都减速运动
- C. 甲加速运动,乙减速运动
- D. 甲减速运动,乙加速运动

答案 AB

解析 设线圈下边到磁场的高度为  $h$ ,线圈的边长为  $l$ ,则线圈下边刚进入磁场时,有  $v = \sqrt{2gh}$ ,

感应电动势为  $E = nBlv$ ,

两线圈材料相同(设密度为  $\rho_0$ ),质量相同(设为  $m$ ),

则  $m = \rho_0 \times 4nl \times S$ ,

设材料的电阻率为  $\rho$ ,则线圈电阻

$$R = \rho \frac{4nl}{S} = \frac{16n^2 l^2 \rho \rho_0}{m}$$

$$\text{感应电流为 } I = \frac{E}{R} = \frac{mBv}{16nl\rho\rho_0}$$

$$\text{所受安培力大小为 } F = nBIl = \frac{mB^2v}{16\rho\rho_0}$$

由牛顿第二定律有  $mg - F = ma$

$$\text{联立解得 } a = g - \frac{F}{m} = g - \frac{B^2v}{16\rho\rho_0}$$

加速度和线圈的匝数、横截面积无关,则甲和乙进入磁场时,具有相同的加速度.

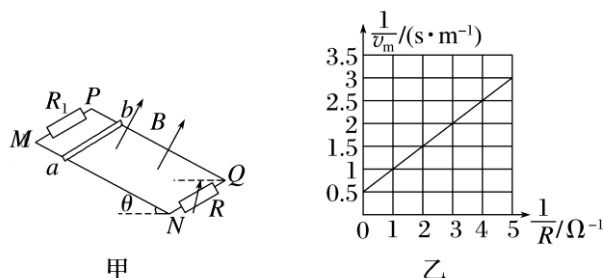
当  $g > \frac{B^2v}{16\rho\rho_0}$  时,甲和乙都加速运动,

当  $g < \frac{B^2 v}{16 \rho \rho_0}$  时, 甲和乙都减速运动,

当  $g = \frac{B^2 v}{16 \rho \rho_0}$  时, 甲和乙都匀速运动,

故选 A、B.

**【例 2】** 如图甲所示,  $MN$ 、 $PQ$  两条平行的光滑金属轨道与水平面成  $\theta=30^\circ$  角固定, 间距为  $L=1\text{ m}$ , 质量为  $m$  的金属杆  $ab$  垂直放置在轨道上且与轨道接触良好, 其阻值忽略不计. 空间存在匀强磁场, 磁场方向垂直于轨道平面向上, 磁感应强度为  $B=0.5\text{ T}$ .  $P$ 、 $M$  间接有阻值为  $R_1$  的定值电阻,  $Q$ 、 $N$  间接电阻箱  $R$ . 现从静止释放  $ab$ , 改变电阻箱的阻值  $R$ , 测得最大速度为  $v_m$ , 得到  $\frac{1}{v_m}$  与  $\frac{1}{R}$  的关系如图乙所示. 若轨道足够长且电阻不计, 重力加速度  $g$  取  $10\text{ m/s}^2$ , 则( )



- A. 金属杆中感应电流方向为  $a$  指向  $b$
- B. 金属杆所受的安培力沿轨道向下
- C. 定值电阻的阻值为  $1\ \Omega$
- D. 金属杆的质量为  $1\text{ kg}$

答案 C

解析 由右手定则可判断, 金属杆中感应电流方向由  $b$  指向  $a$ , 由左手定则知, 金属杆所受

的安培力沿轨道向上, A、B 错误; 总电阻为  $R_{\text{总}} = \frac{R_1 R}{R_1 + R}$ ,  $I = \frac{BLv}{R_{\text{总}}}$ , 当达到最大速度时, 金

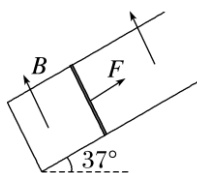
属杆受力平衡, 有  $mg \sin \theta = BIL = \frac{B^2 L^2 v_m}{R_1 R} \cdot (R_1 + R)$ , 变形得  $\frac{1}{v_m} = \frac{B^2 L^2}{mg \sin \theta} \cdot \frac{1}{R} + \frac{B^2 L^2}{mg R_1 \sin \theta}$ , 根据图

像可得  $\frac{B^2 L^2}{mg \sin \theta} = k = \frac{3 - 0.5}{5 - 0}\text{ s} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \Omega$ ,  $\frac{B^2 L^2}{mg R_1 \sin \theta} = b = 0.5\text{ s} \cdot \text{m}^{-1}$ , 解得杆的质量  $m = 0.1\text{ kg}$ , 定

值电阻  $R_1 = 1\ \Omega$ , C 正确, D 错误.

**【例 3】** (多选) 如图所示, U 形光滑金属导轨与水平面成  $37^\circ$  角倾斜放置, 现将一金属杆垂直放置在导轨上且与两导轨接触良好, 在与金属杆垂直且沿着导轨向上的外力  $F$  的作用下, 金属杆从静止开始做匀加速直线运动. 整个装置处于垂直导轨平面向上的匀强磁场中, 外力  $F$  的

最小值为 8 N, 经过 2 s 金属杆运动到导轨最上端并离开导轨. 已知 U 形金属导轨两轨道之间的距离为 1 m, 导轨电阻可忽略不计, 金属杆的质量为 1 kg、电阻为 1  $\Omega$ , 磁感应强度大小为 1 T, 重力加速度  $g=10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sin 37^\circ=0.6$ ,  $\cos 37^\circ=0.8$ . 下列说法正确的是( )



