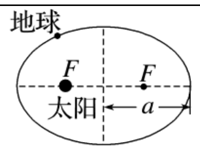
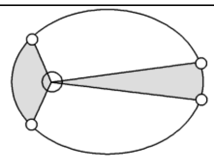
万有引力定律及应用

【目标要求】 1.理解开普勒行星运动定律和万有引力定律，并会用来解决相关问题.2.掌握计算天体质量和密度的方法.

考点一　开普勒定律

■ 基础梳理　夯实必备知识

定律	内容	图示或公式
开普勒第一定律(轨道定律)	所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上	
开普勒第二定律(面积定律)	对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等	
开普勒第三定律(周期定律)	所有行星轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比都相等	$\frac{a^3}{T^2}=k$，k 是一个与行星无关的常量

■ **判断正误** ■

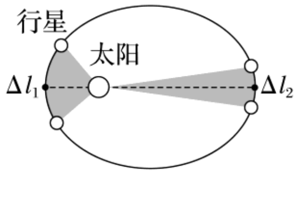
1．围绕同一天体运动的不同行星椭圆轨道不一样，但都有一个共同的焦点．(　√　)

2．行星在椭圆轨道上运行速率是变化的，离太阳越远，运行速率越大．(　×　)

■ 方法技巧　提升关键能力

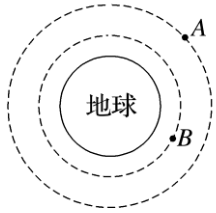
1．行星绕太阳运动的轨道通常按圆轨道处理．

2.由开普勒第二定律可得$\frac{1}{2}\Delta l_1r_1=\frac{1}{2}\Delta l_2r_2$，$\frac{1}{2}v_1\cdot\Delta t\cdot r_1=\frac{1}{2}v_2\cdot\Delta t\cdot r_2$，解得$\frac{v_1}{v_2}=\frac{r_2}{r_1}$，即行星在两个位置的速度之比与到太阳的距离成反比，近日点速度最大，远日点速度最小．



3．开普勒第三定律$\frac{a^3}{T^2}=k$中，k值只与中心天体的质量有关，不同的中心天体k值不同，且该定律只能用在同一中心天体的两星体之间．

【例 1】 (多选)如图所示，两质量相等的卫星A、B绕地球做匀速圆周运动，用R、T、E_k、S分别表示卫星的轨道半径、周期、动能、与地心连线在单位时间内扫过的面积．下列关系式正确的有(　　)



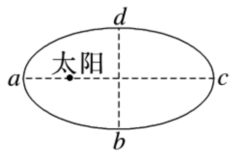
A．$T_A>T_B$　　B．$E_{kA}>E_{kB}$

C．$S_A=S_B$　　D．$\frac{R_A{}^3}{T_A{}^2}=\frac{R_B{}^3}{T_B{}^2}$

答案　AD

解析　根据开普勒第三定律知，A、D 正确；由$\frac{GMm}{R^2}=\frac{mv^2}{R}$和$E_k=\frac{1}{2}mv^2$可得$E_k=\frac{GMm}{2R}$，因$R_A>R_B$，$m_A=m_B$，则$E_{kA}<E_{kB}$，B 错误；根据开普勒第二定律知，同一轨道上的卫星绕地球做匀速圆周运动，与地心连线在单位时间内扫过的面积相等，对于卫星A、B，S_A不等于S_B，C 错误．

【例 2】 某行星沿椭圆轨道绕太阳运行，如图所示，在这颗行星的轨道上有a、b、c、d四个对称点．若行星运动周期为T，则该行星(　　)



