- 第三章　线性预测误差滤波器

3.4 格形(Lattice)预测误差滤波器

分析:a_j和k_j之间有一一对应关系

预测误差滤波器可用反射系数表示

给定： $k_1, k_2, \ldots, k_p$； $a_1^1 = k_1$

For j=2....,p {

$a_j^j = k_j$

$a_i^j = a_i^{j-1} - k_j a_{j-i}^{j-1}, i = 1, 2, \ldots, j-1$

$E^j = (1-k_j^2)E^{j-1}$ }

一. Lattice 滤波器结构

j阶预测误差滤波器: $A^j(z) = 1 - \sum_{i=1}^{j} a_i^j z^{-i}$

$$a_i^j = a_i^{j-1} - k_j a_{j-i}^{j-1}, i = 1,2,\ldots, j-1$$

$$a_j^j = k_j$$

$$A^j(z) = A^{j-1}(z) - k_j z^{-j} A^{j-1}(z^{-1})$$

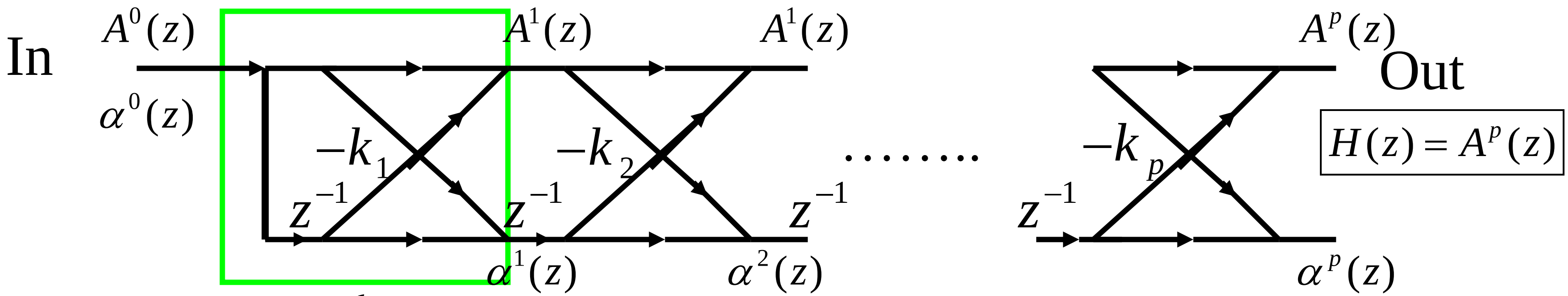
$$A^0(z) = 1$$

$$\alpha^j(z) = z^{-j} A^j(z^{-1}), \alpha^0(z) = 1$$

$$\begin{cases} A^j(z) = A^{j-1}(z) - k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z) \\ \alpha^j(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases} \text{ or } \begin{cases} A^{j-1}(z) = A^j(z) + k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z) \\ \alpha^j(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases}$$

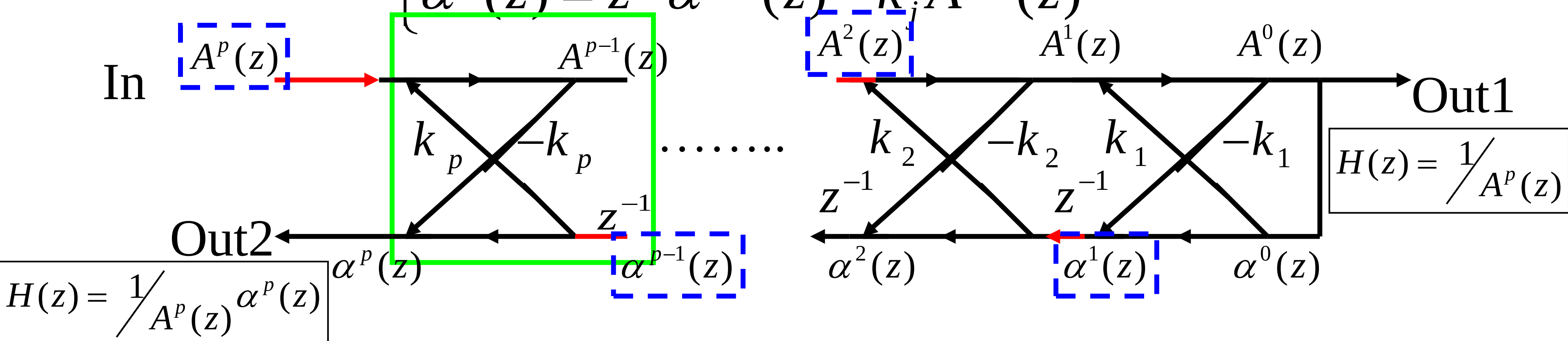
$$\begin{cases} A^{j}(z) = A^{j-1}(z) - k_j z^{-1} \alpha^{j-1}(z) \\ \alpha^{j}(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases}$$

$j = 1, 2, \ldots, p$



$$\begin{cases} A^{j-1}(z) = A^{j}(z) + k_j z^{-1} \alpha^{j-1}(z) \\ \alpha^{j}(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases}$$

$j = p, p-1, \ldots, 1$



$$e_b(n)=x(n-N)-\sum_{i=1}^{N}b_i x(n-N+i)$$

$$A^j(z)=1-\sum_{i=1}^{j}a_i^j z^{-i}$$

进一步的分析：

$x(n)$输入到$A^j(z)=1-\sum_{i=1}^{j}a_i^j z^{-i}$，输出：

$$\mathrm{e}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{j}}(n)=x(n)-\sum_{i=1}^{j}a_i^j x(n-i)=x(n)-\tilde{x}(n)$$ ←**j阶正向预测误差**

