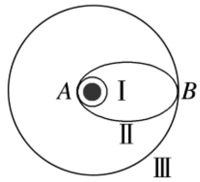
专题强化　卫星变轨问题　双星模型

【目标要求】 1.会处理人造卫星的变轨和对接问题.2.掌握双星、多星系统，会解决相关问题.

题型一　卫星的变轨和对接问题

1．变轨原理

(1)为了节省能量，在赤道上顺着地球自转方向发射卫星到圆轨道Ⅰ上，如图所示.



(2)在 A 点(近地点)点火加速，由于速度变大，万有引力不足以提供卫星在轨道Ⅰ上做圆周运动的向心力，卫星做离心运动进入椭圆轨道Ⅱ.

(3)在 B 点(远地点)再次点火加速进入圆形轨道Ⅲ.

2．变轨过程分析

(1)速度：设卫星在圆轨道Ⅰ和Ⅲ上运行时的速率分别为 v_1、v_3，在轨道Ⅱ上过 A 点和 B 点时速率分别为 v_A、v_B.在 A 点加速，则 $v_A>v_1$，在 B 点加速，则 $v_3>v_B$，又因 $v_1>v_3$，故有 $v_A>v_1>v_3>v_B$.

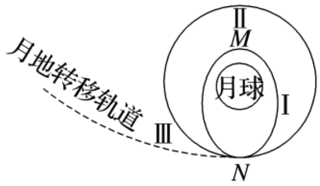
(2)加速度：因为在 A 点，卫星只受到万有引力作用，故不论从轨道Ⅰ还是轨道Ⅱ上经过 A 点，卫星的加速度都相同，同理，卫星在轨道Ⅱ或轨道Ⅲ上经过 B 点的加速度也相同.

(3)周期：设卫星在Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ轨道上的运行周期分别为 T_1、T_2、T_3，轨道半径分别为 r_1、r_2(半长轴)、r_3，由开普勒第三定律$\frac{r^3}{T^2}=k$ 可知 $T_1<T_2<T_3$.

(4)机械能：在一个确定的圆(椭圆)轨道上机械能守恒．若卫星在Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ轨道的机械能分别为 E_1、E_2、E_3，从轨道Ⅰ到轨道Ⅱ，从轨道Ⅱ到轨道Ⅲ，都需要点火加速，则 $E_1<E_2<E_3$.

考向 1　卫星变轨问题中各物理量的比较

【例 1】 嫦娥五号完美完成中国航天史上最复杂任务后于 2020 年 12 月 17 日成功返回，最终收获 1731 克样本．图中椭圆轨道Ⅰ、100 公里环月轨道Ⅱ及月地转移轨道Ⅲ分别为嫦娥五号从月球返回地面过程中所经过的三个轨道示意图，下列关于嫦娥五号从月球返回过程中有关说法正确的是(　　)



A．在轨道Ⅱ上运行时的周期小于在轨道Ⅰ上运行时的周期

B．在轨道Ⅰ上运行时的加速度大小始终大于在轨道Ⅱ上时的加速度大小

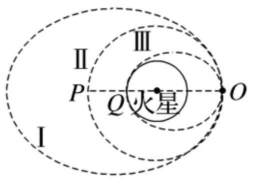
C．在 N 点时嫦娥五号经过点火加速才能从Ⅱ轨道进入Ⅲ轨道返回

D．在月地转移轨道上飞行的过程中可能存在不受万有引力的瞬间

答案　C

解析　轨道Ⅱ的半径大于椭圆轨道Ⅰ的半长轴，根据开普勒第三定律可知，在轨道Ⅱ上运行时的周期大于在轨道Ⅰ上运行时的周期，故 A 错误；在轨道Ⅰ上的 N 点和轨道Ⅱ上的 N 受到的万有引力相同，所以在两个轨道上经过 N 点时的加速度相等，故 B 错误；从轨道Ⅱ到月地转移轨道Ⅲ做离心运动，在 N 点时嫦娥五号需要经过点火加速才能从Ⅱ轨道进入Ⅲ轨道返回，故 C 正确；在月地转移轨道上飞行的过程中，始终在地球的引力范围内，不存在不受万有引力的瞬间，故 D 错误．

【例 2】 (多选)载着登陆舱的探测器经过多次变轨后登陆火星的轨迹如图，其中轨道Ⅰ、Ⅲ为椭圆，轨道Ⅱ为圆，探测器经轨道Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ后在 Q 点登陆火星，O 点是轨道Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ的交点，轨道上的 O、P、Q 三点与火星中心在同一直线上，O、Q 两点分别是椭圆轨道Ⅲ的远火星点和近火星点．已知火星的半径为 R，$OQ=4R$，探测器在轨道Ⅱ上经过 O 点的速度为 v，下列说法正确的有(　　)