A．从a到b的运动时间等于从c到d的运动时间

B．从d经a到b的运动时间等于从b经c到d的运动时间

C．a到b的时间$t_{ab}>\frac{T}{4}$

D．c到d的时间$t_{cd}>\frac{T}{4}$

答案　D

解析　据开普勒第二定律可知，行星在近日点的速度最大，在远日点的速度最小，行星由a到b运动时的平均速率大于由c到d运动时的平均速率，而弧长ab等于弧长cd，故从a到b的运动时间小于从c到d的运动时间，同理可知，从d经a到b的运动时间小于从b经c到

d的运动时间，A、B错误；从a经b到c的时间和从c经d到a的时间均为$\frac{T}{2}$，可得$t_{ab}=t_{da}<\frac{T}{4}$；$t_{bc}=t_{cd}>\frac{T}{4}$，C错误，D正确．

【例3】 (2021·安徽六安市示范高中教学质检)国产科幻巨作《流浪地球》开创了中国科幻电影的新纪元，引起了人们对地球如何离开太阳系的热烈讨论．其中有一种思路是不断加速地球使其围绕太阳做半长轴逐渐增大的椭圆轨道运动，最终离开太阳系．假如其中某一过程地球刚好围绕太阳做椭圆轨道运动，地球到太阳的最近距离仍为R，最远距离为$7R$(R为加速前地球与太阳间的距离)，则在该轨道上地球公转周期将变为(　　)

A．8年　B．6年　C．4年　D．2年

答案　A

解析　由开普勒第三定律得：$\frac{R^3}{T^2}=\frac{(\frac{R+7R}{2})^3}{{T_1}^2}$，解得$T_1=8$年，选项A正确．

考点二　万有引力定律

■ 基础梳理　夯实必备知识

1．内容

自然界中任何两个物体都相互吸引，引力的方向在它们的连线上，引力的大小与物体的质量m_1和m_2的乘积成正比、与它们之间距离r的二次方成反比．

2．表达式

$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$，G为引力常量，通常取$G=6.67\times10^{-11}$ N·m²/kg²，由英国物理学家卡文迪什测定．

3．适用条件

(1)公式适用于质点间的相互作用，当两个物体间的距离远大于物体本身的大小时，物体可视为质点．

(2)质量分布均匀的球体可视为质点，r是两球心间的距离．

■ 判断正误 ■

1．只有天体之间才存在万有引力．(　×　)

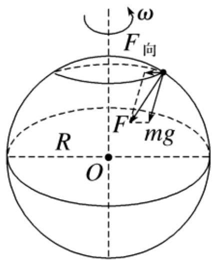
2．只要知道两个物体的质量和两个物体之间的距离，就可以由$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$计算物体间的万有引力．(　×　)

3．地面上的物体所受地球的万有引力方向一定指向地心．(　√　)

4．两物体间的距离趋近于零时，万有引力趋近于无穷大．(　×　)

■ 方法技巧　提升关键能力

1．万有引力与重力的关系



地球对物体的万有引力 F 表现为两个效果：一是重力 mg，二是提供物体随地球自转的向心力 $F_{向}$，如图所示．

(1)在赤道上：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_1+m\omega^2R$.

(2)在两极上：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_0$.

(3)在一般位置：万有引力 $G\frac{Mm}{R^2}$等于重力 mg 与向心力 $F_{向}$的矢量和．

越靠近两极，向心力越小，g 值越大．由于物体随地球自转所需的向心力较小，常认为万有引力近似等于重力，即$\frac{GMm}{R^2}=mg$.

2．星体表面及上空的重力加速度(以地球为例)

(1)地球表面附近的重力加速度 g(不考虑地球自转)：$mg=G\frac{Mm}{R^2}$，得 $g=\frac{GM}{R^2}$.

(2)地球上空的重力加速度 g'

地球上空距离地球中心 $r=R+h$ 处的重力加速度为 g'，$mg'=\frac{GMm}{(R+h)^2}$，得 $g'=\frac{GM}{(R+h)^2}$.

所以$\frac{g}{g'}=\frac{(R+h)^2}{R^2}$.