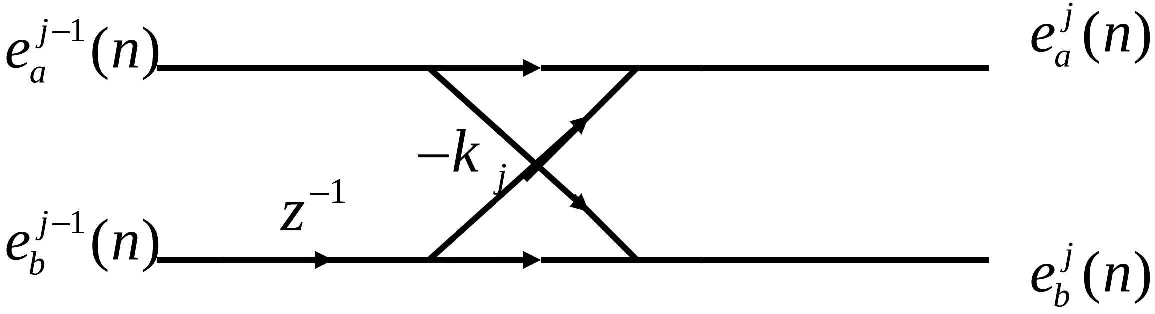
$x(n)$输入到$\alpha^j(z)=z^{-j}A^j(z^{-1})=z^{-j}-\sum_{i=1}^{j}a_i^j z^{-j+i}$，输出：

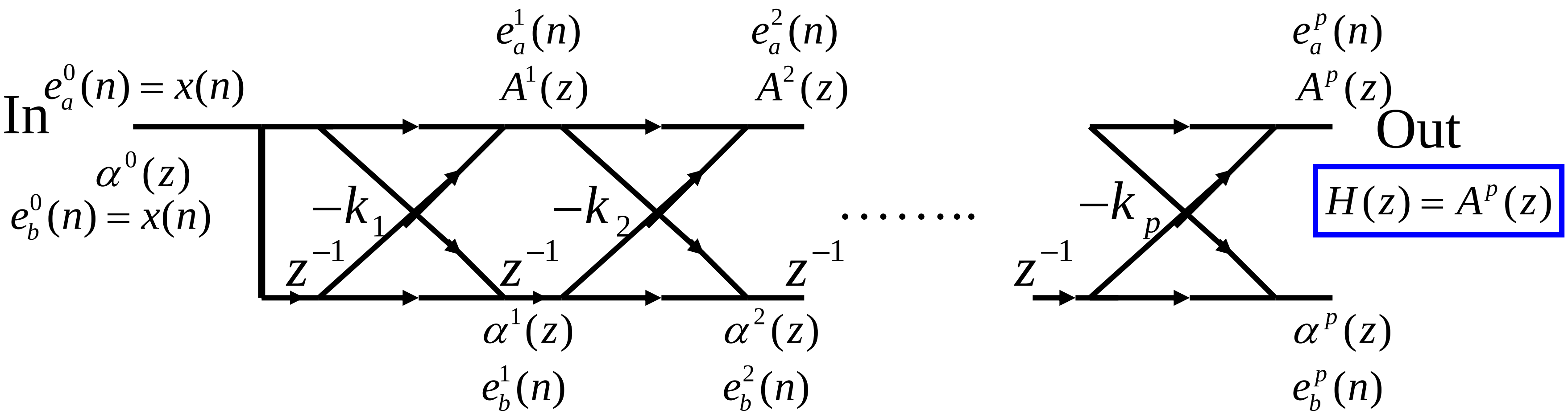
$$\mathrm{e}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{j}}(n)=x(n-j)-\sum_{i=1}^{j}a_i^j x(n-j+i)=x(n-j)-\tilde{x}(n-j)$$ ←**j阶反向预测误差**

$$\begin{cases}A^j(z)=A^{j-1}(z)-k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z)\\ \alpha^j(z)=z^{-1}\alpha^{j-1}(z)-k_j A^{j-1}(z)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}e_a^j(n)=e_a^{j-1}(n)-k_j e_b^{j-1}(n-1)\\ e_b^j(n)=e_b^{j-1}(n-1)-k_j e_a^{j-1}(n)\end{cases}$$

$$\begin{cases}A^{j-1}(z)=A^j(z)+k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z)\\ \alpha^j(z)=z^{-1}\alpha^{j-1}(z)-k_j A^{j-1}(z)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}e_a^{j-1}(n)=e_a^j(n)+k_j e_b^{j-1}(n-1)\\ e_b^j(n)=e_b^{j-1}(n-1)-k_j e_a^{j-1}(n)\end{cases}$$

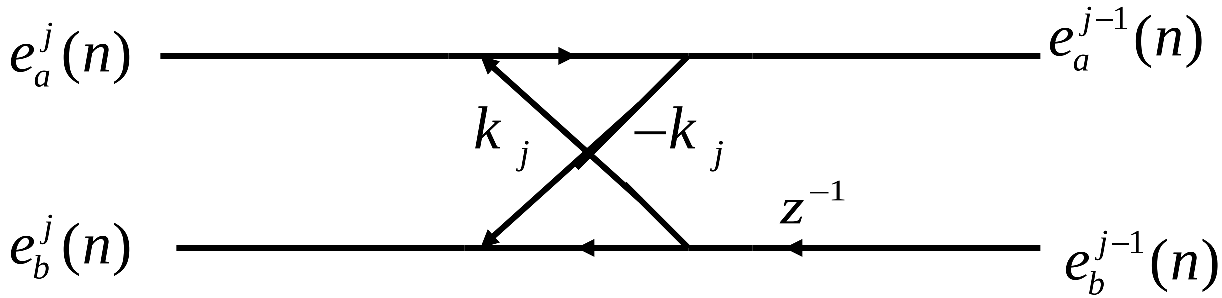
$$\begin{cases} A^{j}(z) = A^{j-1}(z) - k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z) \\ \alpha^{j}(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_a^{j}(n) = e_a^{j-1}(n) - k_j e_b^{j-1}(n-1) \\ e_b^{j}(n) = e_b^{j-1}(n-1) - k_j e_a^{j-1}(n) \end{cases}$$

