实验 1　　信号及系统基本特性分析

夏厚　　PB18051031

1.1 实验目的

1、　学习 Matlab 编程的基本方法；掌握常用函数用法。
2、　了解不同信号的频域特性，理解时域特性与频域特性之间的关联性。
3、　掌握典型信号序列的时域和频域基本特性。
4、　熟悉理想采样的性质，了解信号采样前后的频谱变化，加深对采样定理解。
5、　了解离散系统的时域/频域特性及其对输出信号的影响，掌握系统分析方法。

1.2 实验原理

1.3 实验内容

1.3.1　Matlab 操作与使用

1）文件操作

```
>> load -ascii data.txt
错误使用 load
在当前文件夹或 MATLAB 路径中未找到 'data.txt'，但它位于:
 E:\Desktop\MATLAB

更改 MATLAB 当前文件夹 或 将其文件夹添加到 MATLAB 路径。

>> cd 'E:\Desktop\MATLAB'
>> load -ascii data.txt
>> data

data =

  520.0000    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9058    0.2785    0.9706    0.4218    0.0357
    0.1270    0.5469    0.9572    0.9157    0.8491
    0.9134    0.9575    0.4854    0.7922    0.9340
    0.6324    0.9649    0.8003    0.9595    0.6787
```

预先在路径文件夹下创建文本文件 data.txt。使用 load 从文件中读取数据。实验中文件路径报错，使用 cd 命令更改 Matlab 当前文件夹，成功打开 data.txt 文件。

使用命令>>save experiment.dat data -ascii，将刚刚读取的 data 存入 experiment.dat 文件中。打开文件夹，可以看到创建的 experiment.dat 文件。

experiment.dat	2020/11/17 10:49	DAT 文件	1 KB

2）矩阵运算

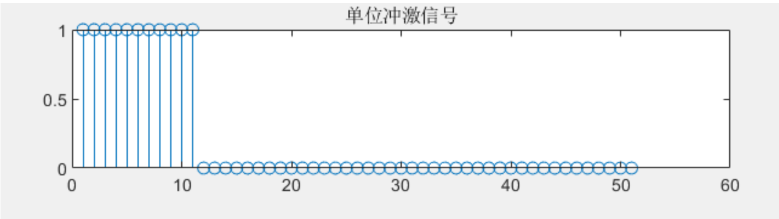
```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]

A =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9

>> A*A

ans =

    30    36    42
    66    81    96
   102   126   150

>> A+A

ans =

     2     4     6
     8    10    12
    14    16    18

>> A'

ans =

     1     4     7
     2     5     8
     3     6     9

>> inv(A)
警告: 矩阵接近奇异值, 或者缩放错误。结果可能不准确。RCOND =  2.202823e-18。

ans =

   1.0e+16 *

    0.3153   -0.6305    0.3153
   -0.6305    1.2610   -0.6305
    0.3153   -0.6305    0.3153

>>
```

>>inv(A)　　　　求矩阵的逆
>>A*A　　　　矩阵乘法
>>A+A　　　　矩阵加法
>>A'　　　　矩阵转置

3）绘图

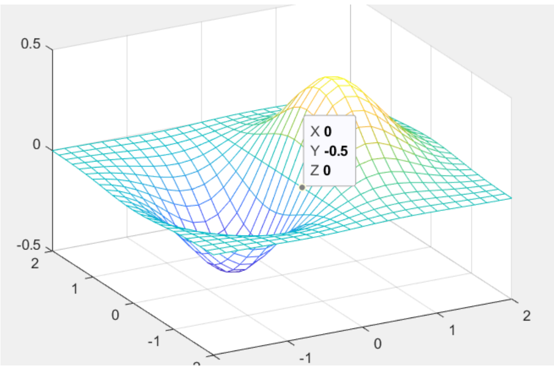
使用如下代码画出矩形序列

```
%矩形序列
x=sign(sign(10-n)+1);
subplot(3,1,1);stem(x);title('单位冲激信号');
```



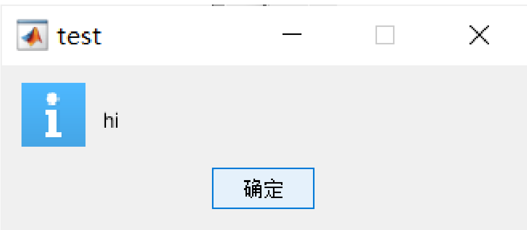
使用如下代码画出 3D 图形

```
x=linspace(-2, 2, 25); % 在x轴上取25点
y=linspace(-2, 2, 25); % 在y轴上取25点
[xx,yy]=meshgrid(x, y); % xx和yy都是21x21的矩阵
zz=xx.*exp(-xx.^2-yy.^2); % 计算函数值，zz也是21x21的矩阵
mesh(xx, yy, zz); % 画出立体网状图
```