- A. 拉力  $F$  是恒力
- B. 拉力  $F$  随时间  $t$  均匀增加
- C. 金属杆运动到导轨最上端时拉力  $F$  为 12 N
- D. 金属杆运动的加速度大小为  $2 \text{ m/s}^2$

答案 BCD

解析  $t$  时刻, 金属杆的速度大小为  $v=at$ , 产生的感应电动势为  $E=Blv$ , 电路中的感应电流

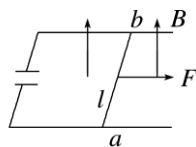
$$I = \frac{Blv}{R}, \text{ 金属杆所受的安培力大小为 } F_{\text{安}} = BIl = \frac{B^2 l^2 at}{R}, \text{ 由牛顿第二定律可知 } F = ma + mg \sin 37^\circ + \frac{B^2 l^2 at}{R},$$

$F$  是  $t$  的一次函数, 选项 A 错误, B 正确;  $t=0$  时,  $F$  最小, 代入数据可求得  $a=$

$2 \text{ m/s}^2$ , 选项 D 正确;  $t=2 \text{ s}$  时, 代入数据解得  $F=12 \text{ N}$ , 选项 C 正确.

#### 考向 2 “单棒+电容器”模型

棒的初速度为零, 拉力  $F$  恒定(棒和水平导轨电阻忽略不计, 摩擦力不计)



如图, 运动过程分析: 棒做加速运动, 持续对电容器充电, 则存在充电电流

$$\text{由 } F - BIl = ma, I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \Delta Q = C\Delta U, \Delta U = \Delta E = Bl\Delta v,$$

$$\text{联立可得 } F - \frac{CB^2 l^2 \Delta v}{\Delta t} = ma, \text{ 其中 } \frac{\Delta v}{\Delta t} = a,$$

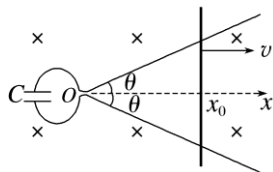
$$\text{则可得 } a = \frac{F}{m + B^2 l^2 C}$$

所以棒做加速度恒定的匀加速直线运动.

$$\text{功能关系: } W_F = \frac{1}{2}mv^2 + E_{\text{电}}$$

**【例 4】** (2021·河北卷·7) 如图, 两光滑导轨水平放置在竖直向下的匀强磁场中, 磁感应强度大小为  $B$ , 导轨间距最窄处为一狭缝, 取狭缝所在处  $O$  点为坐标原点, 狭缝右侧两导轨与  $x$  轴

夹角均为  $\theta$ ，一电容为  $C$  的电容器与导轨左端相连，导轨上的金属棒与  $x$  轴垂直，在外力  $F$  作用下从  $O$  点开始以速度  $v$  向右匀速运动，忽略所有电阻，下列说法正确的是( )



- A. 通过金属棒的电流为  $2BCv^2 \tan \theta$
- B. 金属棒到达  $x_0$  时，电容器极板上的电荷量为  $BCvx_0 \tan \theta$
- C. 金属棒运动过程中，电容器的上极板带负电
- D. 金属棒运动过程中，外力  $F$  做功的功率恒定

答案 A

解析 根据楞次定律可知电容器的上极板应带正电，C 错误；

由题知金属棒匀速切割磁感线，根据几何关系知切割长度为  $L = 2x \tan \theta$ ， $x = vt$

则产生的感应电动势为  $E = 2Bv^2 t \tan \theta$

由题图可知电容器直接与电源相连，则电容器的电荷量为  $Q = CE = 2BCv^2 t \tan \theta$

则流过金属棒的电流  $I = \frac{Q}{t} = 2BCv^2 \tan \theta$ ，A 正确；

当金属棒到达  $x_0$  处时，金属棒产生的感应电动势为

$$E' = 2Bvx_0 \tan \theta$$

则此时电容器的电荷量为  $Q' = CE' = 2BCvx_0 \tan \theta$ ，B 错误；

由于金属棒做匀速运动，

$$则 F = F_{安} = BIL = 4B^2 C v^3 \tan^2 \theta \cdot t,$$

$F$  与  $t$  成正比，则  $F$  为变力，根据力做功的功率公式  $P = Fv$

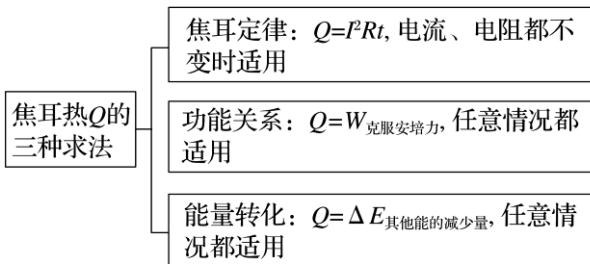
可知功率  $P$  随力  $F$  变化而变化，D 错误。

## 题型二 电磁感应中的能量问题

### 1. 电磁感应中的能量转化



### 2. 求解焦耳热 $Q$ 的三种方法

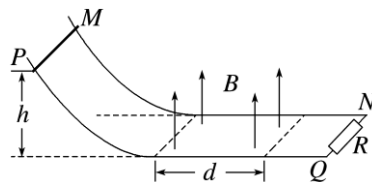


### 3. 解题的一般步骤

- (1)确定研究对象(导体棒或回路);
- (2)弄清电磁感应过程中哪些力做功, 以及哪些形式的能量相互转化;
- (3)根据功能关系或能量守恒定律列式求解.