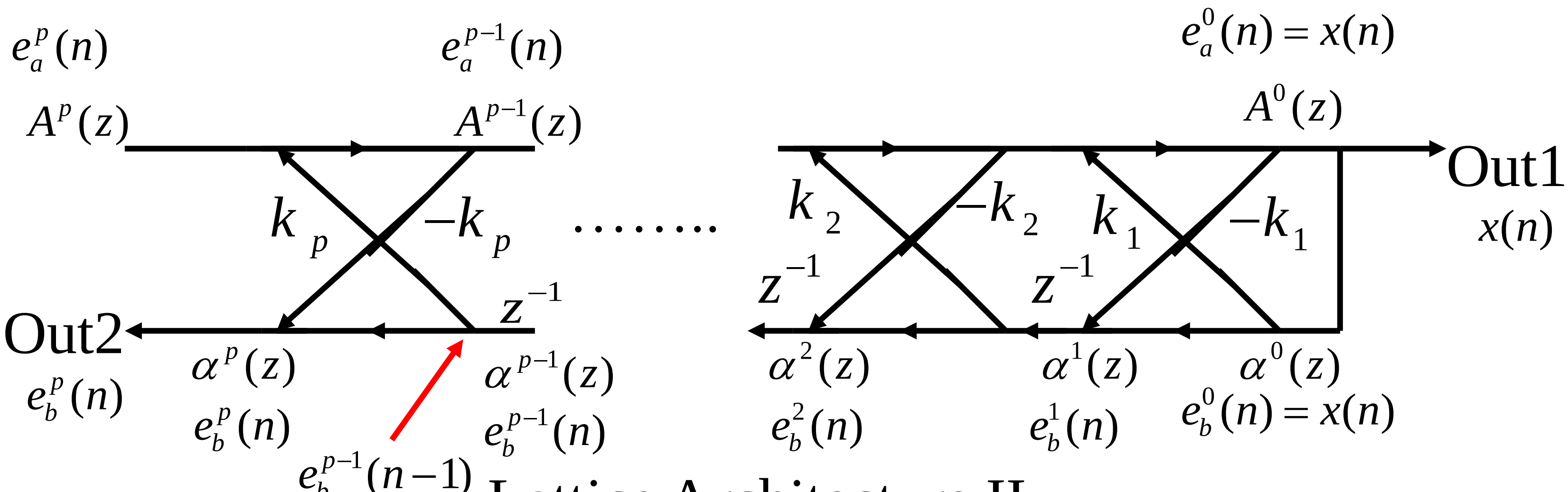




Lattice Architecture I

$$\begin{cases} A^{j-1}(z) = A^{j}(z) + k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z) \\ \alpha^{j}(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_a^{j-1}(n) = e_a^{j}(n) + k_j e_b^{j-1}(n-1) \\ e_b^{j}(n) = e_b^{j-1}(n-1) - k_j e_a^{j-1}(n) \end{cases}$$





Lattice Architecture II

二. 反射系数的性质

1） k_j系数代表了归一化的正反向预测误差的互相关，常称作PARCOR(Partial Correlation)，从波传播角度看， k_j反映第j阶斜格网格处的反射，故也称作反射系数。

$$k_N = E[e_a^{N-1}(n)e_b^{N-1}(n-1)] \Big/ E^{N-1}$$

证明：

$$E[e_a^N(n)e_b^N(n-1)]$$

$$= E\{[x(n)-\mathbf{A}_N^T\mathbf{x}(n-1)][x(n-1-N)-\mathbf{B}_N^T\mathbf{x}(n-1)\}$$

$$= r(N+1)-\mathbf{B}_N^T\mathbf{r}_a^N - \mathbf{A}_N^T\underbrace{\mathbf{J}_N\mathbf{r}_a^N}_{\mathbf{r}_b^N} + \mathbf{A}_N^T\underbrace{\mathbf{R}_N\mathbf{B}_N}_{\mathbf{r}_b^N} = r(N+1)-\mathbf{B}_N^T\mathbf{r}_a^N$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_N & \mathbf{r}_b^N \\ (\mathbf{r}_b^N)^T & r(0) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\mathbf{B}_N \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{bN} \end{bmatrix}} \longleftarrow \boxed{\mathbf{R}_{N+1}\begin{bmatrix} -\mathbf{B}_N \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{bN} \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{E[e_a^N(n)e_b^N(n-1)] = r(N+1) - \mathbf{B}_N^T \mathbf{r}_a^N}$$

进一步，从K_N定义

$$K_N = r(N) - \sum_{i=1}^{N-1} a_i^{N-1} r(N-i) = r(N) - \mathbf{A}_{N-1}^T \mathbf{r}_b^{N-1}$$

$$K_{N+1} = r(N+1) - \mathbf{A}_N^T \mathbf{r}_b^N$$

$$E[e_a^N(n)e_b^N(n-1)]$$

$$= r(N+1) - \mathbf{B}_N^T \mathbf{r}_a^N$$

$$\mathbf{A}_N^T \mathbf{r}_b^N = a_1 r(N) + a_2 r(N-1) + \ldots + a_N r(1)$$

$$= b_1 r(N) + b_2 r(N-1) + \ldots + b_N r(1)$$

$$= \mathbf{B}_N^T \mathbf{r}_a^N$$

$$\therefore \quad K_{N+1} = E[e_a^N(n)e_b^N(n-1)] \Rightarrow K_N = E[e_a^{N-1}(n)e_b^{N-1}(n-1)]$$

$$k_N = K_N \big/ E^{N-1} = E[e_a^{N-1}(n)e_b^{N-1}(n-1)] \big/ E^{N-1}$$

2) $\left|k_j\right| < 1, 1 \le j \le p$ **是线性预测误差滤波器为因果最小相位的充分必要条件**

最小相位系统：若H(z)在单位圆外和圆上无极点和零点，则对应着一个稳定的因果最小相位系统。

***必要性**

$$A^j(z) = 1 - \sum_{i=1}^{j} a_i^j z^{-i} = \prod_{i=1}^{j}(1 - z_i z^{-1})$$

$\because k_j = a_j^j$;而a_j^j是z^{-j}前面的系数, 即$\prod_{i=1}^{j} z_i$

$$\therefore k_j = (-1)^j \prod_{i=1}^{j} z_i$$

若$A^j(z)$是最小相位的$\Rightarrow \left|z_i\right| < 1 \Rightarrow \left|k_j\right| < 1$