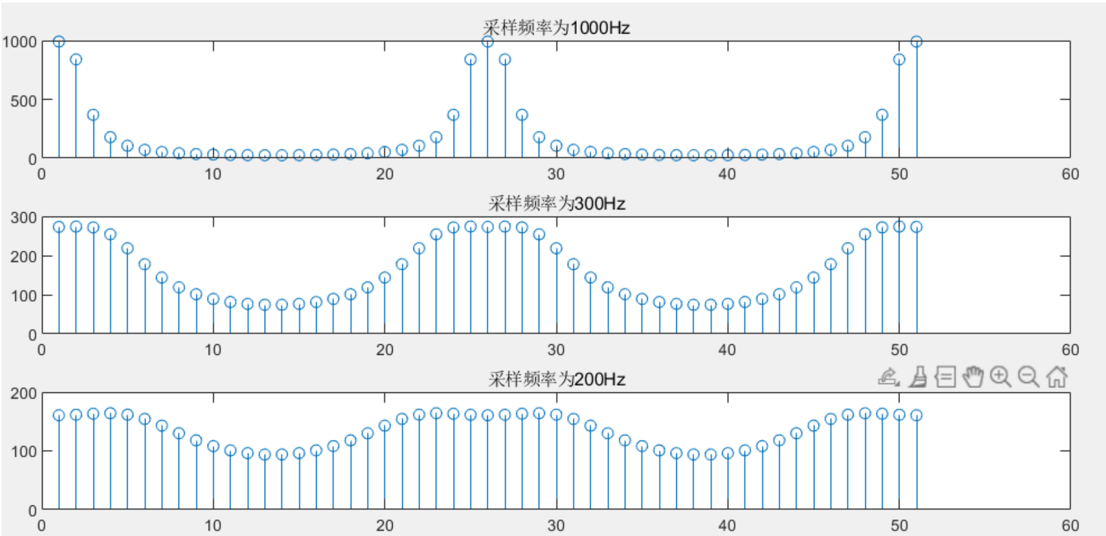
4）图形界面实现

>> handle=helpdlg('hi','test')



1.3.2 理想采样信号序列的特性分析

```
%1.3.2 理想采样信号序列特性分析
n=0:50;
k=-25:25;
A=444.128;%幅度因子
a=50*sqrt(2.0)*pi;%衰减因子
w0=50*sqrt(2.0)*pi;%频率
T=1/1000;%采样周期
x=A*exp(-a*n*T).*sin(w0*n*T);
X=x*(exp(-j*pi/12.5)).^(n'*k);
magX=abs(X);
subplot(3,1,1);stem(magX);title('采样频率为1000Hz');
T=1/300;
x=A*exp(-a*n*T).*sin(w0*n*T);
X=x*(exp(-j*pi/12.5)).^(n'*k);
magX=abs(X);
subplot(3,1,2);stem(magX);title('采样频率为300Hz');
T=1/200;
x=A*exp(-a*n*T).*sin(w0*n*T);
X=x*(exp(-j*pi/12.5)).^(n'*k);
magX=abs(X);
subplot(3,1,3);stem(magX);title('采样频率为200Hz');
```



采样频率减小到 200Hz 时已经出现了明显频谱“混淆”现象。因为采样频率太小，频谱在频域的周期延拓较小，会导致频谱混叠，从而“混淆”。

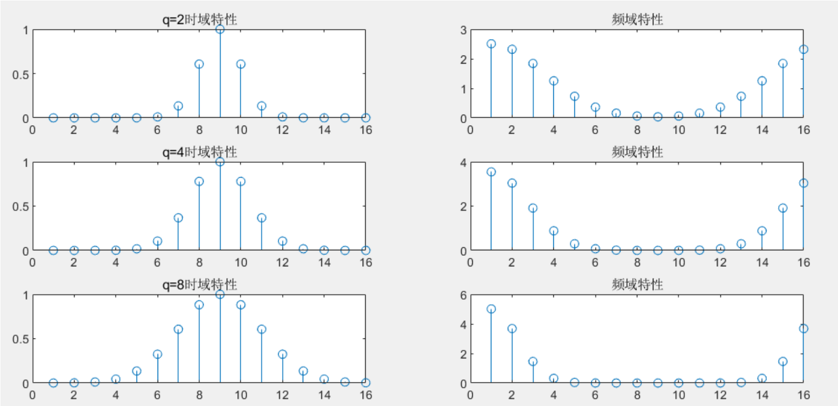
1.3.3 典型信号序列的特性分析

1.3.3.2 高斯序列的时域和频域特性

高斯序列： $x_{aa}(n)=\begin{cases} e^{-\frac{(n-p)^2}{q}}, 0\le n\le 15 \\ 0, else \end{cases}$

1） 固定 p=8，改变 q 的值，使分别等于 2，4，8

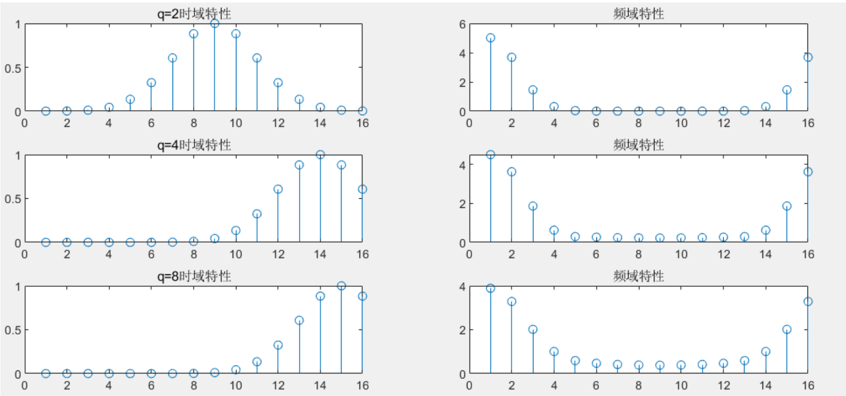
```
%高斯序列
n=0:15;
p=8;q=2;x=exp(-1*(n-p).^2/q);
subplot(3,2,1);stem(x);title('q=2时域特性');%时域
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(x)));title('频域特性');%频域
p=8;q=4;x=exp(-1*(n-p).^2/q);
subplot(3,2,3);stem(x);title('q=4时域特性');%时域
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(x)));title('频域特性');%频域
p=8;q=8;x=exp(-1*(n-p).^2/q);
subplot(3,2,5);stem(x);title('q=8时域特性');%时域
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(x)));title('频域特性');%频域
```