#### 考向 1 应用功能关系解决电磁感应中的能量问题

**【例 5】** (多选)如图,  $MN$  和  $PQ$  是电阻不计的平行金属导轨, 其间距为  $L$ , 导轨弯曲部分光滑, 平直部分粗糙, 两部分平滑连接, 平直部分右端接一个阻值为  $R$  的定值电阻. 平直部分导轨左边区域有宽度为  $d$ 、方向竖直向上、磁感应强度大小为  $B$  的匀强磁场. 质量为  $m$ 、电阻也为  $R$  的金属棒从高度为  $h$  处由静止释放, 到达磁场右边界处恰好停止. 已知金属棒与平直部分导轨间的动摩擦因数为  $\mu$ , 重力加速度大小为  $g$ , 金属棒与导轨间接触良好, 则金属棒穿过磁场区域的过程中( )



- 流过金属棒的最大电流为  $\frac{Bd\sqrt{2gh}}{2R}$
- 通过金属棒的电荷量为  $\frac{BdL}{2R}$
- 克服安培力所做的功为  $mgh$
- 金属棒内产生的焦耳热为  $\frac{1}{2}mg(h-\mu d)$

答案 BD

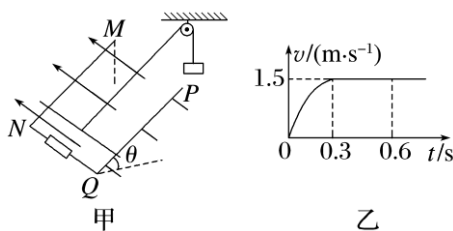
**解析** 金属棒下滑到弯曲部分底端时, 根据动能定理有  $mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$ , 金属棒在磁场中运动时产生的感应电动势  $E = BLv$ , 金属棒受到的安培力  $F = BIL$ , 当金属棒刚进入磁场中时, 感应电流最大, 分析可得  $I_{\max} = \frac{BL\sqrt{2gh}}{2R}$ , 所以 A 错误; 金属棒穿过磁场区域的过程中通过金属棒

的电荷量  $q = \bar{I}t = \frac{\Delta\Phi}{2R} = \frac{BdL}{2R}$ , 所以 B 正确; 对整个过程由动能定理得  $mgh - W_{\text{克安}} - \mu mgd = 0$ ,

金属棒克服安培力做的功  $W_{\text{克安}} = mgh - \mu mgd$ , 金属棒内产生的焦耳热  $Q = \frac{1}{2}W_{\text{克安}} = \frac{1}{2}mg(h - \mu d)$ , 所以 C 错误, D 正确.

### 考向 2 应用能量守恒定律解决电磁感应中的能量问题

**【例 6】** 如图甲所示, 一足够长阻值不计的光滑平行金属导轨  $MN$ 、 $PQ$  之间的距离  $L=0.5\text{ m}$ ,  $NQ$  两端连接阻值  $R=2.0\ \Omega$  的电阻, 磁感应强度为  $B$  的匀强磁场垂直于导轨所在平面向上, 导轨平面与水平面间的夹角  $\theta=30^\circ$ , 一质量  $m_1=0.40\text{ kg}$ 、接入电路的阻值  $r=1.0\ \Omega$  的金属棒垂直于导轨放置并用绝缘细线通过光滑的轻质定滑轮与质量  $m_2=0.80\text{ kg}$  的重物相连. 细线与金属导轨平行. 金属棒沿导轨向上滑行的速度  $v$  与时间  $t$  之间的关系如图乙所示, 已知金属棒在  $0\sim 0.3\text{ s}$  内通过的电荷量是  $0.3\sim 0.6\text{ s}$  内通过电荷量的  $\frac{2}{3}$ ,  $g=10\text{ m/s}^2$ , 求:



(1)  $0\sim 0.3\text{ s}$  内金属棒通过的位移大小;

(2) 金属棒在  $0\sim 0.6\text{ s}$  内产生的热量.

**答案** (1)  $0.3\text{ m}$  (2)  $1.05\text{ J}$

**解析** (1)  $0\sim 0.3\text{ s}$  内通过金属棒的电荷量

$$q_1 = \frac{\Delta\Phi}{R+r} = \frac{BLx_1}{R+r}$$

$$0.3\sim 0.6\text{ s} \text{ 内通过金属棒的电荷量 } q_2 = I_2 t_2 = \frac{BLv_0 t_2}{R+r}$$

由题中的电荷量关系  $\frac{q_1}{q_2} = \frac{2}{3}$ , 解得:  $x_1 = 0.3\text{ m}$

(2) 金属棒在  $0\sim 0.6\text{ s}$  内通过的总位移为  $x = x_1 + x_2 = x_1 + v_0 t_2$ , 解得  $x = 0.75\text{ m}$

根据能量守恒定律有  $m_2 gx - m_1 gx \sin \theta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + Q$

解得  $Q = 3.15\text{ J}$

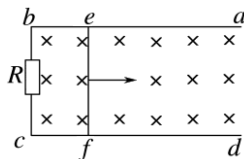
由于金属棒与电阻  $R$  串联, 电流相等, 根据焦耳定律  $Q = I^2 R t$ , 它们产生的热量与电阻成正

比, 所以金属棒在  $0 \sim 0.6 \text{ s}$  内产生的热量  $Q_r = \frac{r}{R+r}Q = 1.05 \text{ J}$ .

