

圆周运动

【目标要求】 1.熟练掌握描述圆周运动的各物理量之间的关系.2.掌握匀速圆周运动由周期性引起的多解问题的分析方法.3.会分析圆周运动的向心力来源,掌握圆周运动的动力学问题的分析方法,掌握圆锥摆模型.

考点一 圆周运动的运动学问题

■ 基础梳理 夯实必备知识

1. 描述圆周运动的物理量

	定义、意义	公式、单位
线速度(v)	①描述圆周运动的物体运动 <u>快慢</u> 的物理量 ②是矢量,方向和半径 <u>垂直</u> ,和圆周 <u>相切</u>	① $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (定义式) = $\frac{2\pi r}{T}$ (与周期的关系) ②单位: m/s
角速度(ω)	①描述物体绕 <u>圆心</u> 转动快慢的物理量 ②是矢量,但不研究其方向	① $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ (定义式) = $\frac{2\pi}{T}$ (与周期的关系) ②单位: rad/s ③ ω 与 v 的关系: $v = \omega r$
周期(T) 转速(n) 频率(f)	①周期是做匀速圆周运动的物体沿圆周运动一周所用的时间,周期的倒数为频率 ②转速是单位时间内物体转过的 <u>圈数</u>	① $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{1}{f}$ (与频率的关系) ② T 的单位: s n 的单位: r/s、r/min f 的单位: Hz
向心加速度(a_n)	①描述线速度 <u>方向</u> 变化快慢的物理量 ②方向指向圆心	① $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = \omega v$ ②单位: m/s^2

2. 匀速圆周运动

(1)定义: 如果物体沿着圆周运动,并且线速度的大小处处相等,所做的运动就是匀速圆周运动.

(2)特点: 加速度大小不变,方向始终指向圆心,是变加速运动.

(3)条件: 合外力大小不变、方向始终与速度方向垂直且指向圆心.

■ 判断正误 ■

1. 匀速圆周运动是匀变速曲线运动. (×)
2. 物体做匀速圆周运动时, 其线速度是不变的. (×)
3. 物体做匀速圆周运动时, 其合外力是变力. (√)
4. 匀速圆周运动的向心加速度与半径成反比. (×)

■ 方法技巧 提升关键能力

1. 对公式 $v = \omega r$ 的理解

当 ω 一定时, v 与 r 成正比.

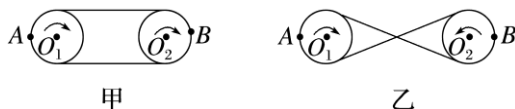
当 v 一定时, ω 与 r 成反比.

2. 对 $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ 的理解

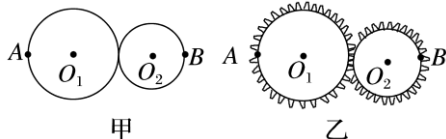
在 v 一定时, a_n 与 r 成反比; 在 ω 一定时, a_n 与 r 成正比.

3. 常见的传动方式及特点

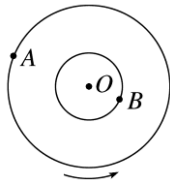
(1) 皮带传动: 如图甲、乙所示, 皮带与两轮之间无相对滑动时, 两轮边缘线速度大小相等, 即 $v_A = v_B$.



(2) 摩擦传动和齿轮传动: 如图甲、乙所示, 两轮边缘接触, 接触点无打滑现象时, 两轮边缘线速度大小相等, 即 $v_A = v_B$.



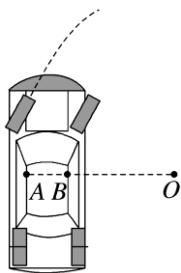
(3) 同轴转动: 如图所示, 绕同一转轴转动的物体, 角速度相同, $\omega_A = \omega_B$, 由 $v = \omega r$ 知 v 与 r 成正比.



考向 1 圆周运动物理量的分析和计算

【例 1】(多选) 如图所示为学员驾驶汽车在水平面上绕 O 点做匀速圆周运动的俯视图. 已知质

量为 60 kg 的学员在 A 点位置, 质量为 70 kg 的教练员在 B 点位置, A 点的转弯半径为 5.0 m, B 点的转弯半径为 4.0 m, 则学员和教练员(均可视为质点)()



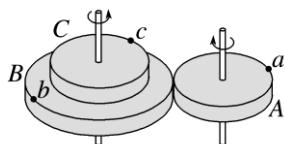
- A. 线速度大小之比为 5 : 4
- B. 周期之比为 5 : 4
- C. 向心加速度大小之比为 4 : 5
- D. 受到的合力大小之比为 15 : 14

答案 AD

解析 学员和教练员一起做圆周运动的角速度相等, 根据 $v = r\omega$, 知半径之比为 5 : 4, 则线速度大小之比为 5 : 4, A 正确; 学员和教练员做圆周运动的角速度相等, 根据 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 知周期相等, B 错误; 学员和教练员做圆周运动的角速度相等, 半径之比为 5 : 4, 根据 $a = r\omega^2$, 则向心加速度大小之比为 5 : 4, C 错误; 所受合力提供做圆周运动所需向心力, 根据 $F = ma$, 向心加速度大小之比为 5 : 4, 质量之比为 6 : 7, 则所受合力大小之比为 15 : 14, D 正确.