比较上图可知，p 一定时，q 增大，高斯信号在时域波形展宽且变得平缓；而频域波形变陡，频谱分量减少。所以 q 决定了高斯信号的陡峭程度。

2） 固定 q=8，改变 p 的值，使分别等于 8，13，14

```
%高斯序列
n=0:15;
p=8;q=8;x=exp(-1*(n-p).^2/q);
subplot(3,2,1);stem(x);title('q=2时域特性');%时域
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(x)));title('频域特性');%频域
p=13;q=8;x=exp(-1*(n-p).^2/q);
subplot(3,2,3);stem(x);title('q=4时域特性');%时域
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(x)));title('频域特性');%频域
p=14;q=8;x=exp(-1*(n-p).^2/q);
subplot(3,2,5);stem(x);title('q=8时域特性');%时域
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(x)));title('频域特性');%频域
```



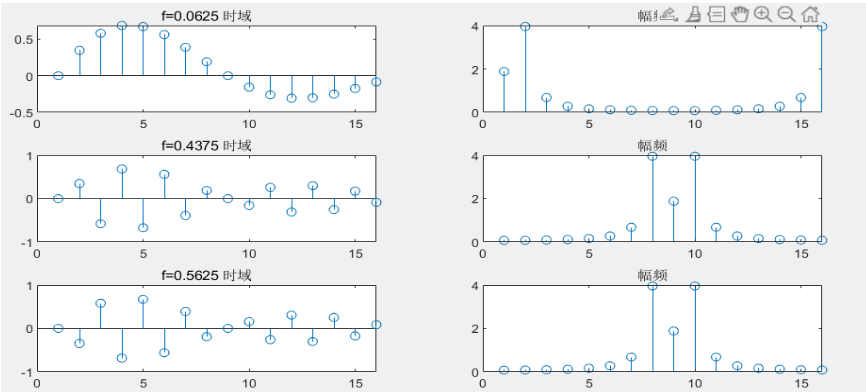
比较上图，q 不变时，p 的值决定了时域波形峰值的位置。当 p 增大时，波形整体向右移动。P=13、14 时已经发生了明显的泄漏现象。频域部分随 p 增大频率分量增加，容易产生混叠。

1.3.3.3 衰减正弦序列的时域和幅频特性

衰减正弦序列： $x_{bb}(n)=\begin{cases} e^{-an}\sin 2\pi fn, 0\le n\le 15 \\ 0, else \end{cases}$

令 a=0.1，f=0.0625，改变 f=0.4375，再改变 f=0.5625

```
%衰减正弦序列
n=0:15;
a=0.1;f=0.0625;x=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
subplot(3,2,1);stem(x);title('f=0.0625 时域');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(x)));title('幅频');
f=0.4375;x=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
subplot(3,2,3);stem(x);title('f=0.4375 时域');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(x)));title('幅频');
f=0.5625;x=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
subplot(3,2,5);stem(x);title('f=0.5625 时域');
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(x)));title('幅频');
```



f=0.0625 时频谱没有发生混叠，f=0.5625 时频谱发生了混叠。因为 0.4375+0.5625=1，出现镜像频率，所以 f=0.4375 和 f=0.5625 的频谱图像完全相同。

1.3.3.4 三角波序列和反三角波序列的时域和幅频特性

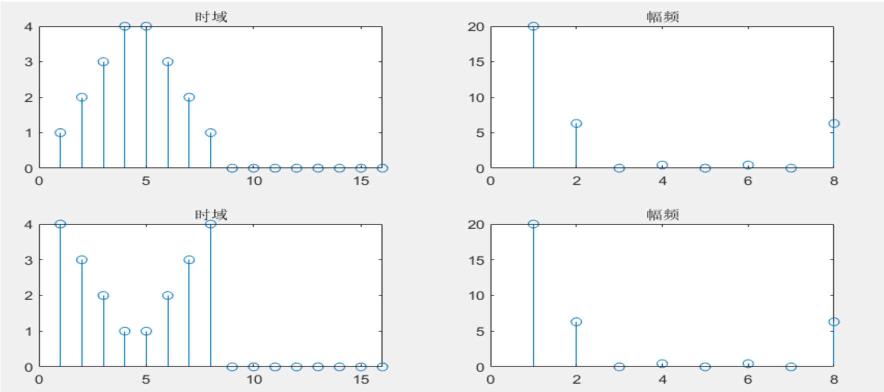
三角波序列： $x_{cc}(n)=\begin{cases} n+1, 0\le n\le 3 \\ 8-n, 4\le n\le 7 \\ 0, else \end{cases}$