## 课时精练

### ✓ 必备基础练

1. 如图所示, 在一匀强磁场中有一 U 形导线框  $abcd$ , 线框处于水平面内, 磁场与线框平面垂直,  $R$  为一电阻,  $ef$  为垂直于  $ab$  的一根导体杆, 它可在  $ab$ 、 $cd$  上无摩擦地滑动. 杆  $ef$  及线框的电阻不计, 开始时, 给  $ef$  一个向右的初速度, 则( )



- A.  $ef$  将减速向右运动, 但不是匀减速运动
- B.  $ef$  将匀减速向右运动, 最后停止
- C.  $ef$  将匀速向右运动
- D.  $ef$  将往返运动

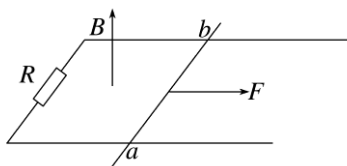
答案 A

解析  $ef$  向右运动, 切割磁感线, 产生感应电动势和感应电流, 会受到向左的安培力而做减

速运动, 由  $F = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{R} = ma$  知,  $ef$  做的是加速度减小的减速运动, 最终停止运动, 故 A

正确, B、C、D 错误.

2. (多选) 水平放置的 U 形导轨足够长, 置于方向竖直向上的匀强磁场中, 如图所示. 磁感应强度大小  $B = 5 \text{ T}$ , 导轨宽度  $L = 0.4 \text{ m}$ , 左侧与  $R = 0.5 \Omega$  的定值电阻连接, 右侧有导体棒  $ab$  跨放在导轨上, 导体棒  $ab$  质量  $m = 2.0 \text{ kg}$ , 电阻  $r = 0.5 \Omega$ , 与导轨间的动摩擦因数  $\mu = 0.2$ , 其余电阻可忽略不计. 导体棒  $ab$  在大小为  $10 \text{ N}$  的水平外力  $F$  作用下, 由静止开始运动了  $x = 40 \text{ cm}$  时, 速度达到最大, 运动过程中导体棒始终垂直导轨且接触良好, 取  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . 下列说法正确的是( )



- A. 导体棒  $ab$  加速度为零时速度最大
- B. 导体棒  $ab$  运动的最大速度是  $2.0 \text{ m/s}$

- C. 当导体棒  $ab$  的速度为  $1 \text{ m/s}$  时, 导体棒  $ab$  的加速度是  $1.0 \text{ m/s}^2$   
 D. 导体棒  $ab$  由静止达到最大速度的过程中, 电阻  $R$  上产生的热量是  $0.15 \text{ J}$

答案 AC

解析 导体棒  $ab$  垂直切割磁感线, 产生的电动势大小  $E = BLv$ , 由闭合电路欧姆定律有  $I =$

$\frac{E}{R+r}$ , 导体棒受到的安培力  $F_A = BIL = \frac{B^2L^2v}{R+r}$ , 则当导体棒做匀速直线运动时速度最大, 由平

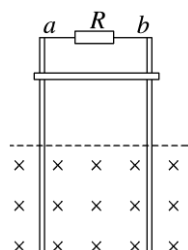
衡条件得  $\frac{B^2L^2v_m}{R+r} + \mu mg = F$ , 解得最大速度  $v_m = 1.5 \text{ m/s}$ , 故 A 正确, B 错误; 当速度为  $v = 1 \text{ m/s}$

时, 由牛顿第二定律得  $F - \frac{B^2L^2v}{R+r} - \mu mg = ma$ , 解得  $a = 1 \text{ m/s}^2$ , 故 C 正确; 在整个过程中,

由能量守恒定律可得  $Fx = Q + \mu mgx + \frac{1}{2}mv_m^2$ , 解得  $Q = 0.15 \text{ J}$ , 所以  $Q_R = \frac{Q}{2} = 0.075 \text{ J}$ , 故 D 错

误.

3. 两根足够长的光滑导轨竖直放置, 间距为  $L$ , 顶端接阻值为  $R$  的电阻. 质量为  $m$ 、电阻为  $r$  的金属棒在距磁场上边界某处由静止释放, 金属棒和导轨接触良好, 导轨所在平面与磁感应强度大小为  $B$ 、方向垂直纸面向里的匀强磁场垂直, 如图所示. 不计导轨的电阻, 重力加速度为  $g$ , 则下列说法正确的是( )



- A. 金属棒在磁场中运动时, 流过电阻  $R$  的电流方向为  $a \rightarrow b$   
 B. 金属棒刚进磁场时一定做加速运动  
 C. 金属棒的速度为  $v$  时, 金属棒所受的安培力大小为  $\frac{B^2L^2v}{R}$   
 D. 金属棒以稳定的速度下滑时, 电阻  $R$  的热功率为  $(\frac{mg}{BL})^2R$

答案 D

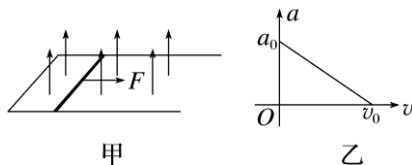
解析 当金属棒在磁场中向下运动时, 根据楞次定律可判断通过电阻  $R$  的电流方向为  $b \rightarrow a$ ,

A 错误; 由于无法确定金属棒刚进入磁场时安培力的大小与重力的大小关系, 故无法确定金属棒的运动情况, B 错误; 金属棒进入磁场时, 产生的感应电动势  $E = BLv$ , 产生的感应电流

是  $I = \frac{E}{R+r} = \frac{BLv}{R+r}$ , 金属棒所受的安培力大小  $F = BIL = \frac{B^2L^2v}{R+r}$ , C 错误; 金属棒稳定下滑时,

电阻  $R$  的热功率  $P = (\frac{BLv}{R+r})^2 R$ , 且  $F = \frac{B^2 L^2 v}{R+r} = mg$ , 可求得  $P = (\frac{mg}{BL})^2 R$ , D 正确.