3．万有引力的“两点理解”和“两个推论”

(1)两点理解

①两物体相互作用的万有引力是一对作用力和反作用力．

②地球上的物体(两极除外)受到的重力只是万有引力的一个分力．

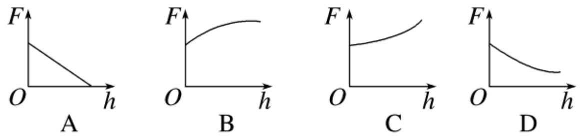
(2)星体内部万有引力的两个推论

①推论 1：在匀质球壳的空腔内任意位置处，质点受到球壳的万有引力的合力为零，即$\sum F_{引}=0$.

②推论 2：在匀质球体内部距离球心 r 处的质点(m)受到的万有引力等于球体内半径为 r 的同心球体(M')对它的万有引力，即 $F=G\frac{M'm}{r^2}$.

考向 1　万有引力定律的理解和简单计算

【例 4】 (2019·全国卷Ⅱ·14)2019 年 1 月，我国嫦娥四号探测器成功在月球背面软着陆．在探测器“奔向”月球的过程中，用 h 表示探测器与地球表面的距离，F 表示它所受的地球引力，能够描述 F 随 h 变化关系的图像是(　　)



答案　D

解析　在嫦娥四号探测器“奔向”月球的过程中，根据万有引力定律 $F=G\frac{Mm}{(R+h)^2}$，可知随着 h 的增大，探测器所受的地球引力逐渐减小，但不是均匀减小的，故能够描述 F 随 h 变化关系的图像是 D.

考向 2　不同天体表面引力的比较与计算

【例 5】 (2020·全国卷Ⅰ·15)火星的质量约为地球质量的$\frac{1}{10}$，半径约为地球半径的$\frac{1}{2}$，则同一物体在火星表面与在地球表面受到的引力的比值约为(　　)

A．0.2　B．0.4　C．2.0　D．2.5

答案　B

解析　万有引力表达式为 $F=G\frac{Mm}{r^2}$，则同一物体在火星表面与在地球表面受到的引力的比值为$\frac{F_{火引}}{F_{地引}}=\frac{M_{火}r_{地}^2}{M_{地}r_{火}^2}=0.4$，选项 B 正确．

考向 3　重力和万有引力的关系

【例 6】 一火箭从地面由静止开始以 5 m/s² 的加速度竖直向上匀加速运动，火箭中有一质量为 1.6 kg 的科考仪器，在上升到距地面某一高度时科考仪器的视重为 9 N，则此时火箭离地球表面的距离为地球半径的(地球表面处的重力加速度 g 取 10 m/s²)(　　)

A.$\frac{1}{2}$倍　B．2 倍　C．3 倍　D．4 倍

答案　C

解析　在上升到距地面某一高度时，根据牛顿第二定律可得 $F_N-mg'=ma$，解得 $g'=\frac{10}{16}\ \text{m/s}^2=\frac{g}{16}$，因为 $G\frac{M}{r^2}=g'$，可得 $r=4R$，则此时火箭离地球表面的距离为地球半径 R 的 3 倍，选 C.

【例 7】 某类地天体可视为质量分布均匀的球体，由于自转的原因，其表面“赤道”处的重力加速度为 g_1，“极点”处的重力加速度为 g_2，若已知自转周期为 T，则该天体的半径为(　　)

A.$\frac{4\pi^2}{g_1T^2}$　　　　B.$\frac{4\pi^2}{g_2T^2}$

C.$\frac{(g_2-g_1)T^2}{4\pi^2}$　　　　D.$\frac{(g_1+g_2)T^2}{4\pi^2}$

答案　C

解析　在“极点”处：$mg_2=\frac{GMm}{R^2}$；在其表面“赤道”处：$\frac{GMm}{R^2}-mg_1=m(\frac{2\pi}{T})^2R$；解得：$R=\frac{(g_2-g_1)T^2}{4\pi^2}$，故选 C.