A．在相等时间内，轨道Ⅰ上探测器与火星中心的连线扫过的面积与轨道Ⅱ上探测器与火星中心的连线扫过的面积相等

B．探测器在轨道Ⅰ运动时，经过 O 点的速度小于 v

C．探测器在轨道Ⅱ运动时，经过 O 点的加速度等于$\dfrac{v^2}{3R}$

D. 在轨道Ⅱ上第一次由 O 点到 P 点与在轨道Ⅲ上第一次由 O 点到 Q 点的时间之比是 $3\sqrt{6}∶4$

答案　CD

解析　根据开普勒第二定律，在同一轨道上探测器与火星中心的连线在相等时间内扫过相等

的面积，在两个不同的轨道上，不具备上述关系，即在相等时间内，轨道Ⅰ上探测器与火星中心的连线扫过的面积与轨道Ⅱ上探测器与火星中心的连线扫过的面积不相等，故A错误；探测器在轨道Ⅰ运动时，经过O点减速变轨到轨道Ⅱ，则在轨道Ⅰ运动时经过O点的速度大于v，故B错误；轨道Ⅱ是圆轨道，半径为$3R$，经过O点的速度为v，根据圆周运动的规律可知，探测器经过O点的加速度$a=\frac{v^2}{3R}$，故C正确；轨道Ⅲ的半长轴为$2R$，根据开普勒第三定律可知$(\frac{3R}{2R})^3=(\frac{T_{Ⅱ}}{T_{Ⅲ}})^2$，解得$\frac{T_{Ⅱ}}{T_{Ⅲ}}=\frac{3\sqrt{6}}{4}$，则在轨道Ⅱ上第一次由$O$点到$P$点与在轨道Ⅲ上第一次由$O$点到$Q$点的时间之比是$3\sqrt{6}∶4$，故D正确．

考向2　卫星对接问题

【例3】　宇宙飞船和空间站在同一轨道上运动．若飞船想与前方的空间站对接，飞船为了追上空间站，可采取的方法是(　　)

A．飞船加速直到追上空间站，完成对接

B．飞船从原轨道减速至一个较低轨道，再加速追上空间站完成对接

C．飞船加速至一个较高轨道，再减速追上空间站，完成对接

D．无论飞船采取何种措施，均不能与空间站对接

答案　B

解析　飞船在轨道上正常运行时，有$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$.当飞船直接加速时，所需向心力增大，故飞船做离心运动，轨道半径增大，将导致不在同一轨道上，A错误；飞船若先减速，它的轨道半径将减小，但运行速度增大，故在低轨道上飞船可接近空间站，当飞船运动到合适的位置再加速，回到原轨道，即可追上空间站，B正确，D错误；若飞船先加速，它的轨道半径将增大，但运行速度减小，再减速不会追上空间站，C错误.

题型二　星球稳定自转的临界问题

当星球自转越来越快时，星球对赤道上的物体的引力不足以提供向心力时，物体将会“飘起来”，进一步导致星球瓦解，其临界条件是$\frac{GMm}{R^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}R$.

【例4】　(2018·全国卷Ⅱ·16)2018年2月，我国500 m口径射电望远镜(天眼)发现毫秒脉冲星

“J0318＋0253”，其自转周期 $T=5.19$ ms.假设星体为质量均匀分布的球体，已知万有引力常量为 6.67×10^{-11} N·m²/kg².以周期 T 稳定自转的星体的密度最小值约为(　　)

A．5×10^{9} kg/m³　　　　B．5×10^{12} kg/m³

C．5×10^{15} kg/m³　　　　D．5×10^{18} kg/m³

答案　C

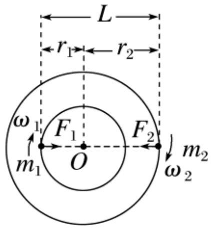
解析　脉冲星自转，边缘物体 m 恰对球体无压力时万有引力提供向心力，则有 $G\dfrac{Mm}{r^2}=mr\dfrac{4\pi^2}{T^2}$，

又知 $M=\rho\cdot\dfrac{4}{3}\pi r^3$，整理得密度 $\rho=\dfrac{3\pi}{GT^2}=\dfrac{3\times3.14}{6.67\times10^{-11}\times(5.19\times10^{-3})^2}$ kg/m³≈5.2×10^{15} kg/m³.

题型三　双星或多星模型

1．双星模型

(1)定义：绕公共圆心转动的两个星体组成的系统，我们称之为双星系统．如图所示．



(2)特点

①各自所需的向心力由彼此间的万有引力提供，即$\dfrac{Gm_1m_2}{L^2}=m_1\omega_1^2r_1$，$\dfrac{Gm_1m_2}{L^2}=m_2\omega_2^2r_2$.

②两颗星的周期、角速度相同，即 $T_1=T_2$，$\omega_1=\omega_2$.