4. (多选)如图甲所示, 两间距为  $L$  的平行光滑金属导轨固定在水平面内, 左端用导线连接, 导轨处在竖直向上的匀强磁场中, 一根长度也为  $L$ 、电阻为  $R$  的金属棒放在导轨上, 在平行于导轨向右、大小为  $F$  的恒力作用下向右运动, 金属棒运动过程中, 始终与导轨垂直并接触良好, 金属棒运动的加速度与速度关系如图乙所示, 不计金属导轨及左边导线电阻, 金属导轨足够长, 若图乙中的  $a_0$ 、 $v_0$  均为已知量, 则下列说法正确的是( )



- A. 金属棒的质量为  $\frac{F}{a_0}$
- B. 匀强磁场的磁感应强度大小为  $\frac{1}{L} \sqrt{\frac{FR}{v_0}}$
- C. 当拉力  $F$  做功为  $W$  时, 通过金属棒横截面的电荷量为  $\frac{W}{\sqrt{FR}}$
- D. 某时刻撤去拉力, 此后金属棒运动过程中加速度大小与速度大小成正比

答案 ABD

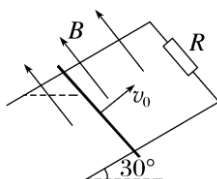
解析 由题意可知  $F - \frac{B^2 L^2 v}{R} = ma$ , 得  $a = \frac{F}{m} - \frac{B^2 L^2}{mR} v$ , 结合图像可知  $\frac{F}{m} = a_0$ ,  $\frac{B^2 L^2 v_0}{mR} = a_0$ , 解得

$m = \frac{F}{a_0}$ ,  $B = \sqrt{\frac{ma_0 R}{L^2 v_0}} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{FR}{v_0}}$ , A、B 正确; 当拉力  $F$  做功为  $W$  时, 金属棒运动的距离为  $s$

$= \frac{W}{F}$ , 则通过金属棒横截面的电荷量  $q = \overline{I} t = \frac{\overline{E}}{R} t = \frac{B L s}{R} = \frac{W}{\sqrt{FR v_0}}$ , C 错误; 某时刻撤去拉力,

此后  $\frac{B^2 L^2 v}{R} = ma$ , 则  $a = \frac{B^2 L^2}{mR} v$ , D 正确.

5. (多选)如图所示, 两根间距为  $d$  的足够长光滑金属导轨, 平行放置在倾角为  $\theta = 30^\circ$  的斜面上, 导轨的右端接有电阻  $R$ , 整个装置放在磁感应强度大小为  $B$  的匀强磁场中, 磁场方向与导轨平面垂直. 导轨上有一质量为  $m$ 、电阻也为  $R$  的金属棒与两导轨垂直且接触良好, 金属棒以一定的初速度  $v_0$  在沿着导轨上滑一段距离  $L$  后返回, 不计导轨电阻及感应电流间的相互作用, 重力加速度为  $g$ . 下列说法正确的是( )



- A. 导体棒返回时先做加速运动，最后做匀速直线运动
- B. 导体棒沿着导轨上滑过程中通过  $R$  的电荷量  $q = \frac{BdL}{R}$
- C. 导体棒沿着导轨上滑过程中克服安培力做的功  $W = \frac{1}{2}(mv_0^2 - mgL)$
- D. 导体棒沿着导轨上滑过程中电阻  $R$  上产生的热量  $Q = \frac{1}{2}(mv_0^2 - mgL)$

答案 AC

解析 导体棒返回时先做加速度减小的加速运动，最后做匀速直线运动，所以 A 正确；根据

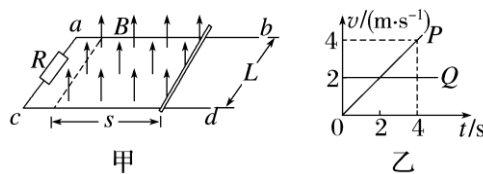
$q = \frac{\Delta\Phi}{R_{\text{总}}}$ ，则导体棒沿着导轨上滑过程中通过  $R$  的电荷量为  $q = \frac{BdL}{2R}$ ，所以 B 错误；设导体棒

沿着导轨上滑过程中克服安培力做的功为  $W$ ，由动能定理可得  $W + mgL\sin 30^\circ = \frac{1}{2}mv_0^2$ ，解得

$W = \frac{1}{2}(mv_0^2 - mgL)$ ，所以 C 正确；根据功能关系可得，导体棒沿着导轨上滑过程中电阻  $R$  上

产生的热量为  $Q = \frac{1}{2}W$ ，则  $Q = \frac{1}{4}(mv_0^2 - mgL)$ ，所以 D 错误。

6. (多选)如图甲，间距  $L=1.0\text{ m}$  且足够长的光滑平行金属导轨  $ab$ 、 $cd$  固定在水平面上，左侧  $ac$  间接有  $R=2.0\ \Omega$  的电阻，垂直于导轨跨接一根质量  $m=1.0\text{ kg}$  的金属杆，金属杆与导轨接触良好，不计金属杆与导轨的电阻。长为  $s$  ( $s$  足够长)、宽为  $L$  的矩形区域内有竖直向上的匀强磁场，磁场右边界紧邻金属杆，磁感应强度大小  $B=2\text{ T}$ 。从  $t=0$  时刻起，金属杆(在方向平行于导轨的水平外力  $F$  作用下)和磁场向右运动的  $v-t$  图像分别如图乙中的  $P$  和  $Q$ ，下列说法正确的是( )



- A.  $t=0$  时刻， $R$  两端的电压为 0
- B.  $t=1.0\text{ s}$  时刻，金属杆所受安培力的大小为  $2\text{ N}$ 、方向水平向右
- C.  $t=3.0\text{ s}$  时刻，金属杆所受外力  $F$  做功的功率为  $9.0\text{ W}$
- D.  $0\sim 2.0\text{ s}$  内，通过电阻  $R$  的电荷量为  $4.0\text{ C}$