***充分性**

$$\text{已知:}\begin{cases} A^j(z) = \overset{f(z)}{\overbrace{A^{j-1}(z)}} \underbrace{-k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z)}_{g(z)} \\ \alpha^j(z) = z^{-1}\alpha^{j-1}(z) - k_j A^{j-1}(z) \end{cases}, \text{其中}\alpha^j(z) = z^{-j}A^j(z^{-1})$$

对于$|z|=1$, 即单位圆上, 有:

$$\left|A^{j-1}(z)\right| = \left|\alpha^{j-1}(z)\right|$$

对于$|z|=1$, 及$|k_j|<1$, 有:

$$\left|-k_j z^{-1}\alpha^{j-1}(z)\right| < \left|A^{j-1}(z)\right|$$

$$\left.\right\} \left|f(z)\right| > \left|g(z)\right|,$$

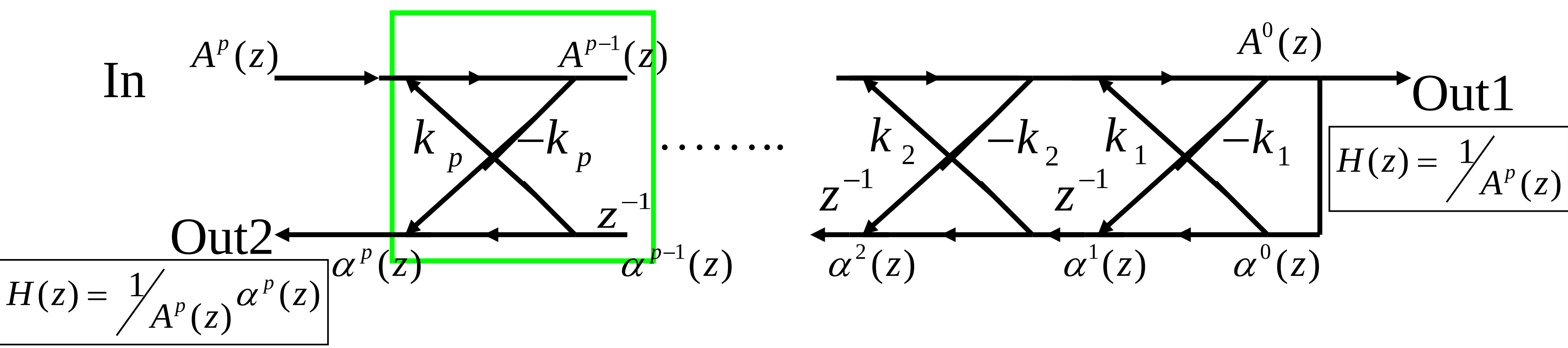
单位圆，逆时针，C内部为积分方向的右边，即单位圆外

复变函数中的Rouche's定理:
如果函数f(z) 和g(z)在简单闭曲线C以及C内解析, 且在C上有 $f(z) \neq 0, \left|f(z)\right| > \left|g(z)\right|$**, 那么, 在C内部, f(z)和f(z)+g(z)有相同的零点个数.**

$\therefore$ 只要$A^{j-1}(z)$在单位圆上和外无零点 $\Rightarrow A^j(z)$也无零点

$$\boxed{A^0(z) = 1\text{无零点} \Rightarrow A^1(z)\text{无零点} \Rightarrow \ldots \Rightarrow A^j(z)}$$

结论：检查一个Lattice结构的FIR滤波器是否是最小相位的，只要检查反射系数k_j的模是否小于1即可；特别是对于全极点[1/A(z)] Lattice滤波器极其方便，否则要检查A(z)的根，非常麻烦。



3) FIR结构的{a_j}和{k_j }有一一对应关系。

$$\{a_j^p\} \Leftarrow \{k_j\},\ j=1,\ldots,p$$

由Levinson公式

$$\boxed{\begin{aligned} a_i^j &= a_i^{j-1} - k_j a_{j-i}^{j-1},\ i=1,2,\ldots,j-1 \\ a_j^j &= k_j \qquad\qquad j=1,2,\ldots,p, \end{aligned}}$$

$$\{a_j^p\} \Rightarrow \{k_j\},\ j=p,\ldots,1$$

$$\boxed{\begin{aligned} k_j &= a_j^j \\ a_i^{j-1} &= \frac{1}{1-k_j^2}[a_i^j + k_j a_{j-i}^j],\ i=1,2,\ldots,j-1 \end{aligned}}$$