③两颗星的轨道半径与它们之间的距离关系为 $r_1+r_2=L$.

④两颗星到圆心的距离 r_1、r_2 与星体质量成反比，即$\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{r_2}{r_1}$.

⑤双星的运动周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$.

⑥双星的总质量 $m_1+m_2=\dfrac{4\pi^2L^3}{T^2G}$.

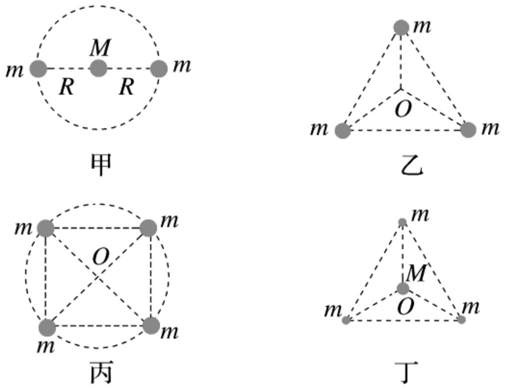
2．多星模型

(1)定义：所研究星体的万有引力的合力提供做圆周运动的向心力，除中央星体外，各星体的角速度或周期相同.

(2)常见的三星模型

①三颗星体位于同一直线上，两颗质量相等的环绕星围绕中央星在同一半径为 R 的圆形轨道上运行(如图甲所示).

②三颗质量均为 m 的星体位于等边三角形的三个顶点上(如图乙所示).



甲　乙　丙　丁

(3)常见的四星模型

①四颗质量相等的星体位于正方形的四个顶点上，沿着外接于正方形的圆形轨道做匀速圆周运动(如图丙所示).

②三颗质量相等的星体始终位于正三角形的三个顶点上，另一颗位于中心 O，外围三颗星绕 O 做匀速圆周运动(如图丁所示).

考向1　双星问题

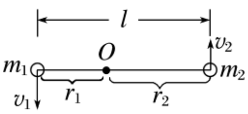
【例 5】 (多选)(2018·全国卷Ⅰ·20)2017 年，人类第一次直接探测到来自双中子星合并的引力波．根据科学家们复原的过程，在两颗中子星合并前约 100 s 时，它们相距约 400 km，绕二者连线上的某点每秒转动 12 圈．将两颗中子星都看作是质量均匀分布的球体，由这些数据、万有引力常量并利用牛顿力学知识，可以估算出这一时刻两颗中子星(　　)

A．质量之积　　B．质量之和

C．速率之和　　D．各自的自转角速度

答案　BC

解析　两颗中子星运动到某位置的示意图如图所示



每秒转动 12 圈，角速度已知

中子星运动时，由万有引力提供向心力得

$\frac{Gm_1m_2}{l^2}=m_1\omega^2r_1$①

$\frac{Gm_1m_2}{l^2}=m_2\omega^2r_2$②

$l=r_1+r_2$③

由①②③式得$\frac{G(m_1+m_2)}{l^2}=\omega^2 l$，所以 $m_1+m_2=\frac{\omega^2 l^3}{G}$，

质量之和可以估算．

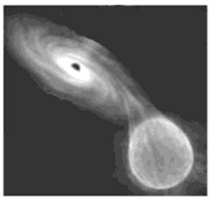
由线速度与角速度的关系 $v=\omega r$ 得

$v_1=\omega r_1$④

$v_2=\omega r_2$⑤

由③④⑤式得 $v_1+v_2=\omega(r_1+r_2)=\omega l$，速率之和可以估算．质量之积和各自的自转角速度无法求解．故选 B、C.

【例 6】 (多选)2019 年人类天文史上首张黑洞图片正式公布．在宇宙中当一颗恒星靠近黑洞时，黑洞和恒星可以相互绕行，从而组成双星系统．在相互绕行的过程中，质量较大的恒星上的物质会逐渐被吸入到质量较小的黑洞中，从而被吞噬掉，黑洞吞噬恒星的过程也被称之为“潮汐瓦解事件”．天鹅座 X－1 就是一个由黑洞和恒星组成的双星系统，它们以两者连线上的某一点为圆心做匀速圆周运动，如图所示．在刚开始吞噬的较短时间内，恒星和黑洞的距离不变，则在这段时间内，下列说法正确的是(　　)



A．两者之间的万有引力变大

B．黑洞的角速度变大

C．恒星的线速度变大

D．黑洞的线速度变大

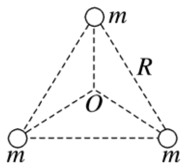
答案　AC

解析　假设恒星和黑洞的质量分别为 M、m，环绕半径分别为 R、r，且 $m<M$，两者之间的距离为 L，则根据万有引力定律 $G\frac{Mm}{L^2}=F_{向}$，恒星和黑洞的距离不变，随着黑洞吞噬恒星，M、m 的乘积变大，它们的万有引力变大，故 A 正确；双星系统属于同轴转动的模型，角速度相等，根据万有引力提供向心力 $G\frac{Mm}{L^2}=m\omega^2 r=M\omega^2 R$，其中 $R+r=L$，解得恒星的角速度 $\omega=\sqrt{\frac{G(M+m)}{L^3}}$，双星的质量之和不变，则角速度不变，故 B 错误；根据 $m\omega^2 r=M\omega^2 R$，得$\frac{M}{m}=$