考向 2 圆周传动问题

【例 2】如图所示, B 和 C 是一组塔轮, 即 B 和 C 半径不同, 但固定在同一转轴上, 其半径之比为 $R_B : R_C = 3 : 2$, A 轮的半径大小与 C 轮相同, 它与 B 轮紧靠在一起, 当 A 轮绕过其中心的竖直轴转动时, 由于摩擦力作用, B 轮也随之无滑动地转动起来. a、b、c 分别为三轮边缘的三个点, 则 a、b、c 三点在运动过程中的()



- A. 线速度大小之比为 3 : 2 : 2
- B. 角速度之比为 3 : 3 : 2
- C. 转速之比为 2 : 3 : 2
- D. 向心加速度大小之比为 9 : 6 : 4

答案 D

解析 A、B 靠摩擦传动，则边缘上 a 、 b 两点的线速度大小相等，即 $v_a : v_b = 1 : 1$ ，选项 A

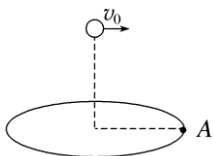
错误；B、C 同轴转动，则边缘上 b 、 c 两点的角速度相等，即 $\omega_b = \omega_c$ ，转速之比 $\frac{n_b}{n_c} = \frac{\omega_b}{\omega_c} = \frac{1}{1}$ ，

选项 B、C 错误；对 a 、 b 两点，由 $a_n = \frac{v^2}{r}$ 得 $\frac{a_a}{a_b} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{3}{2}$ ，对 b 、 c 两点，由 $a_n = \omega^2 r$ 得 $\frac{a_b}{a_c} = \frac{R_B}{R_C} =$

$\frac{3}{2}$ ，故 $a_a : a_b : a_c = 9 : 6 : 4$ ，选项 D 正确。

考向 3 圆周运动的多解问题

【例 3】如图所示为一个半径为 5 m 的圆盘，正绕其圆心做匀速转动，当圆盘边缘上的一点 A 处在如图所示位置的时候，在其圆心正上方 20 m 的高度有一个小球正在向边缘的 A 点以一定的速度水平抛出，取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，不计空气阻力，要使得小球正好落在 A 点，则()



A. 小球平抛的初速度一定是 2.5 m/s

B. 小球平抛的初速度可能是 2.5 m/s

C. 圆盘转动的角速度一定是 $\pi \text{ rad/s}$

D. 圆盘转动的加速度可能是 $\pi^2 \text{ m/s}^2$

答案 A

解析 根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 可得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \text{ s}$ ，则小球平抛的初速度 $v_0 = \frac{r}{t} = 2.5 \text{ m/s}$ ，A 正确，B 错

误；根据 $\omega t = 2n\pi (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，解得圆盘转动的角速度 $\omega = \frac{2n\pi}{t} = n\pi \text{ rad/s} (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，

圆盘转动的加速度为 $a = \omega^2 r = n^2 \pi^2 r = 5n^2 \pi^2 \text{ m/s}^2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，C、D 错误。

考点二 圆周运动的动力学问题

基础梳理 夯实必备知识

1. 匀速圆周运动的向心力

(1) 作用效果

向心力产生向心加速度，只改变速度的方向，不改变速度的大小。

(2) 大小

$$F_n = m \frac{v^2}{r} = m r \omega^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = m \omega v.$$

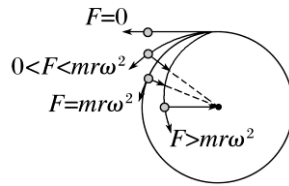
(3)方向

始终沿半径方向指向圆心，时刻在改变，即向心力是一个变力。

2. 离心运动和近心运动

(1)离心运动：做圆周运动的物体，在所受合外力突然消失或不足以提供圆周运动所需向心力的情况下，就做逐渐远离圆心的运动。

(2)受力特点(如图)



①当 $F=0$ 时，物体沿切线方向飞出，做匀速直线运动。

②当 $0 < F < mr\omega^2$ 时，物体逐渐远离圆心，做离心运动。

③当 $F > mr\omega^2$ 时，物体逐渐向圆心靠近，做近心运动。

(3)本质：离心运动的本质并不是受到离心力的作用，而是提供的力小于做匀速圆周运动需要的向心力。

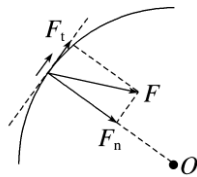
3. 匀速圆周运动与变速圆周运动合力、向心力的特点

(1)匀速圆周运动的合力：提供向心力。

(2)变速圆周运动的合力(如图)