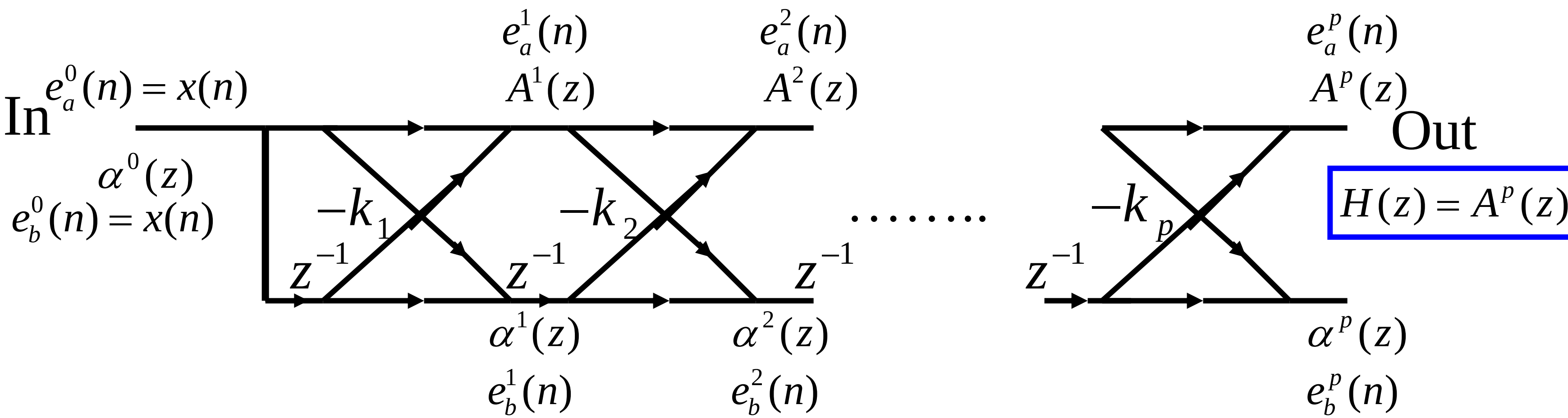
推导：

$$a_i^{j-1} = a_i^j + k_j a_{j-i}^{j-1} \overset{j-i=i'}{\Rightarrow} a_{j-i'}^{j-1} = a_{j-i'}^j + k_j a_{i'}^{j-1} \Rightarrow a_{j-i}^{j-1} = a_{j-i}^j + k_j a_i^{j-1}$$

$$a_i^{j-1} = a_i^j + k_j[a_{j-i}^j + k_j a_i^{j-1}] = a_i^j + k_j a_{j-i}^j + k_j^2 a_i^{j-1}$$

$$a_i^{j-1} = \frac{1}{1-k_j^2}(a_i^j + k_j a_{j-i}^j)$$

三. Lattice法求解反射系数（Burg Method)



Lattice Architecture I

Lattice法求解反射系数-Burg Method

j阶正向预测误差：

$$e_a^j(n) = x(n) - \sum_{i=1}^{j} a_i^j x(n-i)$$

j阶反向预测误差：

$$e_b^j(n) = x(n-j) - \sum_{i=1}^{j} a_i^j x(n-j+i)$$

$x(n)$ 的取值在 $n=[L, U]$，Burg 法是要求正向和反向预测误差能量之和最小：

$$E_B^j = \sum_{n=L+j}^{U} \left[e_a^j(n)\right]^2 + \sum_{n=L+j}^{U} \left[e_b^j(n)\right]^2 \Rightarrow \min$$

$$k_j^B = \frac{2\sum_{n=L+j}^{U} e_a^{j-1}(n) e_b^{j-1}(n-1)}{\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_a^{j-1}(n)\right]^2 + \sum_{n=L+j}^{U}\left[e_b^{j-1}(n-1)\right]^2}$$

$$\boxed{\begin{cases} e_a^j(n) = e_a^{j-1}(n) - k_j e_b^{j-1}(n-1) \\ e_b^j(n) = e_b^{j-1}(n-1) - k_j e_a^{j-1}(n) \end{cases}}$$

注:用Burg法求解时,保证 $\left|k_j\right|<1$

Burg法小结:

已知信号x(L), x(L+1), ..., x(U);

1) 初始化 $e_a^0(n)=x(n); e_b^0(n)=x(n)$

2) 递推 $1\le j\le p$

$$k_j^B=\frac{2\sum_{n=L+j}^{U}e_a^{j-1}(n)e_b^{j-1}(n-1)}{\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_a^{j-1}(n)\right]^2+\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_b^{j-1}(n-1)\right]^2}$$

$$e_a^j(n)=e_a^{j-1}(n)-k_j^B e_b^{j-1}(n-1)$$

$$e_b^j(n)=e_b^{j-1}(n-1)-k_j^B e_a^{j-1}(n)$$

3) 计算a系数(如果需要的话)

$$a_j^j=k_j^B$$

$$a_i^j=a_i^{j-1}-k_j^B a_{j-i}^{j-1}, i=1,2,\dots,j-1$$

讨论:

1） Burg法求反射系数时，反射系数直接从数据x(n)求得，而无需Levinson方法中，首先要估计自相关r(0)，r(1)，...，r(p)

2） Burg法求得的反射系数与Levinson方法求得的结果是不同的

3） 其它准则

正向预测误差能量最小：$\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_a^j(n)\right]^2 \rightarrow \min \Rightarrow k_j^f = \dfrac{\sum_{n=L+j}^{U} e_a^{j-1}(n)e_b^{j-1}(n-1)}{\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_b^{j-1}(n-1)\right]^2}$

反向预测误差能量最小：$\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_b^j(n)\right]^2 \rightarrow \min \Rightarrow k_j^b = \dfrac{\sum_{n=L+j}^{U} e_a^{j-1}(n)e_b^{j-1}(n-1)}{\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_a^{j-1}(n)\right]^2}$

逼近准则: $k_j^I = S\sqrt{k_j^f k_j^b}, S$是$k_j^f$或$k_j^b$的符号

$$k_j^I = \frac{\sum_{n=L+j}^{U} e_a^{j-1}(n) e_b^{j-1}(n-1)}{\sqrt{\sum_{n=L+j}^{U}\left[e_a^{j-1}(n)\right]^2 \times \sum_{n=L+j}^{U}\left[e_b^{j-1}(n-1)\right]^2}}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2 \le \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right)$$

$$\left|k_j^I\right| \le 1$$

$$\min(\left|k_j^f\right|, \left|k_j^b\right|) \le \left|k_j^I\right| \le \max(\left|k_j^f\right|, \left|k_j^b\right|)$$