$\frac{r}{R}$，因为 M 减小，m 增大，所以 R 增大，r 减小，由 $v_{恒}=\omega R$，$v_{黑}=\omega r$，可得 $v_{恒}$变大，$v_{黑}$变小，故 C 正确，D 错误．

考向 2　多星问题

【例 7】 (多选)宇宙中存在一些离其他恒星较远的三星系统，其中一种三星系统如图所示．三颗质量均为 m 的星体位于等边三角形的三个顶点，三角形边长为 R.忽略其他星体对它们的引力作用，三星在同一平面内绕三角形中心 O 做匀速圆周运动，引力常量为 G，则(　　)



A．每颗星做圆周运动的线速度大小为$\sqrt{\frac{Gm}{R}}$

B．每颗星做圆周运动的角速度为$\sqrt{\frac{3Gm}{R^3}}$

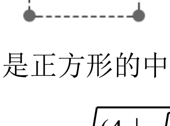
C．每颗星做圆周运动的周期为 $2\pi\sqrt{\frac{R^3}{3Gm}}$

D．每颗星做圆周运动的加速度与三星的质量无关

答案　ABC

解析　每颗星受到的合力为 $F=2G\frac{m^2}{R^2}\sin 60°=\sqrt{3}G\frac{m^2}{R^2}$，轨道半径为 $r=\frac{\sqrt{3}}{3}R$，由向心力公式得 $F=ma=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，解得 $a=\frac{\sqrt{3}Gm}{R^2}$，$v=\sqrt{\frac{Gm}{R}}$，$\omega=\sqrt{\frac{3Gm}{R^3}}$，$T=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{3Gm}}$，显然加速度 a 与 m 有关，故 A、B、C 正确，D 错误．

【例 8】 (多选)如图为一种四颗星体组成的稳定系统，四颗质量均为 m 的星体位于边长为 L 的正方形四个顶点，四颗星体在同一平面内围绕同一点做匀速圆周运动，忽略其他星体对它们的作用，引力常量为 G.下列说法中正确的是(　　)



A．星体做匀速圆周运动的圆心不一定是正方形的中心

B．每个星体做匀速圆周运动的角速度均为$\sqrt{\frac{(4+\sqrt{2})Gm}{2L^3}}$

C．若边长 L 和星体质量 m 均是原来的两倍，星体做匀速圆周运动的加速度大小是原来的两

倍

D．若边长 L 和星体质量 m 均是原来的两倍，星体做匀速圆周运动的线速度大小不变

答案　BD

解析　四颗星体在同一平面内围绕同一点做匀速圆周运动，所以星体做匀速圆周运动的圆心一定是正方形的中心，故 A 错误；由$\sqrt{2}G\frac{m^2}{L^2}+G\frac{m^2}{(\sqrt{2}L)^2}=(\frac{1}{2}+\sqrt{2})G\frac{m^2}{L^2}=m\omega^2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}L$，可知 $\omega=\sqrt{\frac{(4+\sqrt{2})Gm}{2L^3}}$，故 B 正确；由$(\frac{1}{2}+\sqrt{2})G\frac{m^2}{L^2}=ma$ 可知，若边长 L 和星体质量 m 均为原来的两倍，星体做匀速圆周运动的加速度大小是原来的$\frac{1}{2}$，故 C 错误；由$(\frac{1}{2}+\sqrt{2})G\frac{m^2}{L^2}=m\frac{v^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}L}$可知星体做匀速圆周运动的线速度大小为 $v=\sqrt{\frac{(4+\sqrt{2})Gm}{4L}}$，所以若边长 L 和星体质量 m 均是原来的两倍，星体做匀速圆周运动的线速度大小不变，故 D 正确．

课时精练

必备基础练

1．(多选)目前，在地球周围有许多人造地球卫星绕着它运转，其中一些卫星的轨道近似为圆，且轨道半径逐渐变小．若卫星在轨道半径逐渐变小的过程中，只受到地球引力和稀薄气体阻力的作用，则下列判断正确的是(　　)

