

圆周运动的临界问题

【目标要求】 1.掌握水平面内、竖直面内的圆周运动的动力学问题的分析方法.2.会分析水平面内、竖直面内圆周运动的临界问题.

题型一 水平面内圆周运动的临界问题

1. 运动特点

(1)运动轨迹是水平面内的圆.

(2)合外力沿水平方向指向圆心,提供向心力,竖直方向合力为零,物体在水平面内做匀速圆周运动.

2. 过程分析

重视过程分析,在水平面内做圆周运动的物体,当转速变化时,物体的受力可能发生变化,转速继续变化,会出现绳子张紧、绳子突然断裂、静摩擦力随转速增大而逐渐达到最大值、弹簧弹力大小方向发生变化等,从而出现临界问题.

3. 方法突破

(1)水平转盘上的物体恰好不发生相对滑动的临界条件是物体与盘间恰好达到最大静摩擦力.

(2)物体间恰好分离的临界条件是物体间的弹力恰好为零.

(3)绳的拉力出现临界条件的情形有:绳恰好拉直意味着绳上无弹力;绳上拉力恰好为最大承受力等.

4. 解决方法

当确定了物体运动的临界状态和临界条件后,要分别针对不同的运动过程或现象,选择相对应的物理规律,然后再列方程求解.

【例 1】 (2018·浙江 11 月选考·9)如图所示,一质量为 $2.0 \times 10^3 \text{ kg}$ 的汽车在水平公路上行驶,路面对轮胎的径向最大静摩擦力为 $1.4 \times 10^4 \text{ N}$,当汽车经过半径为 80 m 的弯道时,下列判断正确的是()

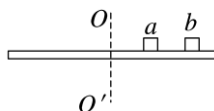


- A. 汽车转弯时所受的力有重力、弹力、摩擦力和向心力
- B. 汽车转弯的速度为 20 m/s 时所需的向心力为 $1.4 \times 10^4 \text{ N}$
- C. 汽车转弯的速度为 20 m/s 时汽车会发生侧滑
- D. 汽车能安全转弯的向心加速度不超过 7.0 m/s^2

答案 D

解析 汽车转弯时所受的力有重力、弹力、摩擦力,向心力是由摩擦力提供的,A 错误;汽车转弯的速度为 20 m/s 时,根据 $F_n = m\frac{v^2}{R}$,得所需的向心力为 1.0×10^4 N,没有超过最大静摩擦力,所以汽车不会发生侧滑,B、C 错误;汽车安全转弯时的最大向心加速度为 $a_m = \frac{F_f}{m} = 7.0 \text{ m/s}^2$,D 正确.

【例 2】(多选)如图所示,两个质量均为 m 的小木块 a 和 b (可视为质点)放在水平圆盘上, a 与转轴 OO' 的距离为 l , b 与转轴的距离为 $2l$.木块与圆盘的最大静摩擦力为木块所受重力的 k 倍,重力加速度大小为 g .若圆盘从静止开始绕转轴缓慢地加速转动,用 ω 表示圆盘转动的角速度,下列说法正确的是()



A. b 一定比 a 先开始滑动

B. a 、 b 所受的摩擦力始终相等

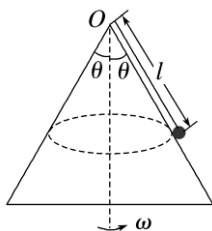
C. $\omega = \sqrt{\frac{kg}{2l}}$ 是 b 开始滑动的临界角速度

