

卡尔·龙格 // 百度百科

目的：了解一点历史文化。

卡尔·龙格是一位德国数学家，物理学家，与光谱学家。在数值分析学里，他是龙格 - 库塔法的共同发明者与共同命名者。龙格的幼年在[古巴](#)，[哈瓦那](#)度过。在那期间，他的父亲尤利乌斯·龙格是驻古巴的丹麦外交官。后来，他全家迁移至[不来梅](#)，德国。

基本信息

出生	1856年8月30日 (1856-08-30) 德国不来梅
逝世	1927年1月3日（70岁） 德国哥廷根
居住地	德国
公民权	德国人
国籍	德国
研究领域	数学 ， 物理学
任职于	汉诺威莱布尼兹大学 (1886年-1904年) 哥廷根大学 (1904年-1925年)
母校	柏林大学
博士导师	卡尔·魏尔施特拉斯 ， Ernst Kummer
博士学生	马克斯·玻恩
著名成就	龙格-库塔法 ， 龙格现象 ， 拉普拉斯-龙格-楞次矢量

卡尔·龙格(*Carl Runge*1856年8月30日 - 1927年1月2日)

1880 年，他得到[柏林大学](#)的数学博士，是著名德国数学家，被誉为“现代分析之父”的卡尔·魏尔施特拉斯的学生。1886 年，他成为在德国汉诺威的[汉诺威莱布尼兹大学](#)的教授。

他的兴趣包括数学，[光谱学](#)，[大地测量学](#)，与天体[物理学](#)。除了纯数学以外，他也从事很多涉及实验的工作。他跟海因里希·凯瑟一同研究各种元素的谱线，又将研究的结果应用在[天体光谱学](#)。

1904 年，因为哥廷根大学教授，[菲利克斯·克莱因](#)的主动邀请，他同意去那里教书。1925 年，他在[哥廷根大学](#)退休。[月球](#)的龙格陨石坑(Runge crater) 是因他而命名的。

拉普拉斯-龙格-楞次矢量

在经典力学里，[拉普拉斯-龙格-楞次矢量](#)（简称为 LRL 矢量）主要是用来描述，当一个物体环绕着另外一个物体运动时，轨道的形状与取向。典型的例子是行星的环绕着太阳公转。在一个[物理系统](#)里，假若两个物体以[万有引力](#)相互作用，则 LRL 矢量必定是一个运动常数，不管在轨道的任何位置，计算出来的 LRL 矢量都一样；也就是说，LRL 矢量是一个保守量。更广义地，在开普勒问题里，由于两个物体以[有心力](#)相互作用，而有[有心力](#)遵守[反平方定律](#)，所以，LRL 矢量是一个保守量。[氢原子](#)是由两个带电粒子构成的。这两个带电粒子以遵守[库仑定律](#)的[静电力](#)互相作用。静电力是一个标准的反平方有心力。所以，氢原子内部的微观运动是一个开普勒问题。在量子力学的发展初期，薛定谔还在思索他的[薛定谔方程](#)的时候，[沃尔夫冈·泡利](#)使用 LRL 矢量，关键性地导引出氢原子的[发射光谱](#)。这结果给予物理学家很大的信心，量子力学理论是正确的。

在经典力学与量子力学里，因为[物理系统](#)的某一种对称性，会产生一个或多个对应的保守值。LRL 矢量也不例外。可是，它相对应的对称性很特别；在数学里，开普勒问题等价于一个粒子自由地移动于[四维空间](#)的三维球；所以，整个问题涉及四维空间的某种[旋转对称](#)。

[拉普拉斯-龙格-楞次矢量](#)是因[皮埃尔-西蒙·拉普拉斯](#)，卡尔·龙格，与威尔汉·楞次而命名。它又称为[拉普拉斯矢量](#)，龙格-楞次矢量，或楞次矢量。有趣的是，LRL 矢量并不是这三位先生发现的！这矢量曾经被重复地发现过好几。它等价于天体力学中[无量纲的离心率矢量](#)。发展至今，在物理学里，有许多各种各样的 LRL 矢量的推广定义；牵涉到狭义相对论，或电磁场，甚至于不同类型的[有心力](#)。

数学定义

🗣️ 语音  编辑

$\mathbf{F}(r)$ 平方反比有心力可以表达为 ^[2]

$$\mathbf{F}(r) = -\frac{k}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

其中， k 是比例常数， $\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ 是单位矢量， r 是粒子的位置矢量。

感受到此力的作用，一个粒子的轨道运动，其LRL矢量的数学定义方程为

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{L} - mk\hat{\mathbf{r}}.$$

其中， m 是粒子的质量， \mathbf{p} 是动量， \mathbf{L} 是角动量。

由于平方反比有心力为保守力，能量是运动常数：

$$\frac{dE}{dt} = \frac{p}{m} \dot{p} + \frac{k}{r^2} \dot{r} = 0.$$

再者，角动量 \mathbf{L} 也是保守的，可以决定粒子移动平面的取向。因为 $\mathbf{p} \times \mathbf{L}$ 与 r 都垂直于 \mathbf{L} ，所以，LRL矢量 \mathbf{A} 垂直于角动量； \mathbf{A} 包含于轨道的平面。

这个单独粒子的LRL矢量定义，也可以延伸至像开普勒问题一类的二体问题，只需要设定质量 m 为二个物体的约化质量，设定位置矢量 r 为二个物体之间的相对位置矢量。

同样的运动常数可以有很多种不同的表述。最常见的一种牵涉到离心率矢量。定义离心率矢量 \mathbf{e} 为LRL矢量与 mk 的除商：

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{A}}{mk} = \frac{1}{mk}(\mathbf{p} \times \mathbf{L}) - \hat{\mathbf{r}}.$$