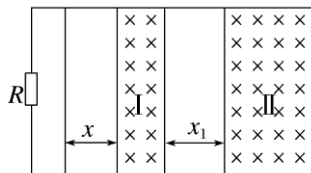
答案 BC

解析  $t=0$  时刻，由题图乙可知，金属杆向左切割磁感线的速度(金属杆相对磁场的速度)为  $2\text{ m/s}$ ，故感应电动势为  $E_0 = BLv_0 = 4\text{ V}$ ，故  $R$  两端的电压为  $4\text{ V}$ ，A 错误； $t=1.0\text{ s}$  时刻，金属杆向左切割磁感线的速度为  $1\text{ m/s}$ ，感应电动势为  $E_1 = BLv_1 = 2\text{ V}$ ，回路中感应电流为  $I_1 =$

$\frac{E_1}{R} = 1 \text{ A}$ , 金属杆所受安培力的大小为  $F_1 = BI_1L = 2 \text{ N}$ , 由左手定则可知, 方向水平向右, B 正确;  $t = 3.0 \text{ s}$  时刻, 金属杆相对磁场向右运动, 切割磁感线的速度为  $1 \text{ m/s}$ , 类比 B 的解析可知, 金属杆受到的安培力大小为  $2 \text{ N}$ , 方向水平向左, 据牛顿第二定律可得  $F - F_{\text{安}} = ma$ , 由题图乙可知, 加速度大小为  $a = 1 \text{ m/s}^2$ , 解得外力  $F = 3 \text{ N}$ , 此时杆的速度为  $v = 3 \text{ m/s}$ , 故金属杆所受外力  $F$  做功的功率为  $P = Fv = 9.0 \text{ W}$ , C 正确;  $0 \sim 2.0 \text{ s}$  内, 由题图乙可得, 金属杆相对磁场的位移为  $x = \frac{2 \times 2}{2} \text{ m} = 2 \text{ m}$ , 故回路磁通量的变化量为  $\Delta\Phi = B \cdot Lx = 4 \text{ Wb}$ , 回路的平均感应电动势为  $\overline{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , 平均感应电流为  $\overline{I} = \frac{\overline{E}}{R}$ , 通过的电荷量为  $q = \overline{I} \Delta t$ , 联立可得  $q = \frac{\Delta\Phi}{R} = 2.0 \text{ C}$ , 故通过电阻  $R$  的电荷量为  $2.0 \text{ C}$ , D 错误.

### 能力综合练

7. 如图所示, 电阻不计且间距  $L = 1 \text{ m}$  的光滑平行金属导轨水平放置, 左端接一阻值  $R = 6 \Omega$  的电阻. 导轨间 I、II 区域中有垂直纸面向里、磁感应强度相同的匀强磁场, 其中 I 区域和 II 区域间距  $x_1 = 0.25 \text{ m}$ , II 区域足够长. 有一质量  $m = 0.1 \text{ kg}$ 、电阻  $r = 2 \Omega$  的金属杆与导轨保持良好接触, 杆在一个大小  $F = 1 \text{ N}$ 、方向水平向右的恒力作用下, 从距区域 I 左端  $x = 0.2 \text{ m}$  处由静止开始运动, 并恰好匀速穿过 I 区域.



- (1) 求匀强磁场的磁感应强度大小;
- (2) 求金属杆刚进入区域 II 时的加速度;
- (3) 金属杆由静止开始运动位移  $x_0 = 1.0 \text{ m}$  时, 已经在 II 区域做匀速直线运动, 求此过程中电阻  $R$  产生的热量.

答案 (1)  $2 \text{ T}$  (2)  $5 \text{ m/s}^2$ , 方向水平向左 (3)  $0.6 \text{ J}$

解析 (1) 金属杆进入磁场前, 做匀加速运动, 有  $F = ma$ , 可得  $a = 10 \text{ m/s}^2$

由  $v^2 = 2ax$ , 得  $v = 2 \text{ m/s}$

金属杆匀速穿过 I 区域, 则有  $F = F_{\text{安}} = BIL$

且有  $I = \frac{E}{R+r} = \frac{BLv}{R+r}$ , 联立可得  $B = 2 \text{ T}$

(2) 金属杆刚进入区域 II 时, 由  $v_1^2 - v^2 = 2ax_1$ , 可得速度为  $v_1 = 3 \text{ m/s}$

则由  $F - \frac{B^2 L^2 v_1}{R+r} = ma_1$ , 可得  $a_1 = -5 \text{ m/s}^2$

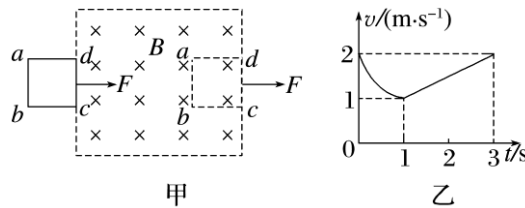
(3) 设电路中产生的总热量为  $Q$ , 因为两个磁场的磁感应强度相等, 所以金属杆在 II 区域做匀

速直线运动时, 速度也是  $v = 2 \text{ m/s}$ , 根据能量守恒定律得  $Fx_0 = \frac{1}{2}mv^2 + Q$

解得  $Q = 0.8 \text{ J}$ ,

则电阻  $R$  上产生的热量为  $Q' = \frac{Q}{R+r}R = 0.6 \text{ J}$ .