D. 当 $\omega = \sqrt{\frac{2kg}{3l}}$ 时, a 所受摩擦力的大小为 kmg

答案 AC

解析 小木块 a 、 b 做圆周运动时,由静摩擦力提供向心力,即 $F_f = m\omega^2 R$.当角速度增大时,静摩擦力增大,当增大到最大静摩擦力时,发生相对滑动,对木块 a : $F_{fa} = m\omega_a^2 l$,当 $F_{fa} = kmg$ 时, $kmg = m\omega_a^2 l$, $\omega_a = \sqrt{\frac{kg}{l}}$; 对木块 b : $F_{fb} = m\omega_b^2 \cdot 2l$,当 $F_{fb} = kmg$ 时, $kmg = m\omega_b^2 \cdot 2l$, $\omega_b = \sqrt{\frac{kg}{2l}}$, $\sqrt{\frac{kg}{2l}}$ 是 b 开始滑动的临界角速度,所以 b 先达到最大静摩擦力,即 b 比 a 先开始滑动,选项 A、C 正确;两木块滑动前转动的角速度相同,则 $F_{fa} = m\omega^2 l$,则 $F_{fb} = m\omega^2 \cdot 2l$, $F_{fa} < F_{fb}$,选项 B 错误; $\omega = \sqrt{\frac{2kg}{3l}} < \omega_a = \sqrt{\frac{kg}{l}}$, a 没有滑动,则 $F_{fa}' = m\omega^2 l = \frac{2}{3}kmg$,选项 D 错误.

【例 3】(多选)如图所示,三角形为一光滑锥体的正视图,锥面与竖直方向的夹角为 $\theta = 37^\circ$.一根长为 $l = 1 \text{ m}$ 的细线一端系在锥体顶端,另一端系着一可视为质点的小球,小球在水平面内绕锥体的轴做匀速圆周运动,重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ = 0.6$,不计空气阻力,则()



- A. 小球受重力、支持力、拉力和向心力
 B. 小球可能只受拉力和重力
 C. 当 $\omega_0 = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s 时, 小球对锥体的压力刚好为零
 D. 当 $\omega = 2\sqrt{5}$ rad/s 时, 小球受重力、支持力和拉力作用

答案 BC

解析 转速较小时, 小球紧贴圆锥面, 则 $F_T \cos \theta + F_N \sin \theta = mg$, $F_T \sin \theta - F_N \cos \theta = m\omega^2 l \sin \theta$, 随着转速的增加, F_T 增大, F_N 减小, 当转速达到 ω_0 时支持力为零, 支持力恰好为零时有 $mg \tan \theta = m\omega_0^2 l \sin \theta$, 解得 $\omega_0 = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s, A 错误, B、C 正确; 当 $\omega = 2\sqrt{5}$ rad/s 时, 小球已经离开斜面, 小球受重力、拉力的作用, D 错误.

题型二 竖直面内圆周运动的临界问题

1. 两类模型对比

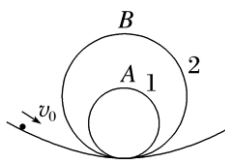
	轻绳模型(最高点无支撑)	轻杆模型(最高点有支撑)
实例	球与绳连接、水流星、沿内轨道运动的“过山车”等	球与杆连接、球在光滑管道中运动等
图示		
受力示意图		
力学方程	$mg + F_{\text{弹}} = m \frac{v^2}{R}$	$mg \pm F_{\text{弹}} = m \frac{v^2}{R}$
临界特征	$F_{\text{弹}} = 0$ $mg = m \frac{v_{\min}^2}{R}$	$v = 0$ 即 $F_{\text{向}} = 0$

	即 $v_{\min} = \sqrt{gR}$	$F_{\text{弹}} = mg$
讨论 分析	(1) 最高点, 若 $v \geq \sqrt{gR}$, $F_{\text{弹}} + mg = m\frac{v^2}{R}$, 绳或轨道对球产生弹力 $F_{\text{弹}}$ (2) 若 $v < \sqrt{gR}$, 则不能到达最高点, 即到达最高点前小球已经脱离了圆轨道	(1) 当 $v = 0$ 时, $F_{\text{弹}} = mg$, $F_{\text{弹}}$ 背离圆心 (2) 当 $0 < v < \sqrt{gR}$ 时, $mg - F_{\text{弹}} = m\frac{v^2}{R}$, $F_{\text{弹}}$ 背离圆心并随 v 的增大而减小 (3) 当 $v = \sqrt{gR}$ 时, $F_{\text{弹}} = 0$ (4) 当 $v > \sqrt{gR}$ 时, $mg + F_{\text{弹}} = m\frac{v^2}{R}$, $F_{\text{弹}}$ 指向圆心并随 v 的增大而增大

2. 解题技巧

- (1) 物体通过圆周运动最低点、最高点时, 利用合力提供向心力列牛顿第二定律方程;
- (2) 物体从某一位置到另一位置的过程中, 用动能定理找出两处速度关系;
- (3) 注意: 求对轨道的压力时, 转换研究对象, 先求物体所受支持力, 再根据牛顿第三定律求出压力.

