

大学物理—基础实验 I

施耀炜 PB21000276

2022 年 3 月

目录

实验报告一 重力加速度的测量

1

实验报告一

重力加速度的测量

学号: PB21000276 姓名: 施耀炜 班级: 21 级少院 6 班 日期: 2022 年 3 月 16 日

1 实验名称

重力加速度的测量

2 实验方法

测量当地的重力加速度

3 实验方法及仪器

3.1 自由落体法

- 立柱支架
- 数字毫秒计
- 光电门 (1, 2)
- 电磁铁
- 卷尺
- 纸杯
- 小球、大球 (钢制)

3.2 单摆法

- 电子秒表
- 单摆 (带标尺、平面镜, 摆线长度可调)
- 游标卡尺
- 千分尺
- 卷尺
- 摆球

4 实验原理

4.1 自由落体法

由牛顿运动定律，自由落体运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1.1)$$

其中 h 为下落距离， t 是下落时间。但实际工作中， t 的测量精度不高，利用 (1.1) 很难精确测的重力加速度 g 。

用卷尺测量 h ，采用双光电门法测 t ，光电门 1 位于光电门 2 的上方，光电门 1 的位置固定，保证小球通过光电门 1 时的速度 v_0 保持不变。光电门 1 与 2 之间的高度差为 h_i ，时间差为 t_i ，改变光电门 2 的位置，则有：

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2 \quad (1.2)$$

同时除以 t_i ，即：

$$\bar{v}_i = v_0 + \frac{1}{2}gt_i \quad (1.3)$$

测出一系列的 h_i ， t_i ，利用线性拟合即可求出重力加速度 g 。

4.2 单摆法

实际的单摆实验中，悬线是一根有质量（弹性很小）的线，摆球是有质量有体积的刚性小球，摆角不为零，摆球的运动还会受到空气的影响。单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]} \quad (1.4)$$

其中 T 是单摆的周期， l ， m_0 是单摆的摆线的长度和质量， d ， m ， ρ 是摆球的直径、质量和密度， ρ_0 是空气密度， θ 是摆角。

在一级近似下，单摆周期公式为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.5)$$

通过测量周期 T 和摆长 l 可求出重力加速度 g 。

5 实验设计（预习）

5.1 自由落体法

见实验原理，略。

5.2 单摆法

对 (1.5) 变形, 得:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (1.6)$$

分析其不确定度, 由不确定度均分原理:

$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta l}{l} \quad (1.7)$$

实验要求为 $\Delta g/g < 1\%$, 即 $2\Delta T/T < 0.5\%$, $\Delta l/l < 0.5\%$, 线长需用卷尺测量长度, 卷尺的允差 $\Delta \approx 0.2\text{cm}$, 故摆长 $l > 40\text{cm}$; 秒表的允差 $\Delta \approx 0.01\text{s}$, 人工测量时间的允差 $\Delta \approx 0.2\text{s}$, 故测量总时间 $t > 84\text{s}$ 。

注意到, 适当增加摆长, 其测量精度越高, 同时其周期也越长, 时间测量精度对应提高, 故实验精度相应提高; 但也不易过长, 增加测量负担, 导致周期过长而周期数偏小。故若取摆长 $l \approx 90\text{cm}$, 则代入 $g \approx 9.8\text{m/s}^2$, 粗略计算得周期 $T \approx 1.9\text{s}$, 即至少需要测约 45 个周期。

注意到摆长为悬挂点到小球的中心, 但千分尺或游标卡尺精度过高, 对测量意义不大, 故直接用钢卷尺测量, 从摆线顶端至小球中间 (切点) l 。

具体实验操作如下:

1. 组装实验仪器;
2. 多次测量 l 取平均值, 计算出摆长 l ;
3. 将摆球拉离平衡位置一个小角度 ($\theta < 5^\circ$) 同平面摆动, 并用秒表测量 50 个振动周期的时间, 重复多次;
4. 处理数据, 利用 (1.6) 计算出当地的重力加速度 g 。