A．卫星的动能逐渐减小

B．由于地球引力做正功，引力势能一定减小

C．由于稀薄气体阻力做负功，地球引力做正功，机械能保持不变

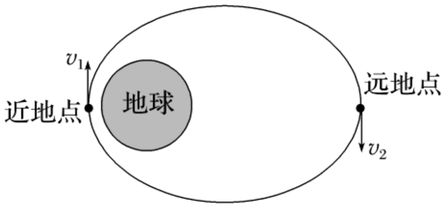
D．卫星克服稀薄气体阻力做的功小于引力势能的减小量

答案　BD

解析　地球引力做正功，引力势能一定减小，卫星轨道半径变小，动能增大，由于稀薄气体阻力做负功，机械能减小，选项 A、C 错误，B 正确；根据动能定理，卫星动能增大，卫星克服稀薄气体阻力做的功小于地球引力做的正功，而地球引力做的正功等于引力势能的减小量，所以卫星克服阻力做的功小于引力势能的减小量，选项 D 正确．

2．(2019·江苏卷·4)1970 年成功发射的“东方红一号”是我国第一颗人造地球卫星，该卫星至今仍沿椭圆轨道绕地球运动．如图所示，设卫星在近地点、远地点的速度分别为 v_1、v_2，

近地点到地心的距离为 r，地球质量为 M，引力常量为 G.则(　　)



A．$v_1>v_2$，$v_1=\sqrt{\frac{GM}{r}}$　　　　B．$v_1>v_2$，$v_1>\sqrt{\frac{GM}{r}}$

C．$v_1<v_2$，$v_1=\sqrt{\frac{GM}{r}}$　　　　D．$v_1<v_2$，$v_1>\sqrt{\frac{GM}{r}}$

答案　B

解析　“东方红一号”环绕地球在椭圆轨道上运动的过程中，只有万有引力做功，因而机械能守恒，其由近地点向远地点运动时，万有引力做负功，卫星的势能增加，动能减小，因此 $v_1>v_2$；“东方红一号”离开近地点开始做离心运动，则由离心运动的条件可知 $G\frac{Mm}{r^2}<m\frac{{v_1}^2}{r}$，解得 $v_1>\sqrt{\frac{GM}{r}}$，B 正确，A、C、D 错误.

3．银河系的恒星中大约四分之一是双星，某双星由质量不等的星体 S_1 和 S_2 构成，两星在相互之间的万有引力作用下绕两者连线上某一定点 C 做匀速圆周运动．由天文观察测得其运动周期为 T，S_1 到 C 点的距离为 r_1，S_1 和 S_2 的距离为 r，已知引力常量为 G.由此可求出 S_2 的质量为(　　)

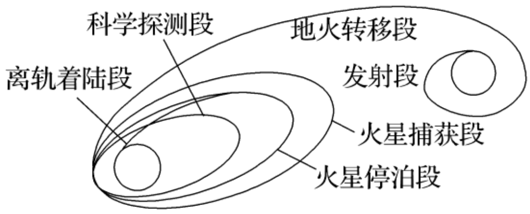
A.$\frac{4\pi^2r^2(r-r_1)}{GT^2}$　　　　B.$\frac{4\pi {r_1}^3}{GT^2}$

C.$\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$　　　　D.$\frac{4\pi^2r^2r_1}{GT^2}$

答案　D

解析　取 S_1 为研究对象，S_1 做匀速圆周运动，由牛顿第二定律得：$G\frac{m_1m_2}{r^2}=m_1(\frac{2\pi}{T})^2r_1$，得：$m_2=\frac{4\pi^2r^2r_1}{GT^2}$，故 D 正确.

4．2020 年 7 月 23 日，天问一号火星探测器搭乘长征五号遥四运载火箭成功发射，中国航天开启了走向深空的新旅程．由着陆巡视器和环绕器组成的天问一号经过如图所示的发射、地火转移、火星捕获、火星停泊、科学探测和离轨着陆六个阶段，其中的着陆巡视器于 2021 年 5 月 15 日着陆火星，则(　　)



A．天问一号发射速度大于第一宇宙速度，小于第二宇宙速度

B．天问一号在“火星停泊段”运行的周期大于它在“科学探测段”运行的周期

C．天问一号从图示“火星捕获段”需经过加速才能运动到“火星停泊段”

D．着陆巡视器从图示“离轨着陆段”至着陆火星过程，机械能守恒

答案　B

解析　由于天问一号需要到达火星，因此其最终会脱离地球的引力束缚，其发射速度应大于第二宇宙速度，A 错误；由题图可知，天问一号在“火星停泊段”运行的轨道半长轴大于它在“科学探测段”运行的轨道半长轴，则由开普勒第三定律有$\frac{r_1^3}{r_2^3}=\frac{T_1^2}{T_2^2}$，可知天问一号在“火星停泊段”运行的周期大于它在“科学探测段”运行的周期，B 正确；天问一号从“火星捕获段”进入轨道较低的“火星停泊段”，需要在近火点减速，选项 C 错误；假设着陆巡视器从“离轨着陆段”至着陆火星过程机械能守恒，则随着着陆巡视器到火星表面的距离降低(重力势能减小)，着陆巡视器的速度会越来越大(动能增大)，到火星表面时速度达到最大，与实际情况不符(出于安全考虑，着陆巡视器着陆火星时，速度应很小)，故假设不成立，选项 D 错误．