考向 4　地球表面与地表下某处重力加速度的比较与计算

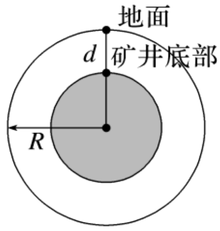
【例 8】 假设地球是一半径为 R、质量分布均匀的球体．一矿井深度为 d，已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零，则矿井底部和地面处的重力加速度大小之比为(　　)

A．$1-\frac{d}{R}$　　　　B．$1+\frac{d}{R}$

C.$\left(\frac{R-d}{R}\right)^2$　　　　D.$\left(\frac{R}{R-d}\right)^2$

答案　A

解析　如图所示，根据题意，地面与矿井底部之间的环形部分对处于矿井底部的物体引力为零．设地面处的重力加速度为 g，地球质量为 M，地球表面的物体 m 受到的重



力近似等于万有引力，故 $mg=G\frac{Mm}{R^2}$，又 $M=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$，故 $g=\frac{4}{3}\pi\rho GR$；设矿井底部的重力加速度为 g'，图中阴影部分所示球体的半径 $r=R-d$，则 $g'=\frac{4}{3}\pi\rho G(R-d)$，联立解得$\frac{g'}{g}=1-\frac{d}{R}$，A 正确．

考点三　天体质量和密度的计算

应用万有引力定律估算天体的质量、密度

(1)利用天体表面重力加速度

已知天体表面的重力加速度 g 和天体半径 R.

①由 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$，得天体质量 $M=\frac{gR^2}{G}$.

②天体密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3g}{4\pi GR}$.

(2)利用运行天体(以已知周期为例)

测出卫星绕中心天体做匀速圆周运动的半径 r 和周期 T.

①由 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，得 $M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$.

②若已知天体的半径 R，则天体的密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$.

③若卫星绕天体表面运行，可认为轨道半径 r 等于天体半径 R，则天体密度 $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$，故只要测出卫星环绕天体表面运动的周期 T，就可估算出中心天体的密度．

考向 1　利用“重力加速度法”计算天体质量和密度

【例 9】 宇航员在月球表面将一片羽毛和一个铁锤从同一高度由静止同时释放，二者几乎同时落地．若羽毛和铁锤是从高度为 h 处下落，经时间 t 落到月球表面．已知引力常量为 G，月球的半径为 R.求：(不考虑月球自转的影响)

(1)月球表面的自由落体加速度大小 $g_{月}$；

(2)月球的质量 M；

(3)月球的密度 ρ.

答案　(1)$\frac{2h}{t^2}$　(2)$\frac{2hR^2}{Gt^2}$　(3)$\frac{3h}{2\pi RGt^2}$

解析　(1)月球表面附近的物体做自由落体运动，有 $h=\frac{1}{2}g_{月}t^2$

月球表面的自由落体加速度大小 $g_{月}=\frac{2h}{t^2}$

(2)不考虑月球自转的影响，有 $G\frac{Mm}{R^2}=mg_{月}$

得月球的质量 $M=\frac{2hR^2}{Gt^2}$

(3)月球的密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{\frac{2hR^2}{Gt^2}}{\frac{4\pi}{3}R^3}=\frac{3h}{2\pi RGt^2}$.

考向 2　利用“环绕法”计算天体质量和密度

【例 10】 (多选)已知引力常量 G，地球表面处的重力加速度 g，地球半径 R，地球上一个昼夜的时间 T_1(地球自转周期)，一年的时间 T_2(地球公转周期)，地球中心到月球中心的距离 L_1，地球中心到太阳中心的距离 L_2.你能计算出(　　)