①与圆周相切的分力 F_t 产生切向加速度 a_t ，改变线速度的大小，当 a_t 与 v 同向时，速度增大，做加速圆周运动，反向时做减速圆周运动。

②指向圆心的分力 F_n 提供向心力，产生向心加速度 a_n ，改变线速度的方向。



■ 判断正误 ■

1. 做匀速圆周运动的物体，当所受合外力突然减小时，物体将沿切线方向飞出。(×)

2. 摩托车转弯时速度过大就会向外发生滑动，这是摩托车受沿转弯半径向外的离心力作用的缘故。(×)

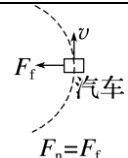
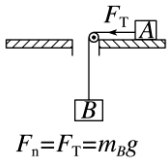
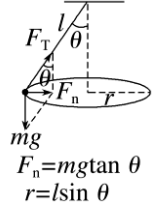
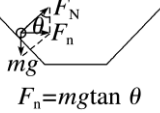
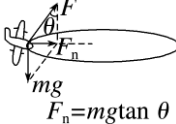
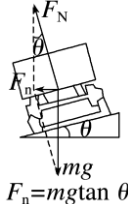
3. 向心力可以是物体受到的某一个力，也可以是物体受到的合力。(√)

4. 变速圆周运动的向心力不指向圆心。(×)

1. 向心力来源

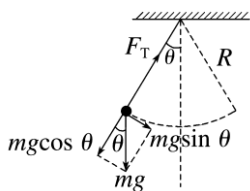
向心力是按力的作用效果命名的，可以是重力、弹力、摩擦力等各种力，也可以是几个力的合力或某个力的分力，因此在受力分析中要避免再另外添加一个向心力。

2. 匀速圆周运动的向心力来源

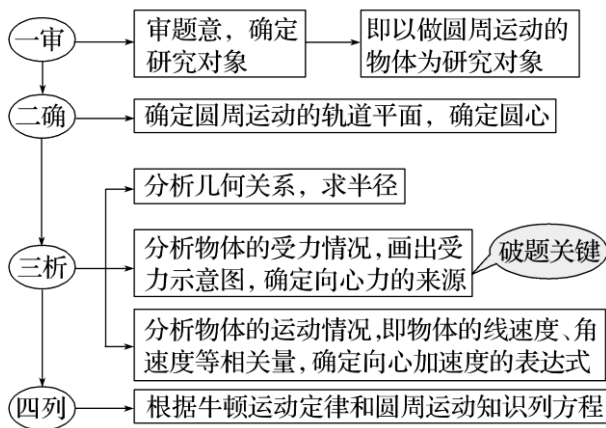
运动模型	向心力的来源图示
汽车在水平路面转弯	 <p>$F_n = F_f$</p>
水平转台(光滑)	 <p>$F_n = F_T = m_B g$</p>
圆锥摆	 <p>$F_n = m g \tan \theta$ $r = l \sin \theta$</p>
飞车走壁	 <p>$F_n = m g \tan \theta$</p>
飞机水平转弯	 <p>$F_n = m g \tan \theta$</p>
火车转弯	 <p>$F_n = m g \tan \theta$</p>

3. 变速圆周运动的向心力

如图所示，当小球在竖直面内摆动时，半径方向的合力提供向心力， $F_T - mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$ ，如图示。

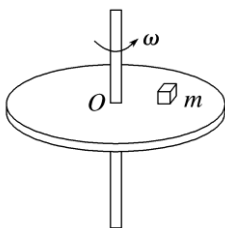


4. 圆周运动动力学问题的分析思路



考向 1 圆周运动的动力学问题

【例 4】 如图所示, 一个圆盘绕过圆心 O 且与盘面垂直的竖直轴匀速转动, 角速度为 ω , 盘面上有一质量为 m 的物块随圆盘一起做匀速圆周运动, 已知物块到转轴的距离为 r , 下列说法正确的是()

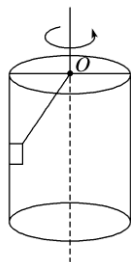


- A. 物块受重力、弹力、向心力作用, 合力大小为 $m\omega^2 r$
- B. 物块受重力、弹力、摩擦力、向心力作用, 合力大小为 $m\omega^2 r$
- C. 物块受重力、弹力、摩擦力作用, 合力大小为 $m\omega^2 r$
- D. 物块只受重力、弹力作用, 合力大小为零

答案 C

解析 对物块进行受力分析可知物块受重力、圆盘对它的支持力及摩擦力作用. 物块所受的合力等于摩擦力, 合力提供向心力. 根据牛顿第二定律有 $F_{\text{合}} = F_f = m\omega^2 r$, 选项 A、B、D 错误, C 正确.