【例 4】 如图所示, 一小球以一定的初速度从图示位置进入光滑的轨道, 小球先进入圆轨道 1, 再进入圆轨道 2, 圆轨道 1 的半径为 R , 圆轨道 2 的半径是轨道 1 的 1.8 倍, 小球的质量为 m , 若小球恰好能通过轨道 2 的最高点 B , 则小球在轨道 1 上经过其最高点 A 时对轨道的压力大小为(重力加速度为 g)()

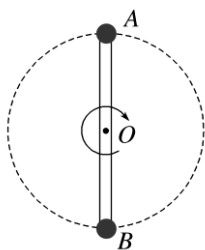


- A. $2mg$ B. $3mg$ C. $4mg$ D. $5mg$

答案 C

解析 小球恰好能通过轨道 2 的最高点 B 时, 有 $mg = \frac{mv_B^2}{1.8R}$, 小球在轨道 1 上经过其最高点 A 时, 有 $F_N + mg = \frac{mv_A^2}{R}$, 根据机械能守恒定律, 有 $1.6mgR = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$, 解得 $F_N = 4mg$, 结合牛顿第三定律可知, 小球在轨道 1 上经过其最高点 A 时对轨道的压力大小为 $4mg$, C 正确.

【例 5】 (2022·山东枣庄八中月考)如图, 轻杆长 $2l$, 中点装在水平轴 O 上, 两端分别固定着小球 A 和 B , A 球质量为 m , B 球质量为 $2m$, 重力加速度为 g , 两者一起在竖直平面内绕 O 轴做圆周运动.



- (1)若 A 球在最高点时, 杆的 A 端恰好不受力, 求此时 B 球的速度大小;
 (2)若 B 球到最高点时的速度等于第(1)问中的速度, 求此时 O 轴的受力大小、方向;
 (3)在杆的转速逐渐变化的过程中, 能否出现 O 轴不受力的情况? 若不能, 请说明理由; 若能, 求出此时 A 、 B 球的速度大小.

答案 (1) $\sqrt{gl}$ (2) $2mg$, 方向竖直向下 (3)能; 当 A 、 B 球的速度大小为 $\sqrt{3gl}$ 时 O 轴不受力

解析 (1) A 在最高点时, 对 A 根据牛顿第二定律得 $mg = m\frac{v_A^2}{l}$

解得 $v_A = \sqrt{gl}$

因为 A 、 B 球的角速度相等, 半径相等, 则 $v_B = v_A = \sqrt{gl}$

(2) B 在最高点时, 对 B 根据牛顿第二定律得 $2mg + F_{TOB}' = 2m\frac{v_B^2}{l}$

代入(1)中的 v_B , 可得 $F_{TOB}' = 0$

对 A 有 $F_{TOA}' - mg = m\frac{v_A^2}{l}$

可得 $F_{TOA}' = 2mg$

根据牛顿第三定律, O 轴所受的力的大小为 $2mg$, 方向竖直向下

(3)要使 O 轴不受力, 根据 B 的质量大于 A 的质量, 设 A 、 B 的速度为 v , 可判断 B 球应在最高点

对 B 有 $F_{TOB}'' + 2mg = 2m\frac{v^2}{l}$

对 A 有 $F_{TOA}'' - mg = m\frac{v^2}{l}$

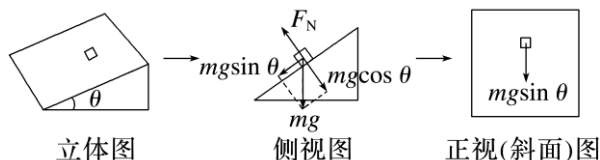
轴 O 不受力时 $F_{TOA}'' = F_{TOB}''$

可得 $v = \sqrt{3gl}$

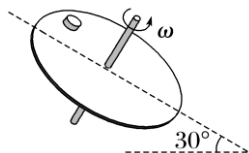
所以当 A 、 B 球的速度大小为 $\sqrt{3gl}$ 时 O 轴不受力.