8. 如图甲所示, 有一边长为  $L=1.2 \text{ m}$ 、质量为  $m=1 \text{ kg}$  的正方形单匝线框  $abcd$ , 放在光滑水平面上. 在水平恒定拉力  $F$  的作用下, 穿过垂直水平面向下、磁感应强度为  $B=0.1 \text{ T}$  的匀强磁场区域. 线框  $cd$  边刚进入磁场时的速度为  $v_0=2 \text{ m/s}$ . 在  $t=3 \text{ s}$  时刻  $cd$  边刚出磁场边界. 从  $cd$  边进入磁场到  $cd$  边离开磁场区域的  $3 \text{ s}$  时间内线框运动的  $v-t$  图像如图乙所示. 求:



(1) 线框  $cd$  边在刚进入磁场时,  $c$ 、 $d$  两点间的电势差  $U_{cd}$ ;

(2) 恒力  $F$  的大小;

(3) 线框从  $cd$  边刚进入磁场到  $cd$  边刚离开磁场的过程中, 线框产生的焦耳热  $Q$ .

答案 (1)  $-0.18 \text{ V}$  (2)  $0.5 \text{ N}$  (3)  $2.1 \text{ J}$

解析 (1) 线框  $cd$  边在刚进入磁场时, 产生的感应电动势为  $E = BLv_0$

感应电流为  $I = \frac{E}{R} = \frac{BLv_0}{R}$

$c$ 、 $d$  两点间的电势差为路端电压, 且感应电流由  $c$  流向  $d$ , 故  $c$  点电势较低, 故  $c$ 、 $d$  两点间

的电势差为  $U_{cd} = -I \cdot \frac{3}{4}R = -\frac{3}{4}E$

联立代入数据解得  $U_{cd} = -0.18 \text{ V}$

(2) 当  $ab$  边也进入磁场后, 线框在磁场中做匀加速直线运动, 由牛顿第二定律可得

$$F = ma$$

由题图乙可知, 加速度为  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0.5 \text{ m/s}^2$

解得  $F = 0.5 \text{ N}$

(3)从  $cd$  边刚进入磁场到  $ab$  边刚进入磁场过程, 由能量守恒定律可得, 线框产生的焦耳热为

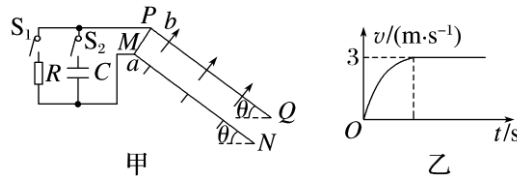
$$Q_1 = FL + \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

解得  $Q_1 = 2.1 \text{ J}$

从  $ab$  边刚进入磁场到  $cd$  边刚离开磁场的过程, 线框没有产生感应电流, 没有产生焦耳热,

故  $Q = Q_1 = 2.1 \text{ J}$ .

9. 如图甲所示, 相距  $L = 1 \text{ m}$  的两根足够长的光滑平行金属导轨倾斜放置, 与水平面夹角  $\theta = 37^\circ$ , 导轨电阻不计, 质量  $m = 1 \text{ kg}$ 、接入电路电阻为  $r = 0.5 \Omega$  的导体棒  $ab$  垂直于导轨放置, 导轨的  $PM$  两端接在外电路上, 定值电阻阻值  $R = 1.5 \Omega$ , 电容器的电容  $C = 0.5 \text{ F}$ , 电容器的耐压值足够大, 导轨所在平面内有垂直于导轨平面斜向上的匀强磁场. 在开关  $S_1$  闭合、 $S_2$  断开的状态下将导体棒  $ab$  由静止释放, 导体棒的  $v-t$  图像如图乙所示,  $\sin 37^\circ = 0.6$ , 取重力加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



(1)求磁场的磁感应强度大小  $B$ ;

(2)在开关  $S_1$  闭合、 $S_2$  断开的状态下, 当导体棒下滑的距离  $x = 5 \text{ m}$  时, 定值电阻产生的焦耳热为  $21 \text{ J}$ , 此时导体棒的速度与加速度分别是多大?

(3)现在开关  $S_1$  断开、 $S_2$  闭合的状态下, 由静止释放导体棒, 求经过  $t = 2 \text{ s}$  时导体棒的速度大小.

答案 (1)  $2 \text{ T}$  (2)  $2 \text{ m/s}$   $2 \text{ m/s}^2$  (3)  $4 \text{ m/s}$

解析 (1)由题图乙可知, 导体棒的最大速度

$$v_m = 3 \text{ m/s},$$

对应的感应电动势  $E = BLv_m$ ,

$$\text{感应电流 } I = \frac{E}{R + r},$$

当速度达到最大时, 导体棒做匀速运动, 导体棒受力平衡, 有  $BIL = mg \sin \theta$ ,

$$\text{解得 } B = \sqrt{\frac{mg(R + r) \sin \theta}{L^2 v_m}} = 2 \text{ T}.$$

(2)导体棒和定值电阻串联, 由公式  $Q = I^2 R t$  可知:  $Q_{ab} : Q_R = 1 : 3$ , 则导体棒  $ab$  产生的焦耳

热  $Q_{ab} = \frac{1}{3} \times 21 \text{ J} = 7 \text{ J}$ , 导体棒下滑  $x = 5 \text{ m}$  的距离, 导体棒减少的重力势能转化为动能和回路

中的焦耳热, 由能量守恒定律有

$$mgx \sin \theta = \frac{1}{2} m v_1^2 + Q_{ab} + Q_R$$

得导体棒的速度  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ ,

此时感应电动势  $E_1 = BLv_1$ ,

$$\text{感应电流 } I_1 = \frac{E_1}{R + r},$$

对导体棒有  $mg \sin \theta - BI_1 L = ma_1$ ,

解得加速度  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$ .