【例 5】 如图所示, 内壁光滑的竖直圆桶, 绕中心轴做匀速圆周运动, 一物块用细绳系着, 绳的另一端系于圆桶上表面圆心, 且物块贴着圆桶内表面随圆桶一起转动, 则()



- A. 绳的张力可能为零
- B. 桶对物块的弹力不可能为零
- C. 随着转动的角速度增大，绳的张力保持不变
- D. 随着转动的角速度增大，绳的张力一定增大

答案 C

解析 当物块随圆桶做匀速圆周运动时，绳的拉力的竖直分力与物块的重力保持平衡，因此绳的张力为一定值，且不可能为零，故 A、D 错误，C 正确；当绳的水平分力恰好提供向心力的时候，圆桶对物块的弹力恰好为零，故 B 错误。

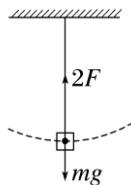
【例 6】(2020·全国卷 I·16)如图，一同学表演荡秋千。已知秋千的两根绳长均为 10 m，该同学和秋千踏板的总质量约为 50 kg，绳的质量忽略不计。当该同学荡到秋千支架的正下方时，速度大小为 8 m/s，此时每根绳子平均承受的拉力约为()



- A. 200 N
- B. 400 N
- C. 600 N
- D. 800 N

答案 B

解析 取该同学与踏板为研究对象，到达最低点时，受力如图所示，设每根绳子中的平均拉力大小为 F 。



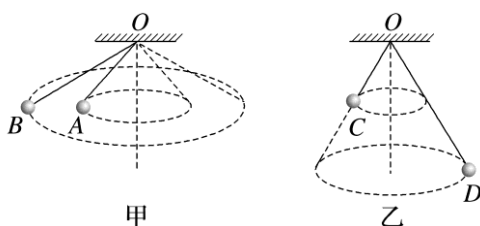
由牛顿第二定律知： $2F - mg = \frac{mv^2}{r}$ ，

取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 代入数据得 $F = 405 \text{ N}$, 故每根绳子平均承受的拉力约为 405 N ,

选项 B 正确.

考向 2 圆锥摆模型

【例 7】 (2022·辽宁六校联考) 四个完全相同的小球 A 、 B 、 C 、 D 均在水平面内做圆锥摆运动. 如图甲所示, 其中小球 A 、 B 在同一水平面内做圆锥摆运动(连接 B 球的绳较长); 如图乙所示, 小球 C 、 D 在不同水平面内做圆锥摆运动, 但是连接 C 、 D 的绳与竖直方向之间的夹角相同(连接 D 球的绳较长), 则下列说法错误的是()

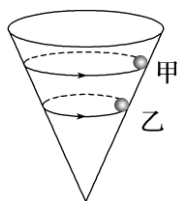


- A. 小球 A 、 B 角速度相等
- B. 小球 A 、 B 线速度大小相同
- C. 小球 C 、 D 向心加速度大小相同
- D. 小球 D 受到绳的拉力与小球 C 受到绳的拉力大小相等

答案 B

解析 对题图甲 A 、 B 分析: 设绳与竖直方向的夹角为 θ , 小球的质量为 m , 小球 A 、 B 到悬点 O 的竖直距离为 h , 则 $mg \tan \theta = m\omega^2 l \sin \theta$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}} = \sqrt{\frac{g}{h}}$, 所以小球 A 、 B 的角速度相等, 线速度大小不相同, 故 A 正确, B 错误; 对题图乙 C 、 D 分析: 设绳与竖直方向的夹角为 θ , 小球的质量为 m , 绳长为 L , 绳上拉力为 F_T , 则有 $mg \tan \theta = ma$, $F_T \cos \theta = mg$ 得 $a = g \tan \theta$, $F_T = \frac{mg}{\cos \theta}$, 所以小球 C 、 D 向心加速度大小相同, 小球 C 、 D 受到绳的拉力大小也相同, 故 C、D 正确.

【例 8】 如图所示, 质量相等的甲、乙两个小球, 在光滑玻璃漏斗内壁做水平面内的匀速圆周运动, 甲在乙的上方. 则()



- A. 球甲的角速度一定大于球乙的角速度
- B. 球甲的线速度一定大于球乙的线速度
- C. 球甲的运动周期一定小于球乙的运动周期
- D. 球甲对筒壁的压力一定大于球乙对筒壁的压力

答案 B

解析 对小球受力分析, 小球受到重力和支持力, 它们的合力提供向心力, 设支持力与竖直

方向夹角为 θ , 根据牛顿第二定律有 $m g \tan \theta = m \frac{v^2}{R} = m R \omega^2$, 解得 $v = \sqrt{g R \tan \theta}$, $\omega = \sqrt{\frac{g \tan \theta}{R}}$,

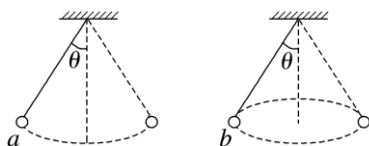
球甲的轨迹半径大, 则球甲的角速度一定小于球乙的角速度, 球甲的线速度一定大于球乙的

线速度, 故 A 错误, B 正确; 根据 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 因为球甲的角速度一定小于球乙的角速度, 则球

甲的运动周期一定大于球乙的运动周期, 故 C 错误; 因为支持力 $F_N = \frac{mg}{\cos \theta}$, 结合牛顿第三

定律, 球甲对筒壁的压力一定等于球乙对筒壁的压力, 故 D 错误.