6 数据处理与分析

6.1 自由落体法

6.1.1 原始数据

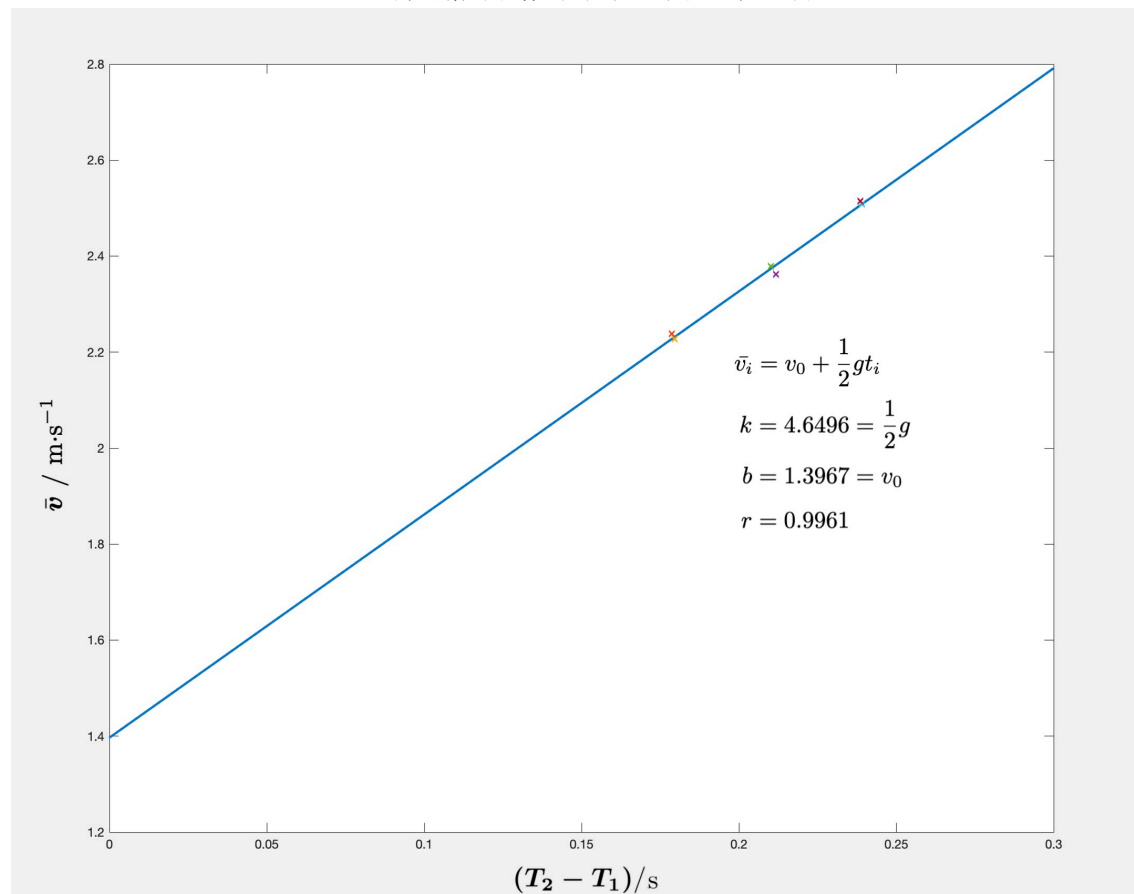
表 1.1 自由落体法原始数据

No.	l_1/m	l_2/m	T_1/s	T_2/s	$(T_2 - T_1)/\text{s}$	$\bar{v} / \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	球形 (大/小)
1	0.100	0.500	0.1374	0.3161	0.1787	2.2383	大
2	0.100	0.500	0.1377	0.3173	0.1796	2.2271	小
3	0.100	0.600	0.1338	0.3455	0.2117	2.3618	大
4	0.100	0.600	0.1382	0.3484	0.2102	2.3786	小
5	0.100	0.700	0.1343	0.3735	0.2392	2.5083	大
6	0.100	0.700	0.1376	0.3762	0.2386	2.5146	小

6.1.2 数据处理

利用公式 (1.3)，对表中 $T_2 - T_1$ 和 \bar{v} 进行基于最小二乘法的线性回归拟合，得图 1.1，即 $g = 4.6496 \times 2 = 9.2992 \text{ m/s}^2$