题型三 斜面上圆周运动的临界问题

物体在斜面上做圆周运动时，设斜面的倾角为 θ ，重力垂直斜面的分力与物体受到的支持力相等，解决此类问题时，可以按以下操作，把问题简化。



【例 6】(多选)如图所示，一倾斜的匀质圆盘绕垂直于盘面的固定对称轴以恒定角速度 ω 转动，盘面上离转轴 2.5 m 处有一小物体与圆盘始终保持相对静止，物体与盘面间的动摩擦因数为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，盘面与水平面的夹角为 30° ， g 取 10 m/s^2 ，则以下说法中正确的是()



- A. 小物体随圆盘做匀速圆周运动时，一定始终受到三个力的作用
- B. 小物体随圆盘以不同的角速度 ω 做匀速圆周运动时， ω 越大时，小物体在最高点处受到的摩擦力一定越大
- C. 小物体受到的摩擦力可能背离圆心
- D. ω 的最大值是 1.0 rad/s

答案 CD

解析 当物体在最高点时，可能只受到重力与支持力 2 个力的作用，合力提供向心力，故 A 错误；当物体在最高点时，可能只受到重力与支持力 2 个力的作用，也可能受到重力、支持力与摩擦力三个力的作用，摩擦力的方向可能沿斜面向上，也可能沿斜面向下，摩擦力的方向沿斜面向上时， ω 越大时，小物体在最高点处受到的摩擦力越小，故 B 错误；当物体在最高点时，摩擦力的方向可能沿斜面向上，也可能沿斜面向下，即可能指向圆心，也可能背离圆心，故 C 正确；当物体转到圆盘的最低点恰好不滑动时，转盘的角速度最大，此时小物体受竖直向下的重力、垂直于斜面向上的支持力、沿斜面指向圆心的摩擦力，由沿斜面的合力提供向心力，支持力 $F_N = mg \cos \theta$ ，摩擦力 $F_f = \mu F_N = \mu mg \cos \theta$ ，又 $\mu mg \cos 30^\circ - mg \sin 30^\circ = m\omega^2 R$ ，解得 $\omega = 1.0 \text{ rad/s}$ ，故 D 正确。

答案 D

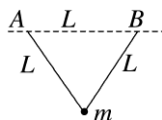
解析 对小球受力分析, 小球受三个力的作用, 重力 mg 、水平桌面支持力 F_N 、绳子拉力 F .

小球所受合力提供向心力, 设绳子与竖直方向夹角为 θ , 由几何关系可知 $R = h \tan \theta$, 受力分

析可知 $F \cos \theta + F_N = mg$, $F \sin \theta = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R = 4m\pi^2 n^2 R = 4m\pi^2 n^2 h \tan \theta$; 当球即将离开水平

桌面时, $F_N = 0$, 转速 n 有最大值, 此时 $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}}$, 故选 D.

4. 如图所示, 两段长均为 L 的轻质线共同系住一个质量为 m 的小球, 另一端分别固定在等高的 A、B 两点, A、B 两点间距也为 L , 今使小球在竖直平面内做圆周运动, 当小球到达最高点时速率为 v , 两段线中张力恰好均为零, 若小球到达最高点时速率为 $2v$, 则此时每段线中张力大小为(重力加速度为 g)()



A. $\sqrt{3}mg$

B. $2\sqrt{3}mg$

C. $3mg$

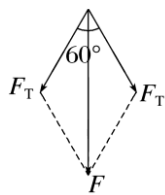
D. $4mg$

答案 A

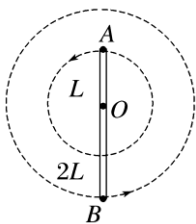
解析 当小球到达最高点速率为 v 时, 两段线中张力均为零, 有 $mg = m \frac{v^2}{r}$, 当小球到达最高

点速率为 $2v$ 时, 应有 $F + mg = m \frac{(2v)^2}{r}$, 所以 $F = 3mg$, 此时小球在最高点受力如图所示, 所

以 $F_T = \sqrt{3}mg$, A 正确.



