

重力加速度的测量实验报告

少年班学院 小组7号 PB21000004 吴越 2022年3月14日

摘要

本实验通过分别采用自由落体法和单摆法，通过一系列运算处理，分别通过两种方式测量本地的重力加速度 g

- 利用自由落体测量本地的重力加速度。
- 利用经典的单摆周期公式设计实验方案，测量本地的重力加速度。
- 分析基本误差的来源，提出进行改进的方法。

背景介绍

- 定义：重力加速度 g 是指一个物体受重力作用时具有的加速度，也称自由落体加速度。
- 性质：重力加速度与物体所处的纬度、海拔高度及附近的矿藏分布等因素有关。
- 意义：由于地球不是完整的球形，精确测量重力加速度，特别是研究重力加速度的分布，在勘查地下资源、提高导弹和卫星精度等应用领域具有十分重要的意义。

单摆测量法

第一部分 实验方法

1. 实验器材:

游标卡尺、钢卷尺、电子秒表、支架、细线、钢球、标尺、天平
摆长 $l \approx 80.00\text{cm}$, 摆球直径 $D \approx 2.00\text{cm}$, 摆动周期 $T \approx 1.8\text{s}$ 。

2. 实验原理:

一般情况下, 摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角($\theta < 5^\circ$)对 T 的修正都小于 10^{-3} 。由于实验精度要求 $\Delta g/g < 1\%$, 因此这些修正项都可以忽略不计。

采用一级近似的周期测量公式为: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, 变化得 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$

因此通过测量 l 与 T , 代入公式从而求出重力加速度 g

3. 实验步骤

- 按照实验要求组装好实验仪器, 将电子秒表归零。
- 测量摆球直径、摆线长度。
- 将摆球拉离平衡位置使其小角度 (小于5度) 在同一平面内摆动。
- 用电子秒表测量单摆50次振动所需时间。
- 重复上述操作6次
- 整理仪器。
- 数据处理和误差分析。

第二部分 结果和分析

实验序号	摆线长度 l /cm	摆球直径 d /mm	振动总时间 T /s
1	80.89	21.30	89.75
2	80.55	22.00	90.00
3	82.95	21.38	90.14
4	83.05	21.34	90.36
5	66.13	21.28	80.82
6	70.00	21.30	84.16

取置信区间 $P = 0.68$

摆线长度的平均值为:

$$\bar{l} = \frac{80.89 + 80.55 + 82.95 + 83.05 + 66.13 + 70.00}{6} \text{cm} \approx 77.26 \text{cm}$$

摆线长度标准差:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{(80.89 - 77.26)^2 + (80.55 - 77.26)^2 + \dots + (66.13 - 77.26)^2 + (70.00 - 77.26)^2}{6 - 1}} \approx 7.300 \text{cm}$$

展伸不确定度为:

$$U_{l0.68} = \sqrt{\left(t_{0.68} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(K_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(1.11 \times \frac{7.300}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1 \times \frac{0.2}{3}\right)^2} \text{cm} \approx 3.31 \text{cm}, P = 0.68$$

小球直径平均值:

$$\bar{d} = \frac{21.30 + 22.00 + 21.38 + 21.34 + 21.28 + 21.30}{6} \text{cm} \approx 21.43 \text{mm}$$

直径长度标准差:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{(21.30 - 21.43)^2 + (22.00 - 21.43)^2 + \dots + (21.28 - 21.43)^2 + (21.30 - 21.43)^2}{6 - 1}} \approx 0.27 \text{mm}$$

展伸不确定度为:

$$U_{d0.68} = \sqrt{\left(t_{0.68} \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(K_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(1.11 \times \frac{0.27}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1 \times \frac{0.002}{\sqrt{3}}\right)^2} \text{mm} \approx 0.12 \text{mm}, P = 0.68$$

摆长平均值:

$$\bar{L} = \bar{l} + \frac{\bar{d}}{2} = 77.26 + 21.43/2 = 78.33 \text{cm}$$

由误差传递公式:

$$U_{L0.68} = \sqrt{U_{l0.68}^2 + \left(\frac{U_{d0.68}}{2}\right)^2} = \sqrt{3.31^2 + \left(\frac{0.012}{2}\right)^2} \approx 3.31 \text{cm}, P = 0.68$$