【例 9】 如图所示, 质量均为 m 的 a 、 b 两小球用不可伸长的等长轻质绳子悬挂起来, 使小球 a 在竖直平面内来回摆动, 小球 b 在水平面内做匀速圆周运动, 连接小球 b 的绳子与竖直方向的夹角和小球 a 摆动时绳子偏离竖直方向的最大夹角都为 θ , 重力加速度为 g , 则下列说法正确的是()



- A. a 、 b 两小球都是所受合外力充当向心力
- B. a 、 b 两小球圆周运动的半径之比为 $\tan \theta$
- C. b 小球受到的绳子拉力为 $\frac{mg}{\cos \theta}$
- D. a 小球运动到最高点时受到的绳子拉力为 $\frac{mg}{\sin \theta}$

答案 C

解析 小球 a 速度变化, 只有在最低点时所受合外力充当向心力, 而小球 b 做匀速圆周运动,

所受合外力充当向心力, 故 A 错误; 由几何关系可知, a 、 b 两小球圆周运动的半径之比为 $\frac{1}{\sin \theta}$,

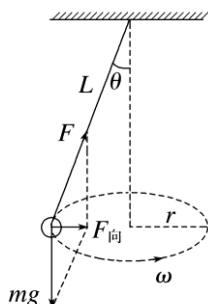
故 B 错误; 根据矢量三角形可得 $F_b \cos \theta = mg$, 即 $F_b = \frac{mg}{\cos \theta}$, 故 C 正确; a 小球到达最高点

时速度为零, 将重力正交分解有 $F_a = mg \cos \theta$, 故 D 错误.

圆锥摆模型

1. 如图所示, 向心力 $F_{\text{向}} = mg \tan \theta = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$, 且 $r = L \sin \theta$, 解得 $v = \sqrt{gL \tan \theta \sin \theta}$, $\omega =$

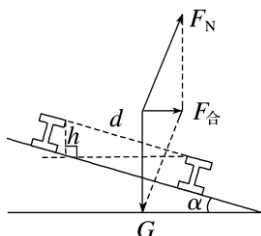
$$\sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$$



2. 稳定状态下, θ 角越大, 对应的角速度 ω 和线速度 v 就越大, 小球受到的拉力 $F = \frac{mg}{\cos \theta}$ 和运动所需向心力也越大.

考向 3 生活中的圆周运动

【例 10】 列车转弯时的受力分析如图所示, 铁路转弯处的圆弧半径为 R , 两铁轨之间的距离为 d , 内外轨的高度差为 h , 铁轨平面和水平面间的夹角为 α (α 很小, 可近似认为 $\tan \alpha \approx \sin \alpha$), 重力加速度为 g , 下列说法正确的是()



- A. 列车转弯时受到重力、支持力和向心力的作用
- B. 列车过转弯处的速度 $v = \sqrt{\frac{gRh}{d}}$ 时, 列车轮缘不会挤压内轨和外轨
- C. 列车过转弯处的速度 $v < \sqrt{\frac{gRh}{d}}$ 时, 列车轮缘会挤压外轨
- D. 若减小 α 角, 可提高列车安全过转弯处的速度

答案 B

解析 列车以规定速度转弯时受到重力、支持力, 重力和支持力的合力提供向心力, A 错误;

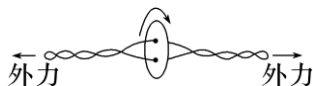
当重力和支持力的合力提供向心力时, 则 $m \frac{v^2}{R} = mg \tan \alpha = mg \frac{h}{d}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{gRh}{d}}$, 列车轮缘不

会挤压内轨和外轨, B 正确; 列车过转弯处的速度 $v < \sqrt{\frac{gRh}{d}}$ 时, 转弯所需的合力 $F < mg \tan \alpha$, 故此时列车内轨受挤压, C 错误; 若要提高列车速度, 则列车所需的向心力增大, 故需要增大 α , D 错误.

课时精练

✓ 必备基础练

1. (2021·全国甲卷·15) “旋转纽扣”是一种传统游戏. 如图, 先将纽扣绕几圈, 使穿过纽扣的两股细绳拧在一起, 然后用力反复拉绳的两端, 纽扣正转和反转会交替出现. 拉动多次后, 纽扣绕其中心的转速可达 50 r/s, 此时纽扣上距离中心 1 cm 处的点向心加速度大小约为()



- A. 10 m/s^2 B. 100 m/s^2
C. $1\,000 \text{ m/s}^2$ D. $10\,000 \text{ m/s}^2$

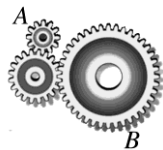
答案 C

解析 根据匀速圆周运动的规律,

此时 $\omega = 2\pi n = 100\pi \text{ rad/s}$,

向心加速度 $a = \omega^2 r \approx 1\,000 \text{ m/s}^2$, 故选 C.