5. (2022·四川绵阳市诊断) 如图所示, 轻杆长 $3L$, 在杆两端分别固定质量均为 m 的球 A 和 B, 光滑水平转轴穿过杆上距球 A 为 L 处的 O 点, 外界给系统一定能量后, 杆和球在竖直平面内转动, 球 B 运动到最高点时, 杆对球 B 恰好无作用力. 忽略空气阻力, 重力加速度为 g , 则球 B 在最高点时()



- A. 球 B 的速度为零
 B. 球 A 的速度大小为 $\sqrt{2gL}$
 C. 水平转轴对杆的作用力为 $1.5mg$
 D. 水平转轴对杆的作用力为 $2.5mg$

答案 C

解析 球 B 运动到最高点时, 杆对球 B 恰好无作用力, 即仅重力提供向心力, 则有 $mg = m\frac{v_B^2}{2L}$,

解得 $v_B = \sqrt{2gL}$, 故 A 错误; 由于 A 、 B 两球的角速度相等, 则球 A 的速度大小 $v_A = \frac{1}{2}\sqrt{2gL}$,

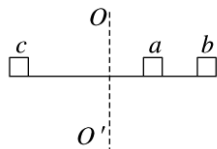
故 B 错误; B 球在最高点时, 对杆无弹力, 此时 A 球受到的重力和拉力的合力提供向心力,

有 $F - mg = m\frac{v_A^2}{L}$, 解得: $F = 1.5mg$, 即杆的弹力大小为 $1.5mg$, 根据牛顿第三定律可知, C

正确, D 错误.

能力综合练

6.(2022·广东省深圳中学模拟)如图所示, 小木块 a 、 b 和 c (可视为质点)放在水平圆盘上, a 、 b 的质量均为 m , c 的质量为 $\frac{m}{2}$, a 与转轴 OO' 的距离为 l , b 、 c 与转轴 OO' 的距离为 $2l$ 且均处于水平圆盘的边缘. 木块与圆盘间的最大静摩擦力为木块所受重力的 k 倍, 重力加速度大小为 g . 若圆盘从静止开始绕转轴缓慢地加速转动, 下列说法中正确的是()



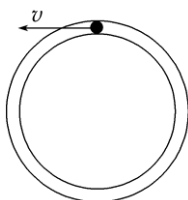
- A. b 、 c 所受的摩擦力始终相等, 故同时从水平圆盘上滑落
 B. 当 a 、 b 和 c 均未滑落时, a 、 c 所受摩擦力的大小相等
 C. b 和 c 均未滑落时线速度一定相同
 D. b 开始滑动时的角速度是 $\sqrt{2kg/l}$

答案 B

解析 木块随圆盘一起转动, 水平方向只受静摩擦力, 故由静摩擦力提供向心力, 当需要的向心力大于最大静摩擦力时, 木块开始滑动. b 、 c 质量不等, 由 $F_f = mr\omega^2$ 知 b 、 c 所受摩擦力不等, 不能同时从水平圆盘上滑落, A 错误; 当 a 、 b 和 c 均未滑落时, a 、 b 、 c 和圆盘无相对运动, 因此它们的角速度相等, $F_f = mr\omega^2$, 所以 a 、 c 所受摩擦力的大小相等, B 正确; b 和 c 均未滑落时, 由 $v = r\omega$ 知线速度大小相等, 方向不相同, 故 C 错误; b 开始滑动时,

最大静摩擦力提供向心力, $kmg = m \cdot 2l\omega^2$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{kg}{2l}}$, 故 D 错误.