A．地球的质量 $m_{地}=\frac{gR^2}{G}$

B．太阳的质量 $m_{太}=\frac{4\pi^2L_2^3}{GT_2^2}$

C．月球的质量 $m_{月}=\frac{4\pi^2L_1^3}{GT_1^2}$

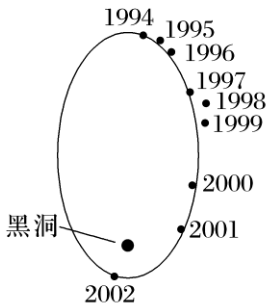
D．太阳的平均密度 $\rho=\frac{3\pi}{GT_2^2}$

答案　AB

解析　对地球表面的一个物体 m_0 来说，应有 $m_0g=\frac{Gm_{地}m_0}{R^2}$，所以地球质量 $m_{地}=\frac{gR^2}{G}$，故 A 项正确；地球绕太阳运动，有 $\frac{Gm_{太}m_{地}}{L_2^2}=m_{地}\frac{4\pi^2L_2}{T_2^2}$，则 $m_{太}=\frac{4\pi^2L_2^3}{GT_2^2}$，故 B 项正确；同理，月球绕地球运动，能求出地球质量，无法求出月球的质量，故 C 项错误；由于不知道太阳的半径，不能求出太阳的平均密度，故 D 项错误.

【例 11】 (2021·全国乙卷·18)科学家对银河系中心附近的恒星 S2 进行了多年的持续观测，给

出 1994 年到 2002 年间 S2 的位置如图所示．科学家认为 S2 的运动轨迹是半长轴约为 1 000 AU(太阳到地球的距离为 1 AU)的椭圆，银河系中心可能存在超大质量黑洞．这项研究工作获得了 2020 年诺贝尔物理学奖．若认为 S2 所受的作用力主要为该大质量黑洞的引力，设太阳的质量为 M，可以推测出该黑洞质量约为(　　)



A．$4\times10^{4}M$　　B．$4\times10^{6}M$

C．$4\times10^{8}M$　　D．$4\times10^{10}M$

答案　B

课时精练

必备基础练

1．火星和木星沿各自的椭圆轨道绕太阳运行，根据开普勒行星运动定律可知(　　)

A．太阳位于木星运行轨道的中心

B.火星和木星绕太阳运行速度的大小始终相等

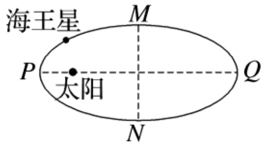
C．火星与木星公转周期之比的平方等于它们轨道半长轴之比的立方

D．相同时间内，火星与太阳连线扫过的面积等于木星与太阳连线扫过的面积

答案　C

解析　由开普勒第一定律(轨道定律)可知，太阳位于木星运行椭圆轨道的一个焦点上，故 A 错误；火星和木星绕太阳运行的轨道不同，运行速度的大小不可能始终相等，故 B 错误；根据开普勒第三定律(周期定律)知，太阳系中所有行星轨道的半长轴的三次方与它的公转周期的平方的比值是一个常数，故 C 正确；对于太阳系某一个行星来说，其与太阳连线在相同的时间内扫过的面积相等，不同行星在相同时间内扫过的面积不相等，故 D 错误．

2.(多选)如图，海王星绕太阳沿椭圆轨道运动，P 为近日点，Q 为远日点，M、N 为轨道短轴的两个端点，运行的周期为 T_0.若只考虑海王星和太阳之间的相互作用，则海王星在从 P 经 M、Q 到 N 的运动过程中(　　)



A．从 P 到 M 所用的时间等于$\frac{T_0}{4}$

B．从 Q 到 N 阶段，机械能逐渐变大

C．从 P 到 Q 阶段，速率逐渐变小

D．从 M 到 N 阶段，万有引力对它先做负功后做正功

答案　CD

解析　根据开普勒第二定律，行星与太阳的连线在相等时间内扫过的面积相等，所以从 P 到 M 所用的时间小于从 M 到 Q 所用的时间，而从 P 到 Q 所用的时间为$\frac{T_0}{2}$，所以从 P 到 M 所用的时间小于$\frac{T_0}{4}$，选项 A 错误；从 Q 到 N 阶段，只有万有引力对海王星做功，机械能保持不变，选项 B 错误；从 P 到 Q 阶段，海王星从近日点运动至远日点，速率逐渐减小，选项 C 正确；从 M 到 Q 阶段，万有引力做负功，从 Q 到 N 阶段，万有引力做正功，选项 D 正确．