5．一近地卫星的运行周期为 T_0，地球的自转周期为 T，则地球的平均密度与地球不致因自转而瓦解的最小密度之比为(　　)

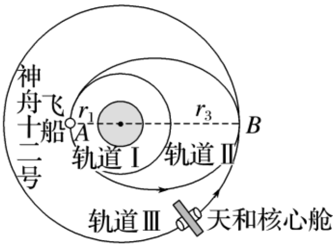
A.$\frac{T_0}{T}$　B.$\frac{T}{T_0}$　C.$\frac{T_0^2}{T^2}$　D.$\frac{T^2}{T_0^2}$

答案　D

解析　对近地卫星，有 $G\frac{Mm}{R^2}=m(\frac{2\pi}{T_0})^2R$，$M=\rho_1\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$，联立解得 $\rho_1=\frac{3\pi}{GT_0^2}$，以地球赤道处一质量为 m_0 的物体为研究对象，只有当它受到的万有引力大于或等于它随地球一起旋转所需的向心力时，地球才不会瓦解，设地球不因自转而瓦解的最小密度为 ρ_2，则有 $G\frac{Mm_0}{R^2}=m_0(\frac{2\pi}{T})^2R$，$M=\rho_2\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$，联立解得 $\rho_2=\frac{3\pi}{GT^2}$，所以$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{T^2}{T_0^2}$，故选 D.

6．2021 年 6 月 17 日，神舟十二号载人飞船与天和核心舱完成对接，航天员聂海胜、刘伯明、汤洪波进入天和核心舱，标志着中国人首次进入了自己的空间站．对接过程的示意图如图所

示，天和核心舱处于半径为 r_3 的圆轨道III；神舟十二号飞船处于半径为 r_1 的圆轨道Ⅰ，运行周期为 T_1，通过变轨操作后，沿椭圆轨道Ⅱ运动到 B 处与天和核心舱对接．则神舟十二号飞船(　　)



A．在轨道Ⅰ和轨道Ⅱ运动经过 A 点时速度大小相同

B．沿轨道Ⅱ从 A 运动到对接点 B 过程中，速度不断增大

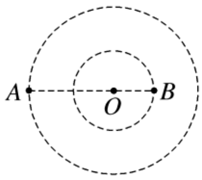
C．沿轨道Ⅱ运行的周期为 $T_2=T_1\sqrt{(\frac{r_1+r_3}{2r_1})^3}$

D．沿轨道Ⅰ运行的周期大于天和核心舱沿轨道III运行的周期

答案　C

解析　飞船从轨道Ⅰ变轨到轨道Ⅱ需要加速，所以沿两轨道经过 A 点时速度大小不相同，故A 错误；沿轨道Ⅱ从 A 运动到对接点 B 过程中，万有引力做负功，速度不断减小，故 B 错误；根据开普勒第三定律，有$\frac{r_1^3}{T_1^2}=\frac{(\frac{r_1+r_3}{2})^3}{T_2^2}$，解得 $T_2=T_1\sqrt{(\frac{r_1+r_3}{2r_1})^3}$，故 C 正确；飞船绕地球做匀速圆周运动，万有引力提供向心力，有$\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，解得 $T=\sqrt{\frac{4\pi^2r^3}{GM}}$，所以沿轨道Ⅰ运行的周期小于天和核心舱沿轨道III运行的周期，故 D 错误．

7．如图所示，某双星系统的两星 A 和 B 各自绕其连线上的 O 点做匀速圆周运动，已知 A 星和 B 星的质量分别为 m_1 和 m_2，相距为 d.下列说法正确的是(　　)



A．A 星的轨道半径为$\frac{m_1}{m_1+m_2}d$

B．A 星和 B 星的线速度之比为 $m_1∶m_2$

C．若在 O 点放一个质点，它受到的合力一定为零

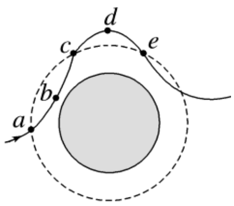
D．若 A 星所受 B 星的引力可等效为位于 O 点处质量为 m' 的星体对它的引力，则 $m'=\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2}$