反三角序列： $x_{dd}(n)=\begin{cases} 4-n, 0\le n\le 3 \\ n-3, 4\le n\le 7 \\ 0, else \end{cases}$

1）8 点 FFT 分析信号 Xcc(n)和 Xdd(n)的幅频特性

```
i=1:8;
for i=1:4
    x(i)=i;
end
for i=5:8
    x(i)=9-i;
end
subplot(2,2,1);stem(x);title('时域');
subplot(2,2,2);stem(abs(fft(x,8)));title('幅频');
```

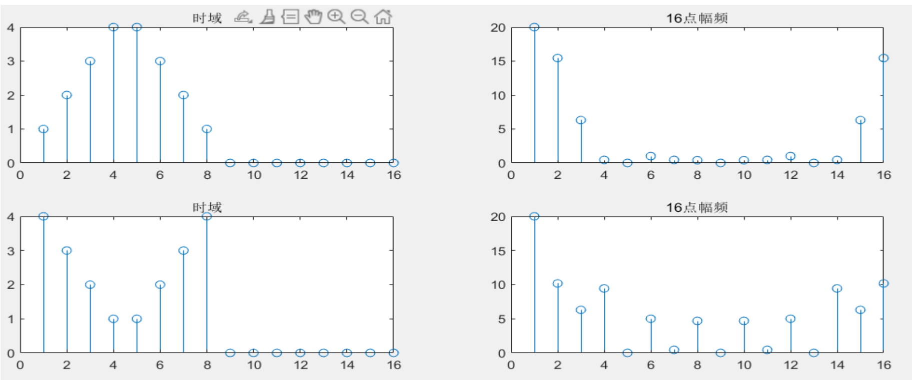
```
for i=1:4
    x(i)=5-i;
end
for i=5:8
    x(i)=i-4;
end
subplot(2,2,3);stem(x);title('时域');
subplot(2,2,4);stem(abs(fft(x,8)));title('幅频');
```



反三角波序列形状相当于三角波序列在 8 个点的圆周移位得到，所以它们的 8 点 FFT 频谱相同。

2）在 Xcc(n)和 Xdd(n)末尾补零，用 16 点 FFT 分析这两个信号频谱

```
for i=1:4
    x(i)=i;
end
for i=5:8
    x(i)=9-i;
end
for i=9:16
    x(i)=0;
end
subplot(2,2,1);stem(x);title('时域');
subplot(2,2,2);stem(abs(fft(x,16)));title('16点幅频');
for i=1:4
    x(i)=5-i;
end
for i=5:8
    x(i)=i-4;
end
for i=9:16
    x(i)=0;
end
subplot(2,2,3);stem(x);title('时域');
subplot(2,2,4);stem(abs(fft(x,16)));title('16点幅频');
```



可以看到，两个信号的幅频特性不同了，因为当在信号后面补零并使用 16 点 FFT，三角波序列就不能看作是反三角波序列经过圆周移位得到的了，所以频谱也就不相同。

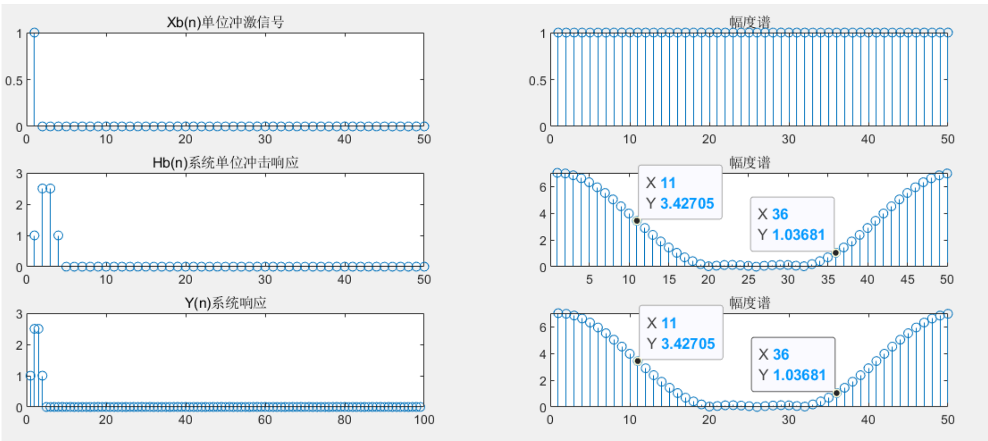
1.3.4 离散信号、系统和系统响应的分析

1.3.4.2 离散信号产生和系统分析

1）观察信号 Xb(n)和系统 Hb(n)的时域和幅频特性

$$x_b(n)=\delta(n)=\begin{cases}1,n=0\\0,n\neq 0\end{cases}\qquad h_b(n)=\delta(n)+2.5\delta(n-1)+2.5\delta(n-2)+\delta(n-3)$$

```
n=1:50;
xb=zeros(1,50);
xb(1)=1;
subplot(3,2,1);stem(xb);title('Xb(n)单位冲激信号');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(xb)));title('幅度谱');
%特定冲击串
n=1:50;
hb=zeros(1,50);
hb(1)=1;hb(2)=2.5;hb(3)=2.5;hb(4)=1;
subplot(3,2,3);stem(hb);title('Hb(n)系统单位冲击响应');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(hb)));title('幅度谱');
y=conv(xb,hb);%卷积函数
subplot(3,2,5);stem(y);title('Y(n)系统响应');
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(y,50)));title('幅度谱');
```