(3) 开关  $S_1$  断开、 $S_2$  闭合时, 任意时刻对导体棒, 根据牛顿第二定律有

$$mg \sin \theta - BI_2 L = ma_2,$$

$$\text{感应电流 } I_2 = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \Delta q = C \Delta U$$

$$\Delta t \text{ 时间内, 有 } \Delta U = \Delta E = BL \Delta v, a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

解得  $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$ ,

表明导体棒  $ab$  下滑过程中加速度不变, 导体棒做匀加速直线运动,  $t = 2 \text{ s}$  时导体棒的速度大

小  $v_2 = a_2 t = 4 \text{ m/s}$ .

### ✓ 素养提升练

10. (多选)(2020·全国卷 I·21)如图, U 形光滑金属框  $abcd$  置于水平绝缘平台上,  $ab$  和  $dc$  边平行, 和  $bc$  边垂直.  $ab$ 、 $dc$  足够长, 整个金属框电阻可忽略. 一根具有一定电阻的导体棒  $MN$  置于金属框上, 用水平恒力  $F$  向右拉动金属框, 运动过程中, 装置始终处于竖直向下的匀强磁场中,  $MN$  与金属框保持良好接触, 且与  $bc$  边保持平行. 经过一段时间后( )



- A. 金属框的速度大小趋于恒定值
- B. 金属框的加速度大小趋于恒定值
- C. 导体棒所受安培力的大小趋于恒定值
- D. 导体棒到金属框  $bc$  边的距离趋于恒定值

答案 BC

解析 当金属框在恒力  $F$  作用下向右加速运动时,  $bc$  边产生从  $c$  到  $b$  的感应电流  $i$ , 金属框的加速度大小为  $a_1$ , 则有  $F - Bil = Ma_1$ ;  $MN$  中感应电流从  $M$  流向  $N$ ,  $MN$  在安培力作用下向右加速运动, 加速度大小为  $a_2$ , 则有  $Bil = ma_2$ , 当金属框和  $MN$  都运动后, 金属框速度为

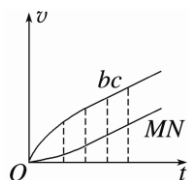
$v_1$ ,  $MN$  速度为  $v_2$ , 则电路中的感应电流为  $i = \frac{Bl(v_1 - v_2)}{R}$ , 感应电流从 0 开始增大, 则  $a_2$  从

零开始增加,  $a_1$  从  $\frac{F}{M}$  开始减小, 加速度差值减小, 当  $a_1 = a_2$  时, 得  $F = (M + m)a$ ,  $a = \frac{F}{M + m}$  恒

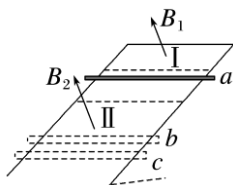
定, 由  $F_{安} = ma$  可知, 安培力不再变化, 则感应电流不再变化, 据  $i = \frac{Bl(v_1 - v_2)}{R}$  知金属框与

$MN$  的速度差保持不变,  $v - t$  图像如图所示, 故 A 错误, B、C 正确;  $MN$  与金属框的速度差

不变, 但  $MN$  的速度小于金属框的速度, 则  $MN$  到金属框  $bc$  边的距离越来越大, 故 D 错误.



11.(多选)(2021·山东卷·12)如图所示, 电阻不计的光滑 U 形金属导轨固定在绝缘斜面上. 区域 I、II 中磁场方向均垂直斜面向上, I 区中磁感应强度随时间均匀增加, II 区中为匀强磁场. 阻值恒定的金属棒从无磁场区域中  $a$  处由静止释放, 进入 II 区后, 经  $b$  下行至  $c$  处反向上行. 运动过程中金属棒始终垂直导轨且接触良好. 在第一次下行和上行的过程中, 以下叙述正确的是( )



- A. 金属棒下行过  $b$  时的速度大于上行过  $b$  时的速度
- B. 金属棒下行过  $b$  时的加速度大于上行过  $b$  时的加速度
- C. 金属棒不能回到无磁场区
- D. 金属棒能回到无磁场区, 但不能回到  $a$  处

答案 ABD

解析 在 I 区域中, 磁感应强度为  $B_1 = kt$ , 感应电动势为  $E_1 = \frac{\Delta B_1}{\Delta t} S = kS$

感应电动势恒定, 所以在金属棒进入 II 区域前感应电流恒为

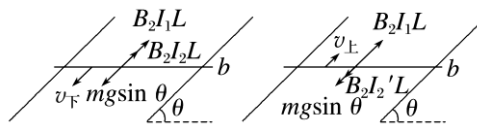
$$I_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{kS}{R}$$

金属棒进入 II 区域后，金属棒切割磁感线，感应电动势为  $E_2 = BLv$

金属棒上的电流为

$$I_2 = \frac{E_2}{R} = \frac{BLv}{R}$$

I 区域产生的电流使金属棒受到的安培力始终沿斜面向上，大小恒定不变，因为金属棒到达  $c$  后又能上行，说明加速度始终沿斜面向上，下行和上行经过  $b$  的受力分析如图



下行过程中，根据牛顿第二定律可知

$$B_2I_1L + B_2I_2L - mgsin\theta = ma_1$$

上行过程中，根据牛顿第二定律可知

$$B_2I_1L - B_2I_2'L - mgsin\theta = ma_2$$

比较加速度大小可知  $a_1 > a_2$

由于  $bc$  段距离不变，下行过程中加速度大，上行过程中加速度小，所以金属棒下行经过  $b$  时的速度大于上行经过  $b$  时的速度，A、B 正确；

I 区域产生的安培力总是大于沿斜面向下的作用力，所以金属棒一定能回到无磁场区，由于整个过程中电流通过金属棒产生焦耳热，金属棒的机械能减少，所以金属棒不能回到  $a$  处，C 错误，D 正确。