答案　D

解析　双星系统中，两颗星球属于同轴转动模型，角速度相等，周期相等，根据万有引力提供向心力可得$\frac{Gm_1m_2}{d^2}=m_1\omega^2r_A=m_2\omega^2r_B$，又有 $d=r_A+r_B$，解得 $r_A=\frac{m_2d}{m_1+m_2}$，$r_B=\frac{m_1d}{m_1+m_2}$，故 A 错误；由 $v=\omega r$ 得 A 星和 B 星线速度之比$\frac{v_A}{v_B}=\frac{r_A}{r_B}=\frac{m_2}{m_1}$，故 B 错误；在 O 点放一个质点，设质量为 m，受到 B 的万有引力 $F_B=\frac{Gm_2m}{r_B{}^2}$，受到 A 的万有引力 $F_A=\frac{Gm_1m}{r_A{}^2}$，因为$\frac{m_1}{m_2}\neq\frac{r_A{}^2}{r_B{}^2}$，可得 $F_A\neq F_B$，故质点受到的合力不为零，故 C 错误；A 星所受 B 星的引力可等效为位于 O 点处质量为 m' 的星体对它的引力，由万有引力定律可得$\frac{Gm_1m_2}{d^2}=\frac{Gm_1m'}{r_A{}^2}$，解得 $m'=\frac{r_A{}^2}{d^2}m_2=\frac{m_2{}^3}{(m_1+m_2)^2}$，故 D 正确．

能力综合练

8.我国已掌握“高速半弹道跳跃式再入返回技术”，为实现“嫦娥”飞船月地返回任务奠定基础．如图所示，假设与地球同球心的虚线球面为地球大气层边界，虚线球面外侧没有空气，返回舱从 a 点无动力滑入大气层，然后经 b 点从 c 点“跳出”，再经 d 点从 e 点“跃入”实现多次减速，可避免损坏返回舱．d 点为轨迹最高点，离地面高 h，已知地球质量为 M，半径为 R，引力常量为 G.则返回舱(　　)



A．在 d 点加速度小于$\frac{GM}{(R+h)^2}$

B．在 d 点速度等于$\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

C．虚线球面上的 c、e 两点离地面高度相等，所以 v_c 和 v_e 大小相等

D．虚线球面上的 a、c 两点离地面高度相等，所以 v_a 和 v_c 大小相等

答案　C

解析　在 d 点，由万有引力提供向心力，则有$\frac{GMm}{(R+h)^2}=ma$，解得 $a=\frac{GM}{(R+h)^2}$，所以在 d 点加速度等于$\frac{GM}{(R+h)^2}$，A 错误；若返回舱在与 d 点相切的圆轨道上做匀速圆周运动，由万有引力

提供向心力，则有$\frac{GMm}{(R+h)^2}=m\frac{v^2}{R+h}$，解得$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$.而在$d$点时，由于返回舱做近心运动，则万有引力大于所需的向心力，所以线速度小于$\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$，B 错误；从a到c过程由于空气阻力做负功，动能减小，c到e过程，没有空气阻力，只有引力做功，机械能守恒，所以a、b、c点的速度大小关系有$v_a>v_c=v_e$，C 正确，D 错误.

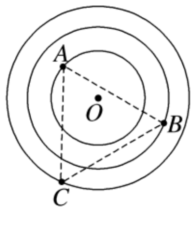
9．双星系统由两颗恒星组成，两恒星在相互引力的作用下，分别围绕其连线上的某一点做周期相同的匀速圆周运动．研究发现，双星系统演化过程中，两星的总质量、距离和周期均可能发生变化．若某双星系统中两星做圆周运动的周期为T，经过一段时间演化后，两星总质量变为原来的k倍，两星之间的距离变为原来的n倍，则此时圆周运动的周期为(　　)

A.$\sqrt{\frac{n^3}{k^2}}T$　B.$\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$　C.$\sqrt{\frac{n^2}{k}}T$　D.$\sqrt{\frac{n}{k}}T$

答案　B

解析　设原来双星间的距离为L，质量分别为M、m，圆周运动的圆心距质量为m的恒星距离为r，双星间的万有引力提供向心力，对质量为m的恒星：$G\frac{Mm}{L^2}=m(\frac{2\pi}{T})^2\cdot r$，对质量为$M$的恒星：$G\frac{Mm}{L^2}=M(\frac{2\pi}{T})^2(L-r)$，得$G\frac{M+m}{L^2}=\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot L$，即$T^2=\frac{4\pi^2L^3}{G(M+m)}$；则当总质量为$k(M+m)$，间距为$L'=nL$时，$T'=\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$，选项 B 正确.