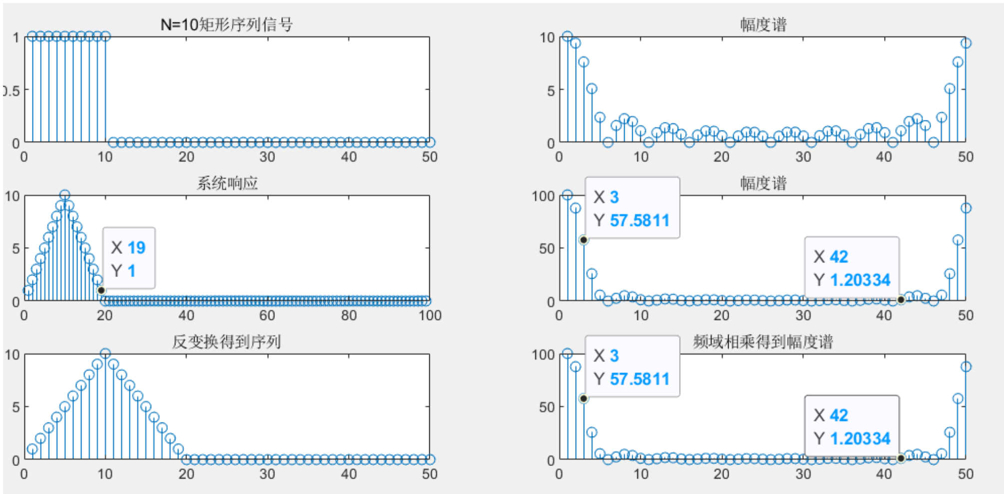
Xb(n)是单位脉冲序列，幅频特性在全频域上都为 1，如上图，和理论相符。Hb(n)是系统单位冲击响应，与单位脉冲卷积之后，按照卷积相关性质，结果得到的信号与 Hb(n)相同，如上图可见，系统响应在时域和频域特性都和 Hb(n)相同。由于线性卷积的原因，系统响应有 50+50-1=99 个点，所以 Y(n)时域如上图。

2）观察信号 Xc(n)和系统 Ha(n)的时域和幅频特性

$$x_c(n)=R_N(n)=\begin{cases}1,0\leq n<N-1\\ \quad 0,其他\end{cases}\quad，其中\ N=10\qquad h_a(n)=R_{10}(n)$$

$$x_c(n)=h_a(n)=R_{10}(n)$$

```
n=1:50;
N=10;
xc=sign(sign(N-n)+1);
subplot(3,2,1);stem(xc);title('N=10矩形序列信号');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(xc)));title(' 幅度谱');
ha=sign(sign(N-n)+1);
y=conv(xc,ha);%卷积函数
subplot(3,2,3);stem(y);title(' 系统响应');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(y,50)));title(' 幅度谱');
Y=fft(xc).*fft(ha);%傅里叶变换的乘积
subplot(3,2,6);stem(abs(Y));title(' 频域相乘得到幅度谱');
subplot(3,2,5);stem(abs(ifft(Y)));title(' 反变换得到序列');
```

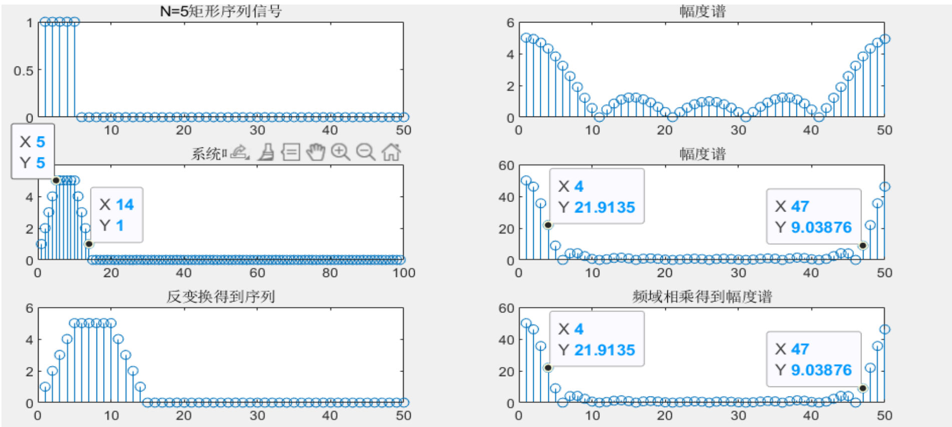


因为 Xc(n)=Ha(n)，所以两者的时域和幅频特性应该相同。时域有 10 个非零值点，幅频两极大值之间有 10-2=8 个次峰。线性卷积之后得到的序列时域和幅频特性如上图，因为矩形序列非零长度为 10，所以卷积结果非零长度应该为 10+10-1=19，可以看到实验结果与理论结果一致。并且卷积得到的序列应该是一个三角波，峰值为 10，正如图中结果所示，所以响应序列图形是正确的。计算两个矩形序列傅里叶变换的乘积得到响应序列幅频特性，与线性卷积得到的序列幅频特性相同，并且反变换之后得到的响应序列也相同。