3.5　梯度自适应预测器（LMS算法）

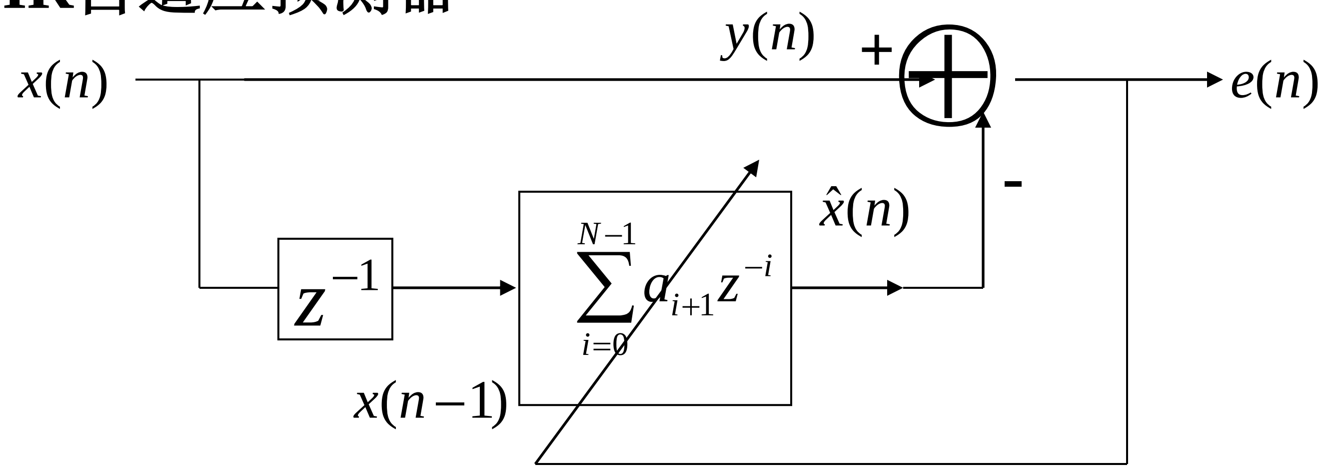
在广义平稳情况下，解预测误差滤波器系数方法：

1. **Yule Walker方程；**

$$\mathbf{R}_{N+1}\begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{A}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{aN} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. **Livinson Durbin递推算法（Shur递推算法）；**
3. **Burg 算法计算$\mathbf{k_j}$;**
4. **梯度自适应预测器----LMS算法；**

一 FIR自适应预测器



比较:*参考信号 $x(n) \rightarrow y(n)$

***输出信号** $\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^{N} a_i x(n-i)$ **输入信号 X(n-1)→X(n)**

***估计误差(预测):**$e(n) = x(n) - \hat{x}(n))$

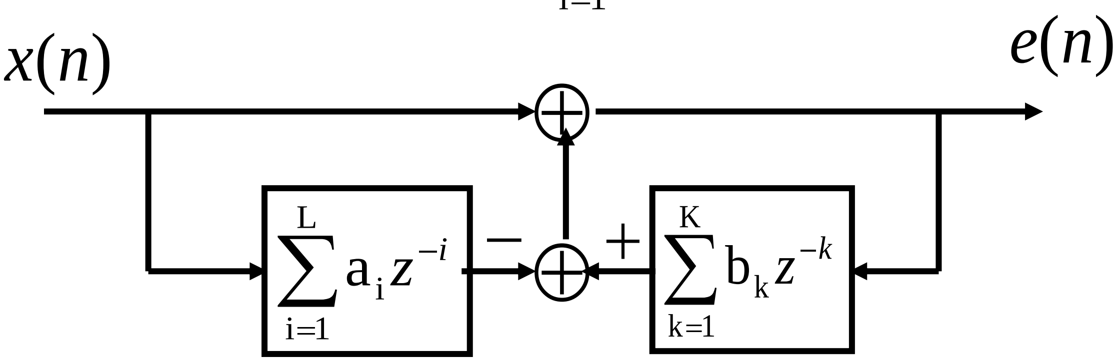
$$
\begin{aligned}
&\text{原LMS}: e(n+1) = y(n+1) - \mathbf{H}^T(n)\mathbf{X}(n+1) && e(n+1) = x(n+1) - \mathbf{A}^T(n)\mathbf{X}(n) \\
&\mathbf{H}(n+1) = \mathbf{H}(n) + \delta e(n+1)\mathbf{X}(n+1) \quad \Rightarrow && \mathbf{A}(n+1) = \mathbf{A}(n) + \delta e(n+1)\mathbf{X}(n)
\end{aligned}
$$