10.宇宙空间有一种由三颗星A、B、C组成的三星体系，它们分别位于等边三角形ABC的三个顶点上，绕一个固定且共同的圆心O做匀速圆周运动，轨道如图中实线所示，其轨道半径$r_A<r_B<r_C$.忽略其他星体对它们的作用，可知这三颗星体(　　)



A．线速度大小关系是$v_A>v_B>v_C$

B．加速度大小关系是$a_A>a_B>a_C$

C．质量大小关系是$m_A>m_B>m_C$

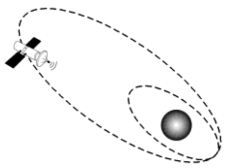
D．所受万有引力合力的大小关系是$F_A=F_B=F_C$

答案　C

解析　三星体系中三颗星的角速度ω相同，轨道半径$r_A<r_B<r_C$，由$v=r\omega$可知$v_A<v_B<v_C$，由

$a=r\omega^2$可知$a_A<a_B<a_C$，故A、B错误；设等边三角形ABC的边长为L，由题意可知三颗星受到万有引力的合力指向圆心O，以C为研究对象，有$G\frac{m_Am_C}{L^2}>\frac{Gm_Bm_C}{L^2}$，得$m_A>m_B$，同理可知$m_B>m_C$，所以$m_A>m_B>m_C$，故C正确；由于$m_A>m_B>m_C$，结合万有引力定律，可知$A$与$B$之间的引力大于$A$与$C$之间的引力，又大于$B$与$C$之间的引力，又知$A$、$B$、$C$受到的两个万有引力之间的夹角都是相等的，根据两个分力的角度一定时，两个力越大，合力越大，可知$F_A>F_B>F_C$，故D错误.

11.(多选)如图所示，月球探测器在一个环绕月球的椭圆轨道上运行，周期为T_1，飞行一段时间后实施近月制动，进入距月球表面高度为h的环月圆轨道，运行周期为T_2，月球的半径为R.下列说法正确的是(　　)



A．根据题中数据，无法求出月球探测器的质量

B．探测器在椭圆轨道远月点的速度大于近月点的速度

C．椭圆轨道的半长轴为$(R+h)\sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}}$

D．探测器在椭圆轨道上运行的最大速度为$\frac{2\pi(R+h)}{T_2}$

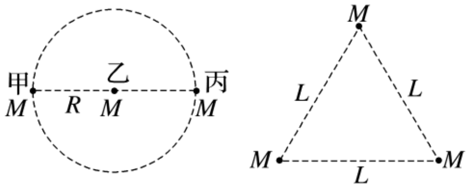
答案　AC

解析　利用万有引力定律对探测器研究时，探测器的质量会被消去，无法求出探测器的质量，故A正确；由开普勒第二定律可知，探测器在椭圆轨道远月点的速度小于近月点的速度，故B错误；设椭圆轨道的半长轴为a，根据开普勒第三定律有$\frac{a^3}{T_1^2}=\frac{(R+h)^3}{T_2^2}$，解得$a=(R+h)\sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}}$，故C正确；探测器在圆轨道上运行的速度大小$v=\frac{2\pi(R+h)}{T_2}$，探测器在椭圆轨道上运行时，在近月点的速度最大，由于探测器在近月点制动后进入圆轨道，探测器在椭圆轨道的近月点的速度大于在圆轨道上运行的速度，故D错误.

素养提升练

12．(多选)太空中存在一些离其他恒星较远的、由质量相等的三颗星组成的三星系统，通常

可忽略其他星体对它们的引力作用．已观测到稳定的三星系统存在两种基本的构成形式(如图)：一种是三颗星位于同一直线上，两颗星围绕中央星在同一半径为 R 的圆轨道上运行；另一种形式是三颗星位于等边三角形的三个顶点上，并沿外接于等边三角形的圆形轨道运行．设这三颗星的质量均为 M，并且两种系统的运动周期相同，则(　　)



A．直线三星系统中甲星和丙星的线速度相同

B．直线三星系统的运动周期 $T=4\pi R\sqrt{\frac{R}{5GM}}$

C．三角形三星系统中星体间的距离 $L=\sqrt[3]{\frac{12}{5}}R$

D．三角形三星系统的线速度大小为$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5GM}{R}}$

答案　BC

解析　直线三星系统中甲星和丙星的线速度大小相等，方向相反，选项 A 错误；直线三星系统中，对甲星有 $G\frac{M^2}{R^2}+G\frac{M^2}{(2R)^2}=M\frac{4\pi^2}{T^2}R$，解得 $T=4\pi R\sqrt{\frac{R}{5GM}}$，选项 B 正确；对三角形三星系统中任一颗星，根据万有引力定律和牛顿第二定律得 $2G\frac{M^2}{L^2}\cos\ 30°=M\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{L}{2\cos 30°}$，又由题知两种系统的运动周期相同，即 $T=4\pi R\sqrt{\frac{R}{5GM}}$，联立解得 $L=\sqrt[3]{\frac{12}{5}}R$，选项 C 正确；三角形三星系统的线速度大小为 $v=\frac{2\pi R}{T}=\frac{2\pi\left(\frac{L}{2\cos 30°}\right)}{T}=\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\sqrt[3]{\frac{12}{5}}\cdot\sqrt{\frac{5GM}{R}}$，选项 D 错误．