3．2020 年 7 月 23 日，我国第一个火星探测器“天问一号”成功升空，飞行约 7 个月抵达火星，已知火星的质量约为地球的 0.1 倍，半径约为地球的 0.5 倍，地球表面的重力加速度大小为 g，则火星表面的重力加速度为(　　)

A．$0.2g$　B．$0.4g$　C．$2g$　D．$4g$

答案　B

解析　根据地球表面的物体受到的万有引力近似等于重力，有 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$ 得 $g=\frac{GM}{R^2}$；同理，火星表面的重力加速度为 $g'=\frac{GM'}{R'^2}=\frac{G\times0.1\times M}{(0.5\times R)^2}=0.4\times\frac{GM}{R^2}=0.4g$，故选 B.

4．(2017·北京卷·17)利用引力常量 G 和下列某一组数据，不能计算出地球质量的是(　　)

A．地球的半径及重力加速度(不考虑地球自转)

B．人造卫星在地面附近绕地球做圆周运动的速度及周期

C．月球绕地球做圆周运动的周期及月球与地球间的距离

D．地球绕太阳做圆周运动的周期及地球与太阳间的距离

答案　D

解析　因为不考虑地球的自转，所以地球表面物体所受的万有引力等于重力，即$\frac{GM_{地}m}{R^2}=mg$，

得 $M_{地}=\frac{gR^2}{G}$，所以根据 A 中给出的条件可求出地球的质量；根据$\frac{GM_{地}m_{卫}}{R^2}=m_{卫}\frac{v^2}{R}$和 $T=\frac{2\pi R}{v}$，得 $M_{地}=\frac{v^3T}{2\pi G}$，所以根据 B 中给出的条件可求出地球的质量；根据$\frac{GM_{地}m_{月}}{r^2}=m_{月}\frac{4\pi^2}{T^2}r$，得 $M_{地}=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$，所以根据 C 中给出的条件可求出地球的质量；根据$\frac{GM_{太}m_{地}}{r_0^2}=m_{地}\frac{4\pi^2}{T^2}r_0$，得 $M_{太}=\frac{4\pi^2r_0^3}{GT^2}$，所以根据 D 中给出的条件可求出太阳的质量，但不能求出地球质量，故选 D.

5．(多选)宇航员在地球表面以一定初速度竖直上抛一小球，经过时间 t 小球落回原处．若他在某星球表面以相同的初速度竖直上抛同一小球，需经过时间 $5t$ 小球落回原处．已知该星球的半径与地球半径之比为 $R_{星}∶R_{地}=1∶4$，地球表面重力加速度为 g，设该星球表面附近的重力加速度为 g'，空气阻力不计．则(　　)

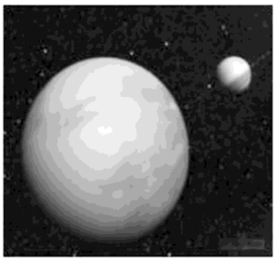
A．$g'∶g=1∶5$　　　　B．$g'∶g=5∶2$

C．$M_{星}∶M_{地}=1∶20$　　　　D．$M_{星}∶M_{地}=1∶80$

答案　AD

解析　设初速度为 v_0，由对称性可知竖直上抛的小球在空中运动的时间 $t=\frac{2v_0}{g}$，因此得$\frac{g'}{g}=\frac{t}{5t}=\frac{1}{5}$，选项 A 正确，B 错误；由 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$ 得 $M=\frac{gR^2}{G}$，则$\frac{M_{星}}{M_{地}}=\frac{g'R_{星}^2}{gR_{地}^2}=\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{80}$，选项 C 错误，D 正确.

6.(2018·浙江 4 月选考·9)土星最大的卫星叫“泰坦”(如图)，每 16 天绕土星一周，其公转轨道半径为 1.2×10^6 km.已知引力常量 $G=6.67\times10^{-11}$ N·m²/kg²，则土星的质量约为(　　)



A．5×10^{17} kg　　　　B．5×10^{26} kg

C．7×10^{33} kg　　　　D．4×10^{36} kg

答案　B

解析　根据“泰坦”的运动情况，由万有引力提供向心力，

则 $G\frac{Mm}{r^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2r$，化简得到 $M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$，代入数据得 $M\approx5\times10^{26}$ kg，故选 B.