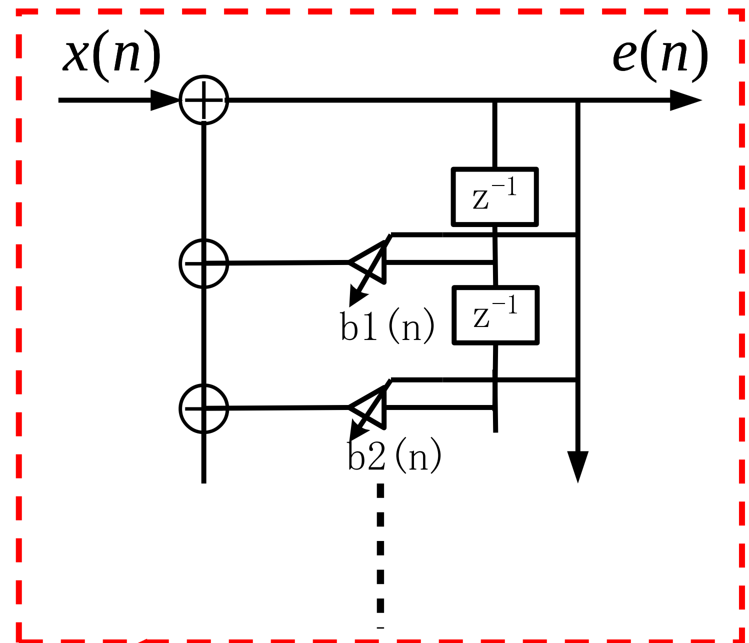
有关LMS算法的结论均适应FIR自适应预测器

二 IIR自适应预测器

当预测器阶次N是有限数时，预测误差滤波器是FIR型。否则滤波器是IIR型的，指N=无穷大时，导致有分母多项式存在，即：

$$H(z)=\frac{1-\sum_{i=1}^{L}a_i z^{-i}}{1-\sum_{i=1}^{M}b_i z^{-i}}$$





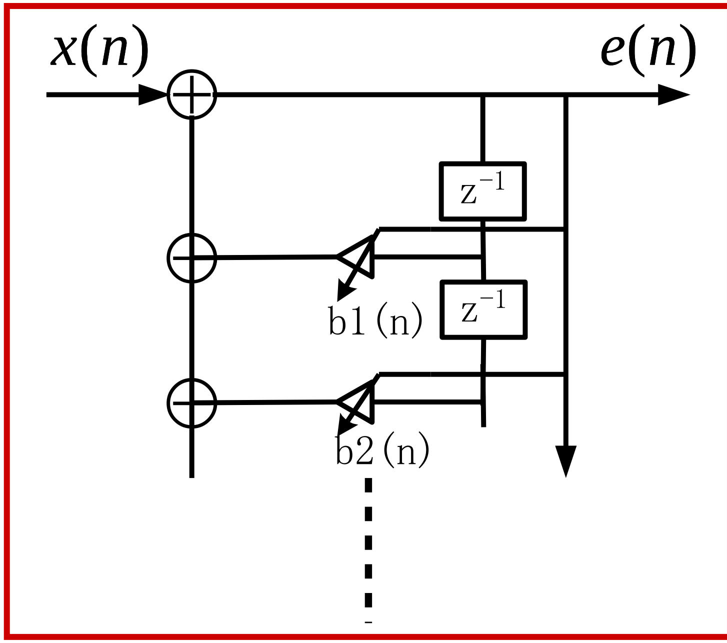
此时，预测器的分析比较复杂，但对纯递归讲，只有**H(z)**的分母部分。

$$e(n)=x(n)-\sum_{k=1}^{N}b_k e(n-k)$$

$$e(n)=x(n)-\sum_{k=1}^{N}b_k e(n-k)$$

令: $\mathbf{B}^T(n)=[b_1(n),b_2(n),\ldots,b_N(n)]$

$\mathbf{E}^T(n)=[e(n),e(n-1),\ldots,e(n-N)]$



有: $$\boxed{\begin{aligned}e(n+1)&=x(n+1)-\mathbf{B}^T(n)\mathbf{E}(n)\\ \mathbf{B}(n+1)&=\mathbf{B}(n)+\delta e(n+1)\mathbf{E}(n)\end{aligned}}$$

对照LMS算法中

$$e(n+1)=y(n+1)-\mathbf{H}^T(n)\mathbf{X}(n+1)$$

$$\mathbf{H}(n+1)=\mathbf{H}(n)+\delta e(n+1)\mathbf{X}(n+1)$$

$$=\mathbf{H}(n)+\delta[y(n+1)-\mathbf{H}^T(n)\mathbf{X}(n+1)]\mathbf{X}(n+1)$$

$$=[\mathbf{I}_N-\delta\mathbf{X}(n+1)\mathbf{X}^T(n+1)]\mathbf{H}(n)+\delta\mathbf{X}(n+1)y(n+1)$$

有: $x(n+1)\Rightarrow y(n+1);\mathbf{B}^T(n)\Rightarrow\mathbf{H}^T(n);\mathbf{E}(n)\Rightarrow\mathbf{X}(n+1)$

$$\mathbf{B}(n+1)=[\mathbf{I}_N-\delta\mathbf{E}(n)\mathbf{E}^T(n)]\mathbf{B}(n)+\delta\mathbf{E}(n)x(n+1)$$

收敛时, 令$\mathbf{B}_\infty=E[\mathbf{B}(\infty)]$, 且认为$e(n)$不再和$\mathbf{B}$(n)相关时, 则有

$$\boxed{\mathbf{B}(n+1)=[\mathbf{I}_N-\delta\mathbf{E}(n)\mathbf{E}^T(n)]\mathbf{B}(n)+\delta\mathbf{E}(n)x(n+1)}$$

$$\mathbf{B}_\infty=\left\{E[\mathbf{E}(n)\mathbf{E}^T(n)\right\}^{-1}E[x(n+1)\mathbf{E}(n)]$$

在最优系数下，（收敛时,LMS）

$$J_{\min}=E[e^2(n+1)]$$
$$=E\left\{[y(n+1)-\mathbf{H}_{opt}^T\mathbf{X}(n+1)]^2\right\}$$
$$=E[y^2(n+1)]-\mathbf{H}_{opt}^T E[\mathbf{X}(n+1)\mathbf{X}^T(n+1)]\mathbf{H}_{opt}$$

这里

$$E[e^2(n+1)]=E[x^2(n+1)]-\mathbf{B}_\infty^T E[\mathbf{E}(n)\mathbf{E}^T(n)]\mathbf{B}_\infty$$

由于收敛时 $E[\mathbf{E}(n)\mathbf{E}^T(n)]\approx\sigma_e^2\mathbf{I}_N$

上式变成：$\sigma_e^2=\sigma_x^2-\mathbf{B}_\infty^T(\sigma_e^2\mathbf{I}_N)\mathbf{B}_\infty=\sigma_x^2-\sigma_e^2\mathbf{B}_\infty^T\mathbf{B}_\infty$

$$G_p=\sigma_x^2/\sigma_e^2\approx 1+\mathbf{B}_\infty^T\mathbf{B}_\infty$$ →预测增益