周期平均值:

$$\bar{T} = \frac{89.75 + 90.00 + 90.14 + 90.36 + 80.82 + 84.16}{6 \times 50} \text{cm} \approx 1.751 \text{s}$$

周期标准差:

$$\sigma_d = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{(89.75 - 87.53)^2 + (90.00 - 87.53)^2 + \dots + (80.82 - 87.53)^2 + (84.16 - 87.53)^2}{6 - 1}} \approx 0.08 \text{s}$$

由合成公式, 对T:

$$\Delta_B = \frac{1}{50} \sqrt{(\Delta T_{\lambda})^2 + (\Delta T_{\text{表}})^2} = \frac{1}{50} \sqrt{(0.2)^2 + (0.01)^2} \approx 0.004s$$

展伸不确定度为:

$$U_{T0.68} = \sqrt{(t_{0.68} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}})^2 + (K_p \frac{\Delta_B}{C})^2} = \sqrt{(1.11 \times \frac{0.08}{\sqrt{6}})^2 + (1 \times \frac{0.004}{3})^2} \approx 0.036s, P = 0.68$$

由公式 $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$, 及误差传递公式: 得 g 的展伸不确定度为:

$$\frac{U_{g0.68}}{\bar{g}} = \sqrt{1^2 \times (\frac{U_{L0.68}}{\bar{L}})^2 + 2^2 \times (\frac{T_{L0.68}}{\bar{T}})^2} = \sqrt{1^2 \times (\frac{3.31}{77.26})^2 + 2^2 \times (\frac{0.036}{1.751})^2} \approx 0.06, P = 0.68$$

由公式 $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$, 得:

$$\bar{g} = 4\pi^2 \frac{\bar{L}}{\bar{T}^2} m/s^2 = 4\pi^2 \times \frac{0.7726}{1.751^2} \approx 9.948m/s^2$$

得

$$U_{g0.68} = \bar{g} \times 0.06 \approx 0.597m/s^2, P = 0.68$$

最终结果为:

$$g = \bar{g} \pm U_{g0.68} = 9.948 \pm 0.597m/s^2, P = 0.68$$

注: 其它误差分析见思考题

实验讨论:

通过单摆测重力加速度实验, 我收获了:

- (1) 实践了对一些测量工具如游标卡尺、秒表等工具的使用。
- (2) 学会了应用误差均分原则选用适当的仪器和设计方法。
- (3) 学习了累积放大法的原理和应用。
- (4) 懂得了分析基本误差的来源, 提出进行修正和改进的方法。
- (5) 其他与试验相关的能力

第三部分 思考题

1.分析基本误差的来源，提出进行改进的方法。

1.系统误差：

(1) 实验中存在不可忽略的空气阻力。由于存在空气阻力，使小球的回复速度减慢，因此小球的振动幅度会越来越小， T 随之减小，使最终结果比当地重力加速度略大。

(2) 一般情况下，摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角都对单摆的周期有影响。但当 $(\theta < 5^\circ)$ 以及在合适的环境中，这些因素对 T 的修正都小于 10^{-3} 。由于实验精度要求 $\Delta g/g < 1\%$ ，因此这些修正项都可以忽略不计。