能力综合练

7．假设某探测器在着陆火星前贴近火星表面运行一周用时为 T，已知火星的半径为 R_1，地球的半径为 R_2，地球的质量为 M，地球表面的重力加速度为 g，引力常量为 G，则火星的质量为(　　)

A.$\frac{4\pi^2R_1^3M}{gR_2^2T^2}$　B.$\frac{gR_2^2T^2M}{4\pi^2R_1^3}$　C.$\frac{gR_1^2}{G}$　D.$\frac{gR_2^2}{G}$

答案　A

解析　对绕地球表面运动的物体，由牛顿第二定律可知：

$$G\frac{Mm}{R_2^2}=mg$$

对绕火星表面做匀速圆周运动的物体有：

$$\frac{GM_{火}m}{R_1^2}=m(\frac{2\pi}{T})^2R_1$$

结合两个公式可解得：$M_{火}=\frac{4\pi^2R_1^3M}{gR_2^2T^2}$，故 A 对．

8．若在某行星和地球上相对于各自的水平地面附近相同的高度处以相同的速率平抛一物体，它们在水平方向运动的距离之比为 $2∶\sqrt{7}$.已知该行星质量约为地球的 7 倍，地球的半径为 R，不考虑气体阻力．由此可知，该行星的半径约为(　　)

A.$\frac{1}{2}R$　B.$\frac{7}{2}R$　C．$2R$　D.$\frac{\sqrt{7}}{2}R$

答案　C

解析　由平抛运动规律：$x=v_0t$，$h=\frac{1}{2}gt^2$，得 $x=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$，两种情况下，抛出的速率相同，高度相同，故$\frac{g_{行}}{g_{地}}=\frac{7}{4}$；由 $G\frac{Mm}{R_0^2}=mg$，可得 $g=\frac{GM}{R_0^2}$，故$\frac{g_{行}}{g_{地}}=\frac{\frac{M_{行}}{R_{行}^2}}{\frac{M_{地}}{R^2}}=\frac{7}{4}$，解得 $R_{行}=2R$，选项 C 正确．

9．(2020·山东卷·7 改编)质量为 m 的着陆器在着陆火星前，会在火星表面附近经历一个时长为 t_0、速度由 v_0 减速到零的过程．已知火星的质量约为地球的 0.1 倍，半径约为地球的 0.5 倍，地球表面的重力加速度大小为 g，忽略火星大气阻力．若该减速过程可视为一个竖直向下的匀减速直线运动，此过程中着陆器受到的制动力大小约为(　　)

A．$m\left(0.4g-\frac{v_0}{t_0}\right)$　　　B．$m\left(0.4g+\frac{v_0}{t_0}\right)$

C．$m\left(0.2g-\frac{v_0}{t_0}\right)$　　　　D．$m\left(0.2g+\frac{v_0}{t_0}\right)$

答案　B

解析　着陆器向下做匀减速直线运动时的加速度大小 $a=\frac{v_0}{t_0}$.在天体表面附近，有 $mg=G\frac{mM}{R^2}$，则$\frac{g_火}{g}=\frac{M_火}{M_地}\cdot(\frac{R_地}{R_火})^2$，整理得 $g_火=0.4g$，由牛顿第二定律知，着陆器减速运动时有 $F-mg_火=ma$，则制动力 $F=m(0.4g+\frac{v_0}{t_0})$，选项 B 正确．

10．将一质量为 m 的物体分别放在地球的南、北两极点时，该物体的重力均为 mg_0；将该物体放在地球赤道上时，该物体的重力为 mg.假设地球可视为质量均匀分布的球体，半径为 R，已知引力常量为 G，则由以上信息可得出(　　)