改变 Xc(n)的矩形宽度，使 N=5

```
N=5;
xc=sign(sign(N-n)+1);
subplot(3,2,1);stem(xc);title('N=5矩形序列信号');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(xc)));title(' 幅度谱');
ha=sign(sign(10-n)+1);
y=conv(xc,ha);%卷积函数
subplot(3,2,3);stem(y);title(' 系统响应');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(y,50)));title(' 幅度谱');
Y=fft(xc).*fft(ha);%傅里叶变换的乘积
subplot(3,2,6);stem(abs(Y));title(' 频域相乘得到幅度谱');
subplot(3,2,5);stem(abs(ifft(Y)));title(' 反变换得到序列');
```

当 Xc(n)的矩形宽度变为 5 时，时域有 5 个非零值点，幅频特性两极大值之间有 5-2=3 个次峰。卷积结果应该有 10+5-1=14 个非零值点，如下图，与理论结果相符。两个长度不等的矩形波序列卷积得到的序列应该为梯形波序列，如下图也和理论相符，且极值为 5。两个傅里叶变换乘积得到的结果与直接线性卷积结果一致。



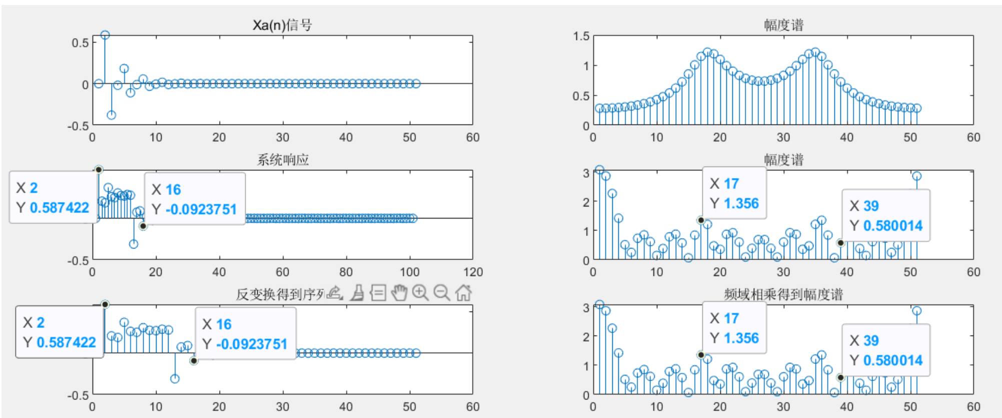
3）信号 Xa(n)与 Ha(n)，其中 A=1，α=0.4，Ωo=2.0734，T=1。

$$x_a(t)=Ae^{-\alpha t}\sin(\Omega_0 nT),0\le n<50$$

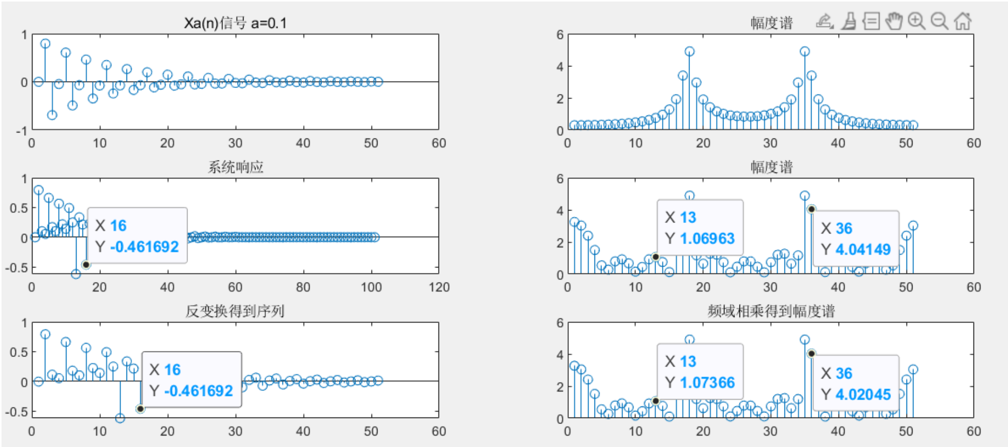
```
N=10;
n=0:50;
A=1;
a=0.4;
T=1;
w0=2.0734;
xa=A*exp(-a*n*T).*sin(w0*n*T);
subplot(3,2,1);stem(xa);title('Xa(n)信号');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(xa)));title('幅度谱');
ha=sign(sign(N-n)+1);
y=conv(xa,ha);%卷积函数
subplot(3,2,3);stem(y);title('系统响应');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(y,51)));title('幅度谱');%傅里叶变换
Y=fft(xa).*fft(ha);%频域相乘，直接求Y(k)
subplot(3,2,6);stem(abs(Y));title('频域相乘得到幅度谱');%验证卷积定理
subplot(3,2,5);stem(ifft(Y));title('反变换得到序列');
```