稳定条件：

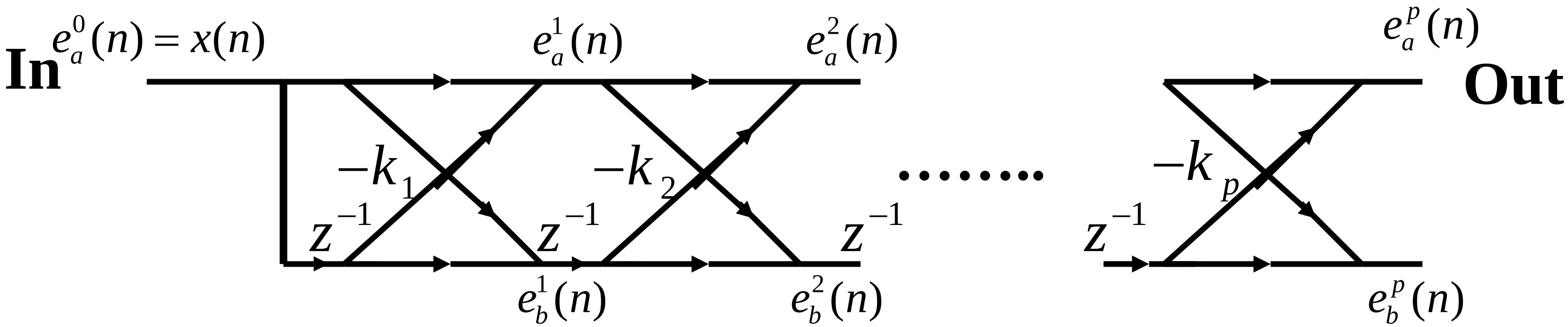
$$0<\delta<\frac{2}{N\sigma_e^2}$$

$$0<\delta<\frac{2}{N\sigma_x^2}$$

$$\sigma_x^2/\sigma_e^2>1$$

满足FIR稳定性条件，也满足IIR稳定性条件

三 Lattice结构递度自适应预测误差滤波器



$$\begin{cases} e_a^j(n)=e_a^{j-1}(n)-k_j e_b^{j-1}(n-1) \\ e_b^j(n)=e_b^{j-1}(n-1)-k_j e_a^{j-1}(n) \end{cases}$$

k_j是要修正的参数;修正准则是使正反向预测误差最小:

$$\min\left\{[e_a^j(n+1)]^2+[e_b^j(n+1)]^2\right\}$$

$$k_j(n+1)=k_j(n)-\frac{\delta}{2}[e_a^j(n+1)\frac{\partial e_a^j(n+1)}{\partial k_j}+e_b^j(n+1)\frac{\partial e_b^j(n+1)}{\partial k_j}]$$

$$k_j(n+1)=k_j(n)-\frac{\delta}{2}[e_a^j(n+1)\frac{\partial e_a^j(n+1)}{\partial k_j}+e_b^j(n+1)\frac{\partial e_b^j(n+1)}{\partial k_j}]$$

$$\begin{cases} e_a^j(n)=e_a^{j-1}(n)-k_j e_b^{j-1}(n-1) \\ e_b^j(n)=e_b^{j-1}(n-1)-k_j e_a^{j-1}(n) \end{cases}$$

$$k_j(n+1)=k_j(n)+\frac{\delta}{2}[e_a^j(n+1)e_b^{j-1}(n)+e_b^j(n+1)e_a^{j-1}(n+1)]$$

$$=k_j(n)+\frac{\delta}{2}\{[e_a^{j-1}(n+1)-k_j e_b^{j-1}(n)]e_b^{j-1}(n)$$

$$+[e_b^{j-1}(n)-k_j e_a^{j-1}(n+1)]e_a^{j-1}(n+1\}$$

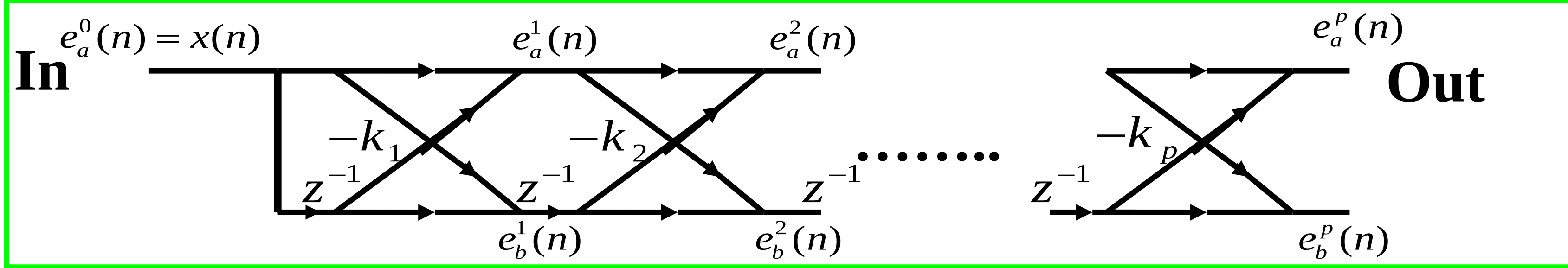
$$k_j(n+1)=k_j(n)+\delta\{e_a^{j-1}(n+1)e_b^{j-1}(n)-k_j(n)\frac{[e_b^{j-1}(n)]^2+[e_a^{j-1}(n+1)]^2}{2}\}$$

若稳态解收敛，即均值收敛到$\mathrm{E}[k_j(\infty)]$

$$E[k_j(\infty)]=k_j=\frac{2E[e_a^{j-1}(n+1)e_b^{j-1}(n)]}{E[e_b^{j-1}(n)]^2+E[e_a^{j-1}(n+1)]^2}$$

这和原来的反射系数定义k_j是一致的

$$k_j=E[e_a^{j-1}(n+1)e_b^{j-1}(n)]\Big/E^{j-1},[E^{j-1}=\{E[e_b^{j-1}(n)]^2+E[e_a^{j-1}(n+1)]^2\}/2$$



Lattice结构递度自适应预测误差滤波器是级联型结构，各级反射系数的调整是相当于一级FIR自适应滤波，第j阶所用到的数据是：$e_a^{j-1}(n), e_b^{j-1}(n)$

如第一级中：

$$e_a^0(n)=x(n), e_b^0(n)=x(n)$$

$$k_1(n+1)=k_1(n)+\delta\{x(n+1)x(n)-k_1(n)\frac{x^2(n+1)+x^2(n)}{2}\}$$

一级FIR中：

$$a(n+1)=a(n)+\delta x(n+1)e(n+1)$$

$$e(n+1)=x(n+1)-a(n)x(n)$$

$$a(n+1)=a(n)+\delta[x(n+1)x(n)-a(n)x^2(n)]$$

Lattice结构递度自适应预测误差滤波器可通过在自适应过程中控制反射系数而保证自适应预测误差滤波器的最小相位特性，从而保证其逆系统的稳定性