图 1.1 自由落体法数据最小二乘法线性拟合图



6.2 单摆法

6.2.1 原始数据

表 1.2 单摆法原始数据

No.	摆长 l/m	周期数 n	时间 t/s	周期 s
1	0.6105	49	77.25	1.577
2	0.6144	50	78.39	1.568
3	0.6098	50	78.31	1.566
4	0.6103			
5	0.6152			

注意到，本实验应该同摆长、同周期数进行测量，但是数据中出现周期数为 49 的一行，是因为在测量过程中，计数时应该是喊到“51”时恰好按住表秒，但是测量时我组误在喊到“50”时就停止计时，故导致有一组数据周期数为 49。测量过程中，我组并未注意要同摆长同周期数

进行测量,认为这组数据单次计算得到的重力加速度 g 可用,故保留,在交由老师审查时才发现问题。

6.2.2 不确定度分析

1. 摆长 摆长 l 的平均值为

$$\bar{l} = \frac{0.6105 + 0.6144 + 0.6098 + 0.6103 + 0.6152}{5} \text{ m} = 0.6120 \text{ m} \quad (1.8)$$

标准差为

$$\begin{aligned} \sigma_l &= \sqrt{\frac{(0.6105 - 0.6120)^2 + (0.6144 - 0.6120)^2 + (0.6098 - 0.6120)^2 + (0.6103 - 0.6120)^2 + (0.6152 - 0.6120)^2}{5 - 1}} \text{ m} \\ &= 0.00228 \text{ m} \end{aligned} \quad (1.9)$$

查表得, $n = 5, P = 0.997$ 时有

$$t_P = 4.60, \quad k_P = 3.00 \quad (1.10)$$

钢卷尺 $\Delta_{尺} = 0.2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$, 即 $\Delta_B = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$, 置信系数 $C = 3$, 故摆长 l 展伸不确定度为

$$\begin{aligned} U_{l,0.997} &= \sqrt{\left(t_{0.997} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_{0.997} \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.60 \times \frac{0.00228}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(3.00 \times \frac{2 \times 10^{-3}}{3}\right)^2} \text{ m} \\ &= 0.00510 \text{ m}, \quad P = 0.997 \end{aligned} \quad (1.11)$$

2. 周期 周期 T 的平均值为

$$\bar{T} = \frac{1.577 + 1.568 + 1.566}{3} \text{ s} = 1.570 \text{ s} \quad (1.12)$$

标准差为

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{(1.577 - 1.570)^2 + (1.568 - 1.570)^2 + (1.566 - 1.570)^2}{3 - 1}} = 0.0059 \text{ s} \quad (1.13)$$

查表得, $n = 3, P = 0.997$ 时有

$$t_P = 9.93, \quad k_P = 3.00 \quad (1.14)$$

秒表 $\Delta_{表} = 0.01 \text{ s}$, 人工测量时间允差 $\Delta_{人} = 0.2 \text{ s}$, 由于测量时有一组数据为 49 个周期, 其余两组为 50 个, 故取 $n = 49$, 有

$$\Delta_{BT} = \frac{1}{49} \sqrt{\Delta_{表}^2 + \Delta_{人}^2} = 0.004 \text{ s}$$

置信系数 $C = 3$, 故周期 T 展伸不确定度为

$$\begin{aligned} U_{T,0.997} &= \sqrt{\left(t_{0.997} \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_{0.997} \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(9.93 \times \frac{0.0059}{\sqrt{49}}\right)^2 + \left(3.00 \times \frac{0.004}{3}\right)^2} \text{ s} \\ &= 0.034 \text{ s}, \quad P = 0.997 \end{aligned} \quad (1.15)$$

3. 重力加速度 根据公式 (1.6), 重力加速度

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\bar{T}^2} = \frac{4\pi^2 \times 0.6120}{1.570^2} = 9.802 \text{ m/s}^2 \quad (1.16)$$