7. 如图所示, 一光滑的圆管轨道固定在竖直平面内, 质量为 m 的小球在圆管内运动, 小球的直径略小于圆管的内径. 轨道的半径为 R , 小球的直径远小于 R , 可以视为质点, 重力加速度为 g . 现从最高点给小球以不同的初速度 v , 关于小球的运动, 下列说法正确的是()



- A. 小球运动到最低点时, 对外管壁的最小压力为 $4mg$
- B. 若小球从静止沿轨道滑落, 当滑落高度为 $\frac{R}{3}$ 时, 小球与内、外管壁均没有作用力
- C. 小球能再运动回最高点的最小速度 $v = \sqrt{gR}$
- D. 当 $v > \sqrt{gR}$ 时, 小球在最低点与最高点对轨道的压力大小之差为 $5mg$

答案 B

解析 当在最高点速度为零时, 到达最低点的速度最小, 对外管壁的压力最小, 则由机械能

守恒定律有 $mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mv_1^2$, 在最低点设外管壁对小球的支持力为 F , 由牛顿第二定律 $F - mg = m\frac{v_1^2}{R}$, 联立解得 $F = 5mg$, 由牛顿第三定律得, 小球对外管壁的压力最小为 $5mg$, 故 A 错

误; 小球从静止沿轨道滑落, 当滑落高度为 $\frac{R}{3}$ 时, 由机械能守恒定律有 $mg\frac{R}{3} = \frac{1}{2}mv_2^2$, 设此时

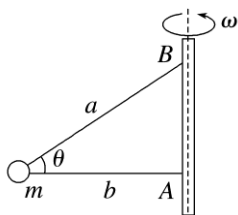
重力沿半径方向的分力为 F_1 , 由几何关系得 $F_1 = \frac{2mg}{3}$, 此时所需的向心力为 $F_{\text{向}} = m\frac{v_2^2}{R}$, 联

立解得 $F_{\text{向}} = F_1$, 此时重力沿半径方向的分力恰好提供向心力, 所以小球与内、外管壁均没有作用力, 故 B 正确; 因为管内壁可以给小球支持力, 所以小球在最高点的速度可以为零,

故 C 错误; 若在最高点速度 $v > \sqrt{gR}$, 在最高点时由牛顿第二定律得 $F_2 + mg = m\frac{v^2}{R}$, 从最高点到最低点由机械能守恒定律得 $mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv^2$, 在最低点时由牛顿第二定律得 $F_3 - mg = m\frac{v_3^2}{R}$, 联立解得 $F_3 - F_2 = 6mg$, 所以当 $v > \sqrt{gR}$ 时, 小球在最低点与最高点对轨道的压力大小之差为 $6mg$, 故 D 错误.

8. 如图所示, 质量为 m 的小球由轻绳 a 和 b 分别系于一轻质细杆的 B 点和 A 点, 绳 a 长为 L , 与水平方向成 θ 角时绳 b 恰好在水平方向伸直. 当轻杆绕轴 AB 以角速度 ω 匀速转动时, 小

球在水平面内做匀速圆周运动， a 、 b 绳均拉直．重力加速度为 g ，则()

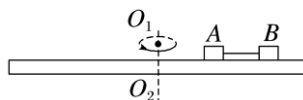


- A. a 绳的拉力可能为零
- B. a 绳的拉力随角速度的增大而增大
- C. 当角速度 $\omega > \sqrt{\frac{g}{L \sin \theta}}$ 时， b 绳中拉力不为零
- D. 当角速度 $\omega > \sqrt{\frac{g}{L \sin \theta}}$ 时，若 a 绳突然被剪断，则 b 绳仍可保持水平

答案 C

解析 小球做匀速圆周运动，在竖直方向上的合力为零，水平方向上的合力提供向心力，所以 a 绳在竖直方向上的分力与小球重力相等，可知 a 绳的拉力不可能为零，A 错误；根据竖直方向上受力平衡得 $F_a \sin \theta = mg$ ，解得 $F_a = \frac{mg}{\sin \theta}$ ，可知 a 绳的拉力不变，与角速度无关，B 错误；当 b 绳拉力为零时，有 $\frac{mg}{\tan \theta} = m\omega^2 L \cos \theta$ ，解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \sin \theta}}$ ，可知当角速度 $\omega > \sqrt{\frac{g}{L \sin \theta}}$ 时， b 绳出现拉力，C 正确；若 a 绳突然被剪断，则 b 绳不能保持水平，D 错误。

9. (多选)如图所示，两个可视为质点的、相同的木块 A 和 B 放在转盘上，两者用长为 L 的水平细绳连接，木块与转盘的最大静摩擦力均为各自重力的 K 倍，A 放在距离转轴 L 处，整个装置能绕通过转盘中心的转轴 O_1O_2 转动，开始时，绳恰好伸直但无弹力，现让该装置从静止开始转动，使角速度缓慢增大，以下说法正确的是(重力加速度为 g)()