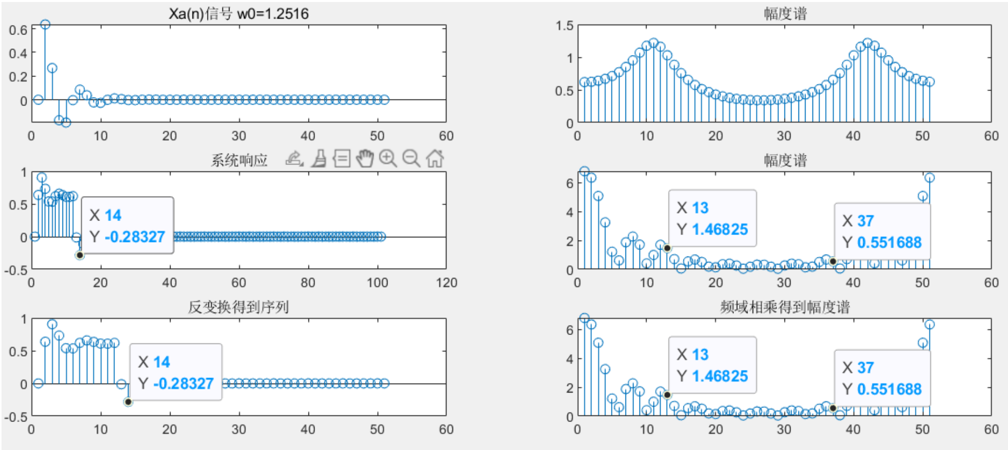
依次改变α=0.1 绘制图形如下

Ωo=1.2516 绘制图形如下



Xa(n)信号与系统单位冲击序列线性卷积得到的结果，与二者傅里叶变换乘积得到的结果幅频特性相同，其中，傅里叶乘积得到的结果反变换与线性卷积得到的序列也相同。





改变α=0.1 时，衰减因子减小，信号 Xa(n)衰减速度相比原来有所减缓，幅频特性比原来的幅频特性各分量都要小，但峰值位置相同。此时线性卷积结果与傅里叶变换乘积得到的幅频特性有微小差异，这是因为衰减速度减缓，仍对于之前的 50 点截取，会在一定程度上产生频谱泄露，所以两个结果有微小不同。预计若采取更多点数截取，如 100 个点，上面二者结果在一定误差下会保持相同。

改变 Ωo=1.2516，改变了频率，相比原来 2.0734 减小了。从实验画出的信号时域序列也可以看到信号变化频率减小。观察幅频图，两个峰值位置向两端移动了一段距离，说明高频成分减小，低频成分增加，与频率减小的理论分析相符。由于并没有改变衰减因子，所以在现有的误差下，两信号线性卷积结果与傅里叶变换乘积结果相同。

1.3.4.3 卷积定理的验证

1.3.4.2 中已经进行了傅里叶变换相乘,直接得到系统响应幅频特性。比较直接线性卷积结果与傅里叶变换乘积结果，保持一致。对傅里叶变换乘积结果进行反变换，得到的序列也与线性卷积得到的序列相同。验证了卷积定理。

总结 MatLab 进行数字信号处理实验项目时常用的函数及其功能：

1) stem(x)函数用于绘制针状图，将需要绘制的数据存放在一个数组中，然后将这个数组作为参数传递给“stem”函数。
2) subplot(x,y,z)函数用来同时画出数个小图形，并且存放在一个视窗之中，x 是小图形的行数，y 是小图形的列数，z 是小图形的编号。
3) figure 用来保持输出上一个画图窗口，因为若不使用这个命令，每当新输出一个画图窗口都会覆盖之前的画图窗口。

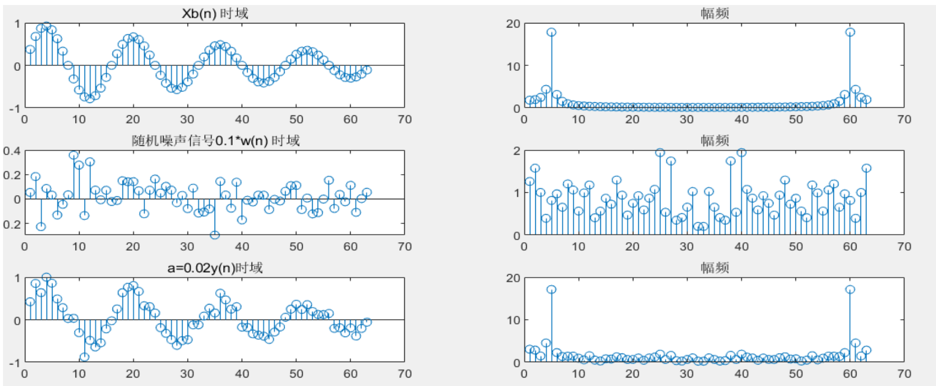
4) title(“标题”)用来设置图形的标题，跟在绘图函数后面使用。
5) fft(x,m)用来计算 x 的离散傅里叶变换，参数 m 可以用来指定具体做多少个点的 fft。
6) abs(x)返回数组 x 中每个元素的绝对值。
7) conv(x,y)卷积函数，返回 x 与 y 的卷积。
8) sign(x)符号函数，返回与 x 大小相同的数组，其中对 x 中的每个元素取符号。
9) zeros()创建全零的数组。
10) angle(x)返回 x 中每个元素在[-π，π]中的相位角。