A．g_0 小于 g

B．地球的质量为$\frac{gR^2}{G}$

C．地球自转的角速度为 $\omega=\sqrt{\frac{g_0-g}{R}}$

D．地球的平均密度为$\frac{3g}{4\pi GR}$

答案　C

解析　设地球的质量为 M，物体在赤道处随地球自转做圆周运动的角速度等于地球自转的角速度，轨道半径等于地球半径，物体在赤道上的重力和物体随地球自转的向心力是万有引力的分力．有 $G\frac{Mm}{R^2}-mg=m\omega^2R$，物体在两极受到的重力等于万有引力 $G\frac{Mm}{R^2}=mg_0$，所以 $g_0>g$，故 A 错误；在两极 $mg_0=G\frac{Mm}{R^2}$，解得 $M=\frac{g_0R^2}{G}$，故 B 错误；由 $G\frac{Mm}{R^2}-mg=m\omega^2R$，$mg_0=G\frac{Mm}{R^2}$，解得 $\omega=\sqrt{\frac{g_0-g}{R}}$，故 C 正确；地球的平均密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{\frac{g_0R^2}{G}}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3g_0}{4\pi GR}$，故 D 错误．

11．(2021·全国甲卷·18)2021 年 2 月，执行我国火星探测任务的“天问一号”探测器在成功实施三次近火制动后，进入运行周期约为 1.8×10^5 s 的椭圆形停泊轨道，轨道与火星表面的最近距离约为 2.8×10^5 m．已知火星半径约为 3.4×10^6 m，火星表面处自由落体的加速度大小约为 3.7 m/s²，则“天问一号”的停泊轨道与火星表面的最远距离约为(　　)

A．6×10^5 m　　　　B．6×10^6 m

C．6×10^7 m　　　　D．6×10^8 m

答案　C

解析　忽略火星自转，设火星半径为 R，

则火星表面处有$\frac{GMm}{R^2}=mg$①

可知 $GM=gR^2$

设与周期为 1.8×10^5 s 的椭圆形停泊轨道周期相同的圆形轨道半径为 r，由万有引力提供向心力可知

$\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$②

设近火点到火星中心的距离为 $R_1=R+d_1$③

设远火点到火星中心的距离为 $R_2=R+d_2$④

由开普勒第三定律可知$\frac{r^3}{T^2}=\frac{\left(\frac{R_1+R_2}{2}\right)^3}{T^2}$⑤

联立①②③④⑤可得 $d_2\approx6\times10^7$ m，故选 C.

素养提升练

12．若地球半径为 R，把地球看作质量分布均匀的球体．“蛟龙号”下潜深度为 d，“天宫一号”轨道距离地面高度为 h，“蛟龙”号所在处与“天宫一号”所在处的加速度大小之比为(质量分布均匀的球壳对内部物体的万有引力为零)(　　)

A.$\frac{R-d}{R+h}$　　B.$\frac{(R-d)^2}{(R+h)^2}$

C.$\frac{(R-d)(R+h)^2}{R^3}$　　D.$\frac{(R-d)(R+h)}{R^2}$

答案　C

解析　设地球的密度为 ρ，则在地球表面，物体受到的重力和地球的万有引力大小相等，有 $g=G\frac{M}{R^2}$.由于地球的质量为 $M=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$，所以重力加速度的表达式可写成 $g=\frac{GM}{R^2}=\frac{G\cdot\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2}=\frac{4}{3}\pi G\rho R$.质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零，故在深度为 d 的地球内部，受到地球的万有引力即为半径等于$(R-d)$的球体在其表面产生的万有引力，故“蛟龙号”的重力加速度 $g'=\frac{4}{3}\pi G\rho(R-d)$，所以有$\frac{g'}{g}=\frac{R-d}{R}$.根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{(R+h)^2}=ma$，“天宫

一号”所在处的重力加速度为 $a=\frac{GM}{(R+h)^2}$，所以$\frac{a}{g}=\frac{R^2}{(R+h)^2}$，$\frac{g'}{a}=\frac{(R-d)(R+h)^2}{R^3}$，故 C 正确，

A、B、D 错误．