


运筹学基础 2021 春期末试题参考卷

-Celino X-

University of Science and Technology of China 

July 7, 2021

注意:

1. 本参考卷为回忆卷, 部分数据已经记不清了, 为个人编造, 仅保证题型一样
2. 每年课程进度不同, 考试范围也可能不同, 比如今年只学到了排队论, 去年则学到了存储论
3. 未出现的内容并非不考, 请以考纲为准
4. 考试允许使用无编程能力的计算器

1. 以下是已经完成计算的单纯形表, 原问题中各约束均为 \leq 型, 各变量非负, 规划目标为最大化, 其中 x_4, x_5 为添加的剩余变量:

c_j			A	B	C	0	0	θ_i
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
C	x_3	4	0	1	1	1	-1	
A	x_1	4	1	-1	0	-1	2	
$c_j - z_j$			0	-2	0	-4	-2	

- (1) 请写出原问题
- (2) 请直接写出该问题的最优解
- (3) 该问题是否有唯一最优解? 如果不是, 请写出所有的最优解; 如果是, 请写出理由

2. 已知下列线性规划问题的对偶问题有唯一最优解 $(y_1, y_2) = (\frac{5}{4}, \frac{3}{2})$

$$\min \omega = 7x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 3x_4 + 4x_5$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 \geq 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 + x_5 \geq 5 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

- (1) 请写出该问题的对偶问题
- (2) 请写出原问题的最优解

3. 某公司生产生产的某种商品只在 3-6 月有需求, 每个月的需求分别为 100, 180, 250, 350 件, 而 3-6 月该公司的生产能力分别为 50, 120, 400, 330 件. 已知每件商品生产成本为 40 元, 每迟交一个月需支付每件 2 元的违约金, 而商品存放需支付每件每月 0.5 元的存储费用. 请为该公司设计生产-分配方案, 以最小化交付成本

4. 某农场有三万亩农田, 欲种植玉米, 大豆和小麦. 各种作物每亩分别需施化肥 0.12, 0.20, 0.15 吨. 预计秋后玉米每亩可收获 500 公斤, 售价为 0.24 元/公斤; 大豆每亩可收获 200 公斤, 售价为 1.20 元/公斤; 小麦每亩可收获 300 公斤, 售价为 0.70 元/公斤. 农场年初规划时需考虑以下几个方面:

P₁: 年终收益不低于 350 万元;

P₂: 总产量不低于 1.25 万吨;

P₃: 小麦产量以 0.5 万吨为宜;

P₄: 大豆产量不少于 0.2 万吨;

P₅: 玉米产量不超过 0.6 万吨;

P₆: 农场现在能提供 5000 吨化肥, 如果化肥不足, 可以去市场上高价购买, 但希望采购量越少越好.

试就该农场的生产计划建立数学模型 (不要求求解)

5. 试用分支定界法求解以下整数规划问题

$$\max z = 5x_1 + 3x_2$$

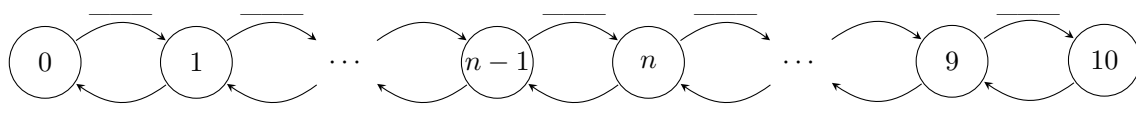
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ x_1, x_2 \in N \end{cases}$$

6. 某商业集团计划在市内四个点投资四个专业超市, 考虑的商品有电器, 服装, 食品, 家具及计算机五个类别. 通过评估, 家具超市不能放在第三个点, 计算机超市不能放在第四个点, 不同类别的商品投资到各点的年利润 (万元) 预测值如下表. 请给出该商业集团年利润最大的投资决策, 并写出最大利润

地点 \ 类别	1	2	3	4
电器	120	300	360	400
服装	80	350	420	260
食品	140	160	380	300
家具	90	200	-	180
计算机	220	260	270	-

7. 某课程安排了一名助教对学生的问题进行回答. 已知在场的学生一共有十名, 每个学生平均每一个小时会产生一次问题 (满足指数分布), 并前往询问助教. 助教解答问题的平均时间是五分钟 (满足负指数分布)

- (1) 写出该排队问题适用的排队论模型的 Kendall 拓展符号
- (2) 在以下状态转移图的空白横线内填写相应的转移率



- (3) 学生产生问题后不需要等待直接就可以提问的概率是多少
- (4) 每时每刻平均有多少学生在等待提问
- (5) 学生的问题得到解答前平均要等待多长时间
- (6) 该排队系统的效率高不高? 请写出理由, 同时给出改进建议

可能用到的公式:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^c \frac{(c\rho)^k}{k!} + \frac{c^c}{c!} \cdot \frac{\rho(\rho^c - \rho^N)}{1 - \rho}} \quad \rho \neq 1$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(c\rho)^n}{n!} P_0 & (0 \leq n \leq c) \\ \frac{c^c}{c!} \rho^n P_0 & (c \leq n \leq N) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 \rho (c\rho)^c}{c!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{N-c} - (N-c)\rho^{N-c}(1-\rho)]$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda(1-P_N)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{m!}{(m-i)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}$$

$$P_n = \frac{m!}{(m-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad (1 \leq n \leq m)$$

$$L_q = m - \frac{(\lambda + \mu)(1 - P_0)}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{m}{\mu(1 - P_0)} - \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\mu}$$