2. (多选) 在如图所示的齿轮传动中, 三个齿轮的半径之比为 2 : 3 : 6, 当齿轮转动的时候, 关于小齿轮边缘的 A 点和大齿轮边缘的 B 点, 下列说法正确的是()



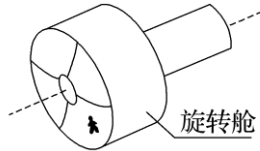
- A. A 点和 B 点的线速度大小之比为 1 : 1
B. A 点和 B 点的角速度之比为 1 : 1
C. A 点和 B 点的角速度之比为 3 : 1
D. A 点和 B 点的线速度大小之比为 1 : 3

答案 AC

解析 题图中三个齿轮边缘线速度大小相等, 则 A 点和 B 点的线速度大小之比为 1 : 1, 由 $v = \omega r$ 可知, 线速度一定时, 角速度与半径成反比, 则 A 点和 B 点角速度之比为 3 : 1, 故 A、

C 正确, B、D 错误.

3.未来的星际航行中,宇航员长期处于零重力状态,为缓解这种状态带来的不适,有人设想在未来的航天器上加装一段圆柱形“旋转舱”,如图所示.当旋转舱绕其轴线匀速旋转时,宇航员站在旋转舱内圆柱形侧壁上,可以受到与他站在地球表面时相同大小的支持力.为达到上述目的,下列说法正确的是()



- A. 旋转舱的半径越大,转动的角速度就应越大
- B. 旋转舱的半径越大,转动的角速度就应越小
- C. 宇航员质量越大,旋转舱的角速度就应越大
- D. 宇航员质量越大,旋转舱的角速度就应越小

答案 B

解析 根据向心力的公式 $ma_n = m\omega^2 r$, 可得 $a_n = \omega^2 r$, 要想使宇航员在旋转舱内受到侧壁的弹力等于站在地球表面受到地面的支持力, 旋转舱的向心加速度 a_n 应等于重力加速度, 旋转舱的半径越大, 转动的角速度应该越小, 选项 A 错误, B 正确; 旋转舱的角速度与宇航员的质量无关, 选项 C、D 错误.

4.如图所示,汽车正在水平路面上沿圆轨道匀速率转弯,且没有发生侧滑.下列说法正确的是()



- A. 汽车转弯时由车轮和路面间的静摩擦力提供向心力
- B. 汽车转弯时由汽车受到的重力与支持力的合力提供向心力
- C. 汽车转弯时由车轮和路面间的滑动摩擦力提供向心力
- D. 汽车转弯半径不变,速度减小时,汽车受到的静摩擦力可能不变

答案 A

解析 汽车转弯时靠静摩擦力提供向心力, 故 A 正确, B、C 错误; 根据 $F_f = F_n = m\frac{v^2}{R}$ 知, 半径不变, 速度减小时, 向心力减小, 则汽车受到的静摩擦力减小, 故 D 错误.

5.(多选)飞机飞行时除受到发动机的推力和空气阻力外,还受到重力和机翼的升力,机翼的升力垂直于机翼所在平面向上,当飞机在空中盘旋时机翼倾斜(如图所示),以保证重力和机翼

升力的合力提供向心力。设飞机以速率 v 在水平面内做半径为 R 的匀速圆周运动时机翼与水平面成 θ 角，飞行周期为 T 。则下列说法正确的是()



- A. 若飞行速率 v 不变， θ 增大，则半径 R 增大
- B. 若飞行速率 v 不变， θ 增大，则周期 T 增大
- C. 若 θ 不变，飞行速率 v 增大，则半径 R 增大
- D. 若飞行速率 v 增大， θ 增大，则周期 T 可能不变

答案 CD

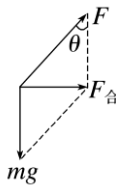
解析 对飞机进行受力分析，如图所示，根据重力和机翼升力的合力提供向心力，得 $m g \tan \theta$

$$= m \frac{v^2}{R} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R, \text{解得: } v = \sqrt{g R \tan \theta}, T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \tan \theta}}$$

若飞行速率 v 不变， θ 增大，由 $v = \sqrt{g R \tan \theta}$ 知， R 减小，则再由 $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \tan \theta}}$ 知， T 减小，故 A、B 错误；若 θ 不变，飞行速率 v 增大，

由 $v = \sqrt{g R \tan \theta}$ 知， R 增大，故 C 正确；若飞行速率 v 增大， θ 增大， R 的变化不能确定，则

周期 T 可能不变，故 D 正确。



6. 如图所示为室内场地自行车赛的比赛情景，运动员以速度 v 在倾角为 θ 的粗糙倾斜赛道上做匀速圆周运动。已知运动员质量为 m ，圆周运动的半径为 R ，重力加速度为 g ，将运动员视为质点。则运动员()