- A. 当 $\omega > \sqrt{\frac{2Kg}{3L}}$ 时，A、B 会相对于转盘滑动
- B. 当 $\omega > \sqrt{\frac{Kg}{2L}}$ ，绳子一定有弹力
- C. ω 在 $\sqrt{\frac{Kg}{2L}} < \omega < \sqrt{\frac{2Kg}{3L}}$ 范围内增大时，B 所受摩擦力变大
- D. ω 在 $0 < \omega < \sqrt{\frac{2Kg}{3L}}$ 范围内增大时，A 所受摩擦力一直变大

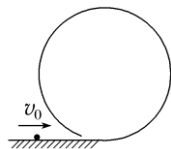
答案 ABD

解析 当 A、B 所受摩擦力均达到最大值时，A、B 相对转盘即将滑动，则有 $Kmg + Kmg = m\omega^2 L$

$+m\omega^2 \cdot 2L$, 解得: $\omega = \sqrt{\frac{2Kg}{3L}}$, A 项正确; 当 B 所受静摩擦力达到最大值后, 绳子开始有弹力, 即有: $Kmg = m \cdot 2L \cdot \omega^2$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{Kg}{2L}}$, 可知当 $\omega > \sqrt{\frac{Kg}{2L}}$ 时, 绳子有弹力, B 项正确; 当 $\omega > \sqrt{\frac{Kg}{2L}}$ 时, B 已达到最大静摩擦力, 则 ω 在 $\sqrt{\frac{Kg}{2L}} < \omega < \sqrt{\frac{2Kg}{3L}}$ 范围内增大时, B 受到的摩擦力不变, C 项错误; ω 在 $0 < \omega < \sqrt{\frac{2Kg}{3L}}$ 范围内, A 相对转盘是静止的, A 所受摩擦力为静摩擦力, 所以由 $F_f - F_T = mL\omega^2$ 可知, 当 ω 增大时, 静摩擦力也增大, D 项正确.

素养提升练

10.(多选)如图所示, 竖直平面内有一半径为 $R=0.35$ m 的内壁光滑的圆形轨道, 轨道底端与光滑水平面相切, 一小球(可视为质点)以 $v_0=3.5$ m/s 的初速度进入轨道, $g=10$ m/s², 则()



- A. 小球不会脱离圆轨道运动
- B. 小球会脱离圆轨道运动
- C. 小球脱离轨道时的速度为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$ m/s
- D. 小球脱离轨道的位置与圆心连线和水平方向间的夹角为 30°

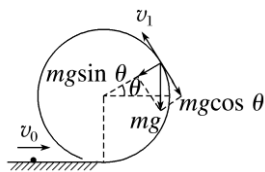
答案 BCD

解析 若小球恰能到达最高点, 由重力提供向心力, 则有: $mg = m\frac{v^2}{R}$, 解得: $v = \sqrt{gR} =$

$\sqrt{3.5}$ m/s, 若小球从最低点恰好能到最高点, 根据机械能守恒定律得: $\frac{1}{2}mv_0'^2 = mg \cdot 2R +$

$\frac{1}{2}mv^2$, 解得: $v_0' = \frac{\sqrt{70}}{2}$ m/s $> v_0 = 3.5$ m/s, 故小球不可能运动到最高点, 小球会脱离圆轨道,

故 A 错误, B 正确; 设当小球脱离轨道时, 其位置与圆心连线和水平方向间的夹角为 θ , 小球此时只受重力作用, 将重力分解如图所示.



在脱离点, 支持力等于 0, 由牛顿第二定律得: $mg \sin \theta = m\frac{v_1^2}{R}$, 从最低点到脱离点, 由机械

能守恒定律得： $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgR(1 + \sin \theta) + \frac{1}{2}mv_1^2$ ，联立解得： $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ，即 $\theta = 30^\circ$ ，则 $v_1 = \sqrt{gR \sin \theta}$

$= \frac{\sqrt{7}}{2}$ m/s，故 C、D 正确。