由不确定度传递公式, g 的展伸不确定度为

$$\frac{U_{g,0.997}}{\bar{g}} = \sqrt{\left(1 \cdot \frac{U_{L,0.997}}{\bar{L}}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{U_{T,0.997}}{\bar{T}}\right)^2} = \sqrt{\left(1 \cdot \frac{0.00510}{0.6120}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{0.034}{1.570}\right)^2} = 0.0441, \quad P = 0.997 \quad (1.17)$$

$$U_{g,0.997} = 0.0441 \times 9.802 \text{ m/s}^2 = 0.432 \text{ m/s}^2 \quad (1.18)$$

最终测量结果为

$$g = \bar{g} \pm U_{g,0.997} = (9.802 \pm 0.432) \text{ m/s}^2 \quad (1.19)$$

参考值: $g_0 = 9.795$, 合肥

7 分析与讨论

7.1 “自由落体法测重力加速度”实验的定性误差分析与改进

注意到, 合肥重力加速度的参考值为 $g_0 = 9.795$, 实验测量 $g = 9.2992$ 与参考值相比偏小较多, 有可能有如下原因:

1. 由于空气阻力, 导致钢球下落时加速度小于真实的重力加速度 g ;
2. 放置钢球后的摆动对实验结果有影响;
3. 小球通过光电门的时间在实验中不可忽略, 光电门的测量模式未知, 可能因此偏小;
4. 上方电磁铁剩磁, 对钢球仍有吸引, 造成影响, 导致偏小。

针对上述问题, 提出解决方案:

1. 改用密度更大的金属球, 减小空气阻力的影响;
2. 放置钢球后应等待一会, 待其不再抖动再开始测量;
3. 了解光电门的工作模式, 进行相关修正;
4. 适当增大 l_1 , 减小剩磁影响, 同时测量更多数据, 注意实验操作的规范性。

7.2 “单摆法测重力加速度”实验的定性误差分析与改进

实验测得的 $\bar{g} = 9.802 \text{ m/s}^2$ 与参考值略偏大, 整体较为接近, 但其展伸不确定度达 4.41%, 下分析不确定度较大的原因:

1. 注意到测量摆长 l 时有三组数据集中在 0.6100 m 附近, 另两组集中在 0.6150 m, 是因为在测量时前三组钢卷尺上端固定, 而后更改了位置再次测了两组, 导致测得摆长差距较大, 其展伸不确定度较大;

2. 由于计数失误导致一组数据周期数为 49, 其周期与另两组相差较大, 导致其展伸不确定度较大;

3. 测量次数较少, 使得展伸不确定度较大。

针对上述问题, 提出改进方案:

1. 固定一端不动，多次测量摆长，或者通过分别多次测量悬线顶端到悬线下端长 l_1 和悬线顶端到小球下端长 l_2 ，而后平均，计算得摆长 l ，更加精确的同时可以有效减少其展伸不确定度；
 2. 计数失误的数据组直接放弃，重新测量，保证同周期；
 3. 多次测量 50 个周期的时常。
- 同时，仍存在的误差，在下方思考题中给出相关分析。

8 思考题

8.1 自由落体法

1. 在实际工作中，为什么利用 (1.1) 式很难精确测量重力加速度 g ?

答：(1.1) 式即初速度为 0 的自由落体下落，但是事实上电磁铁关闭后有剩磁，所以静止释放时小球受到剩磁力的作用，其并非做自由落体运动，且若从一开始就计时，对摆动等要求必须更小，故采用此公式误差较大。

2. 为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？

答：根据不确定度分析，两门间距离可以较大，使的 $\Delta L/L$ 和 $\Delta T/T$ 都更小；同时上方的光电门 1 不宜太高，应和电磁铁相隔一定距离，以保证剩磁对其影响较小，确保小球在光电门 1、2 之间的真实加速度更接近重力加速度。

3. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗？

答：将装置倾斜放置，并加装导轨，拟合 $a \sin\theta$ 图像得到重力加速度 g 。

8.2 单摆法

1. 分析基本误差的来源，提出进行改进的方法。

答：摆动角度较小时，可能导致各阻力影响较大；摆动角度较大，其一阶近似可能误差较大；故取摆动角度时应该恰当。同时应尽量保证其在单个平面内振动，防止维度振动的影响。同时还有系统误差，如钢卷尺的允差较大，摆长测量不准；人工计时允差较大等。可以使用更精密的仪器和摄像辅助等方法测量长度和计时。