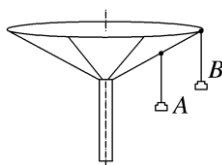
- A. 所受合力方向沿赛道面向下
- B. 所受自行车的作用力方向竖直向上
- C. 合力大小为 $m \frac{v^2}{R}$
- D. 速度不能超过 $\sqrt{g R \tan \theta}$

答案 C

解析 运动员和自行车组成的整体受重力、支持力、摩擦力作用，靠合力提供向心力，合力的方向始终指向圆心，A 错误；运动员所受重力、支持力的合力提供其做圆周运动的向心力，故自行车对运动员的作用力应斜向左上方，B 错误；运动员所受的合力提供运动员做圆周运动的向心力，根据向心力公式可得 $F_{\text{向}} = m\frac{v^2}{R}$ ，C 正确；以运动员和自行车整体为研究对象，受到的重力和赛道的支持力的合力提供向心力时，向心力为 $F_{\text{向}} = m_{\text{总}}\frac{v^2}{R} = m_{\text{总}}g\tan\theta$ ，解得 $v = \sqrt{gR\tan\theta}$ ，当运动员和自行车的速度略大于 $\sqrt{gR\tan\theta}$ 时，整体会受到赛道的沿着赛道面向下的摩擦力，仍能做匀速圆周运动，D 错误。

能力综合练

7. 如图所示，“旋转秋千”中的两个座椅 A、B 质量相等，通过相同长度的缆绳悬挂在旋转圆盘上。不考虑空气阻力的影响，当旋转圆盘绕竖直的中心轴匀速转动时，下列说法正确的是 ()



- A. A 的速率比 B 大
- B. A 与 B 的向心加速度大小相等
- C. 悬挂 A、B 的缆绳与竖直方向的夹角相等
- D. 悬挂 A 的缆绳所受的拉力比悬挂 B 的小

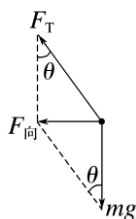
答案 D

解析 A、B 绕竖直轴匀速转动的角速度相等，即 $\omega_A = \omega_B$ ，但 $r_A < r_B$ ，根据 $v = \omega r$ 得，A 的速率比 B 的小，选项 A 错误；根据 $a = \omega^2 r$ 得，A 的向心加速度比 B 的小，选项 B 错误；A、B

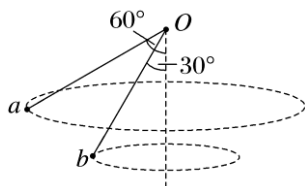
做圆周运动时的受力情况如图所示，根据 $F_{\text{向}} = m\omega^2 r$ 及 $\tan\theta = \frac{F_{\text{向}}}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$ 知，悬挂 A 的缆绳与

竖直方向的夹角小，选项 C 错误；由图知 $F_T = \frac{mg}{\cos\theta}$ ，所以悬挂 A 的缆绳受到的拉力小，选

项 D 正确。



8. 小球 a 、 b 分别通过长度相等的轻绳拴在 O 点, 给 a 、 b 适当的速度, 使两小球分别在不同水平面内做匀速圆周运动, Oa 与竖直方向夹角为 60° , Ob 与竖直方向夹角为 30° , 则 a 做圆周运动的周期与 b 做圆周运动的周期之比为()



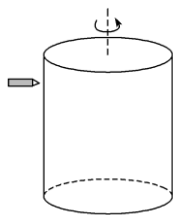
- A. $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ B. $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ C. $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ D. $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{6}}$

答案 B

解析 对球受力分析, 根据牛顿第二定律得 $m g \tan \theta = m \frac{4\pi^2}{T^2} L \sin \theta$, 解得 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 L \cos \theta}{g}}$, 则

$$\frac{T_a}{T_b} = \sqrt{\frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{3}}, \text{ 故 B 正确, A、C、D 错误.}$$

9. (多选) 如图所示, 直径为 d 的竖直圆筒绕中心轴线以恒定的转速匀速转动. 一子弹以水平速度沿圆筒直径方向从左侧射入圆筒, 从右侧射穿圆筒后发现两弹孔在同一竖直线上且相距为 h , 重力加速度为 g , 则()



- A. 子弹在圆筒中的水平速度为 $v_0 = d\sqrt{\frac{g}{2h}}$
 B. 子弹在圆筒中的水平速度为 $v_0 = 2d\sqrt{\frac{g}{2h}}$
 C. 圆筒转动的角速度可能为 $\omega = \pi\sqrt{\frac{g}{2h}}$
 D. 圆筒转动的角速度可能为 $\omega = 3\pi\sqrt{\frac{g}{2h}}$

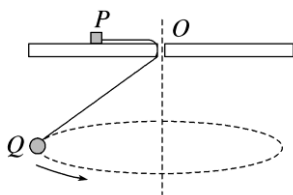
答案 ACD

解析 子弹在圆筒中运动的时间与自由下落高度 h 的时间相同, 即 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 则 $v_0 = \frac{d}{t} =$

$d\sqrt{\frac{g}{2h}}$, 故 A 正确, B 错误; 在此段时间内圆筒转过的圈数为半圈的奇数倍, 即 $\omega t = (2n +$

$1)\pi (n = 0, 1, 2, \dots)$, 所以 $\omega = \frac{(2n + 1)\pi}{t} = (2n + 1)\pi\sqrt{\frac{g}{2h}} (n = 0, 1, 2, \dots)$, 故 C、D 正确.