2.随机误差：

(1) 测量摆长时误差大。测量时钢卷尺难以保持与摆线紧贴，导致摆线测量长度不确定性大。

(2) 测量全振动周期时不准确：

1. 是否将单摆成功摆成平面摆不易观察，以致有可能形成圆锥摆，造成误差。

2. 计时开始和结束的标准模糊。由于是肉眼观察摆是否摆到最高点，所以不准确的程度较大。

自由落体法

第一部分 实验方法

1.实验器材：

立柱，电磁铁，小钢球，光电门，数字毫秒计，卷尺。

2.实验原理：

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

但一般情况下无法准确测量时间 t ，导致重力加速度测量误差较大。因此本实验采用另一种实验方法。用卷尺测 h ，采用双光电门法测 t 。在两个光电门间，有：

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$$

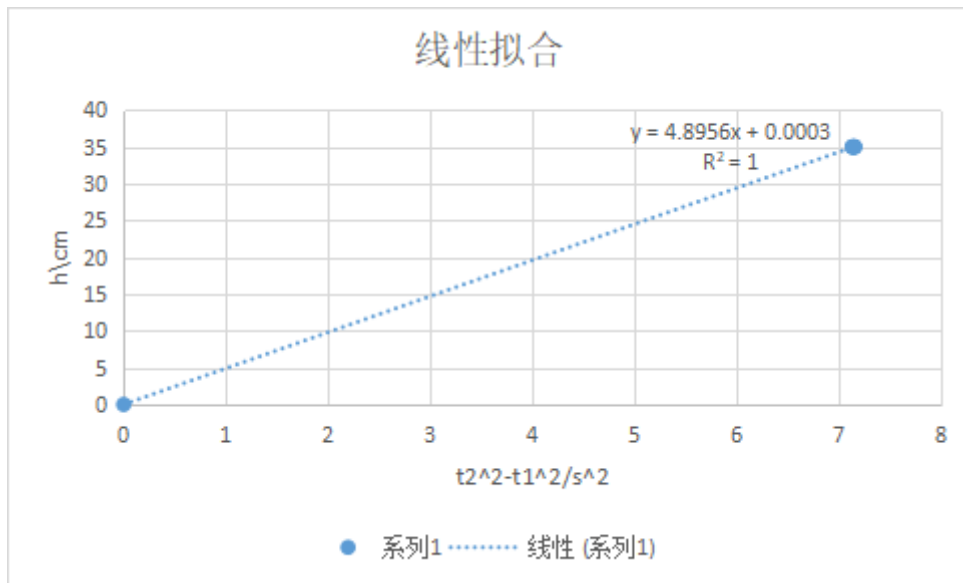
为线性关系，利用线性拟合即可求出当地的重力加速度。

3.实验步骤

1. 按照实验要求组装好实验仪器，调节支柱至竖直状态。
2. 按照要求插好光电门装置，将数字毫秒计归零。
3. 测量两个光电门之间的距离，并记录。
4. 开启开关，将小球吸在电磁铁上。
5. 按下开关，让小球自由落体经过光电门。
6. 小球通过光电门1, 2的时间，小球通过两个光电门的时间差。
7. 重复上述操作6次
8. 整理仪器。
9. 数据处理和误差分析。

第二部分 结果和分析

实验序号	高度 h /cm	光电门1 t_1 /ms	光电门2 t_2 /ms	时间差 Δt /ms
1	34.95	196.8	331.8	135.0
2	35.00	197.4	332.5	135.1
3	34.97	197.3	332.4	135.1
4	35.02	197.2	332.3	135.1
5	35.00	197.4	332.3	134.9
6	35.01	196.5	331.6	135.1



由实验原理中的公式，斜率 $k = g/2$

因此 $g = 2k = 2 \times 4.8956 \approx 9.791 m/s^2$

误差分析：

1、系统误差：

(1) 存在不可忽略的空气阻力。由于存在空气阻力，测得的平均速度比真实值略小，使最终结果比当地重力加速度略小。

(2) 由于电磁铁有剩磁，由于电磁感应影响，小球下落时受阻力，因此小球下落的初始时间 t 不准确。

2、随机误差：

(1) 不易使球竖直下落。若球以倾斜斜的方式经过光电门，竖直方向速度偏小，会影响时间的测量。使最终结果比当地重力加速度略小。

(2) 下落距离测量不准。用卷尺测量存在一定误差，产生不确定度。

第三部分 思考题

1.在实际工作中，为什么利用(1)式很难精确测量重力加速度？

答：针对本次实验中，由于电磁铁有剩磁，由于电磁感应影响，小球下落时受阻力，因此小球下落的初始时间 t 不准确（根据资料，最大不确定度约20ms）。因此难以精确测量重力加速度。

2.为了提高测量精度,光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取?

两个光电门的距离应当保持1不动,再移动2。

此外1, 2应保持较大距离,从而减小高度测量的不确定度。

3.利用本实验装置,你还能提出其他测量重力加速度的实验方案吗?

只使用一个光电门,多次改变光电门的位置,得到相同重物下落不同高度所需时间,根据公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 取对数处理后进行线性拟合得到 g 。