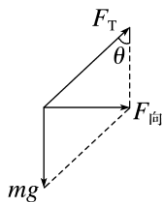
10. (2022·广东惠州市调研)如图所示, 一根细线下端拴一个金属小球 Q , 细线穿过小孔(小孔光滑)另一端连接在金属块 P 上, P 始终静止在水平桌面上, 若不计空气阻力, 小球在某一水平面内做匀速圆周运动(圆锥摆). 实际上, 小球在运动过程中不可避免地受到空气阻力作用. 因阻力作用, 小球 Q 的运动轨道发生缓慢的变化(可视为一系列半径不同的圆周运动). 下列判断正确的是()



- A. 小球 Q 的位置越来越高
- B. 细线的拉力变小
- C. 小球 Q 运动的角速度变大
- D. P 受到桌面的静摩擦力变大

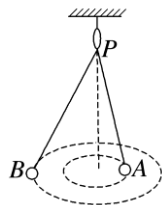
答案 B

解析 由于小球受到空气阻力作用, 线速度减小, 则所需要的向心力减小, 小球做近心运动, 小球的位置越来越低, 故 A 项错误; 设细线与竖直方向的夹角为 θ , 细线的拉力大小为 F_T , 细线的长度为 L , 当小球做匀速圆周运动时, 由重力和细线的拉力的合力提供向心力, 如图所示, 则有 $F_T = \frac{mg}{\cos \theta}$, $mg \tan \theta = m \frac{v^2}{L \sin \theta} = m \omega^2 L \sin \theta$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$, 由于小球受到空气阻力作用, 线速度减小, θ 减小, $\cos \theta$ 增大, 因此, 细线的拉力 F_T 减小, 角速度 ω 减小, 故 B 项正确, C 项错误; 对金属块 P , 由平衡条件知, P 受到桌面的静摩擦力大小等于细线的拉力大小, 则静摩擦力变小, 故 D 项错误.



✓ 素养提升练

11.(多选)天花板下悬挂的轻质光滑小圆环 P 可绕过悬挂点的竖直轴无摩擦地旋转. 一根轻绳穿过 P , 两端分别连接质量为 m_1 和 m_2 的小球 A 、 $B(m_1 \neq m_2)$. 设两球同时做如图所示的圆锥摆运动, 且在任意时刻两球均在同一水平面内, 则()



- A. 两球运动的周期相等
- B. 两球的向心加速度大小相等
- C. 球 A 、 B 到 P 的距离之比等于 $m_2 : m_1$
- D. 球 A 、 B 到 P 的距离之比等于 $m_1 : m_2$

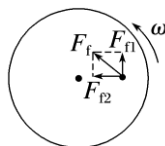
答案 AC

解析 对其中一个小球受力分析, 其受到重力和绳的拉力 F_T , 设绳与竖直方向的夹角为 θ , 重力与拉力的合力提供向心力, 设该小球到 P 的距离为 l , 则有 $mg \tan \theta = m \frac{4\pi^2}{T^2} l \sin \theta$, 解得周期为 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$, 因为任意时刻两球均在同一水平面内, 故两球运动的周期相等, 选项 A 正确; 连接两球的绳的拉力 F_T 相等, 由于向心力为 $F_n = F_T \sin \theta = m \omega^2 l \sin \theta$, 故 m 与 l 成反比, 即 $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$, 又小球的向心加速度 $a = \omega^2 h \tan \theta = (\frac{2\pi}{T})^2 h \tan \theta$, 故向心加速度大小不相等, 选项 C 正确, B、D 错误.

12. 水平转盘上距转轴 1.2 m 处放置一个 10 kg 的物体(可视为质点), 物体与转盘间的动摩擦因数为 0.13. 当转盘转动后, 可使物体以 0.5 m/s^2 的切向加速度做加速圆周运动, 经过多长时间物体和转盘发生相对滑动? (滑动摩擦力等于最大静摩擦力, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

答案 2.4 s

解析 物体做加速圆周运动, 所以静摩擦力不指向圆心, (如图)把静摩擦力分解,



可知 $F_{t1} = ma$

$$F_{r1} = m \frac{v^2}{r}$$

当物体恰好滑动时: $(\mu mg)^2 = F_{r1}^2 + F_{t1}^2$

联立以上三式，解得 $v = 1.2 \text{ m/s}$

物体沿圆周做加速运动，所以 $t = \frac{v}{a} = 2.4 \text{ s}$.