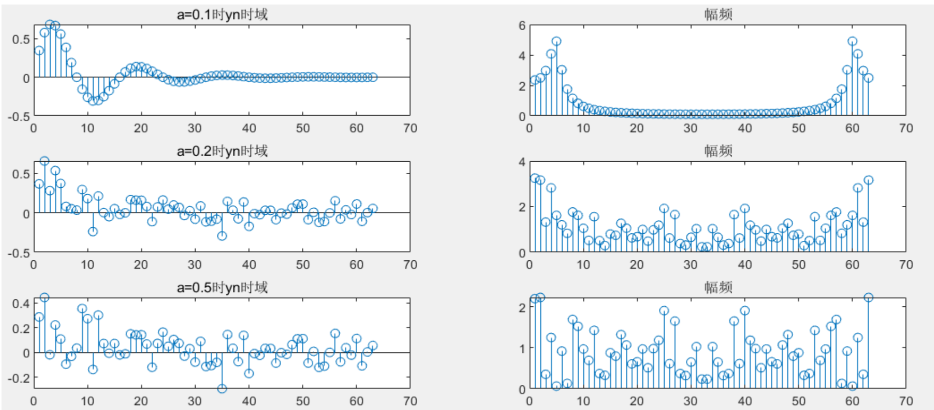
1.3.3.5 选做

将 $xb(n)$ 信号的长度 N 设为 63，用 MatLab 中 randn(1,N)函数产生一个噪声信号 w(n)，计算将这个噪声信号叠加到 $xb(n)$ 上以后新信号 $y(n) = xb(n) + w(n)$ 的频谱。

1）固定 f=0.0625.改变 a 使分别等于 0.02，0.1，0.2，0.5。

```
n=1:63;
a=0.02;f=0.0625;xb=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
wn=randn(1,63);
yn=xb+0.1*wn;
subplot(3,2,1);stem(xb);title('Xb(n) 时域');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(xb)));title('幅频');
subplot(3,2,5);stem(yn);title('a=0.02y(n)时域');
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(yn)));title('幅频');
subplot(3,2,3);stem(0.1*wn);title('随机噪声信号0.1*w(n) 时域');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(0.1*wn)));title('幅频');
```



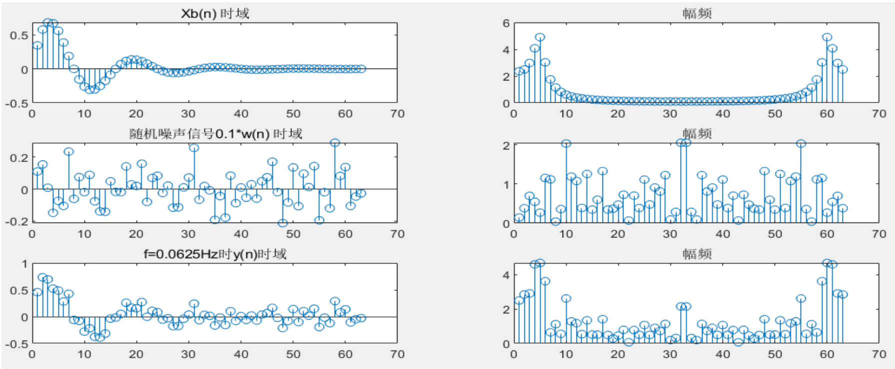


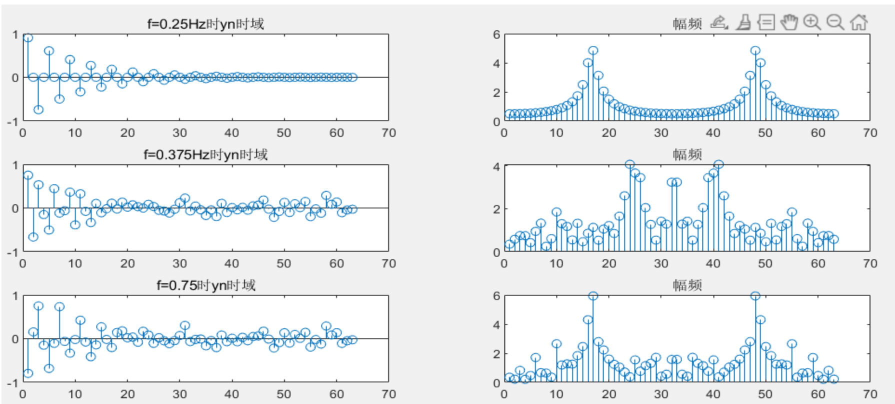
由于噪声序列为高斯白噪声，均值为 0，方差为 1，所以以上将噪声序列加权 0.1。
衰减因子 a 较小的时候，序列衰减较慢，频谱峰值位于两端，中间接近于零，高频分量占比小，不易产生混淆。所以加入噪声之后的频谱基本上保持原样。a 较大时，原信号很快衰减

趋于 0，此时叠加的噪声信号会带来额外的高频分量。且噪声序列由于截取有限长度，频谱会产生泄漏。

2）固定 a=0.1，改变 f 的值，使之分别等于 0.0625，0.25，0.375，0.75。

```
figure;
a=0.1;f=0.25;xb=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
yn=xb+0.1*wn;
subplot(3,2,1);stem(xb);title('f=0.25Hz时yn时域');
subplot(3,2,2);stem(abs(fft(xb)));title('幅频');
a=0.1;f=0.375;xb=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
yn=xb+0.1*wn;
subplot(3,2,3);stem(yn);title('f=0.375Hz时yn时域');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(yn)));title('幅频');
a=0.1;f=0.75;xb=exp(-a*n).*sin(2*pi*f*n);
yn=xb+0.1*wn;
subplot(3,2,5);stem(yn);title('f=0.75时yn时域');
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(yn)));title('幅频');
```



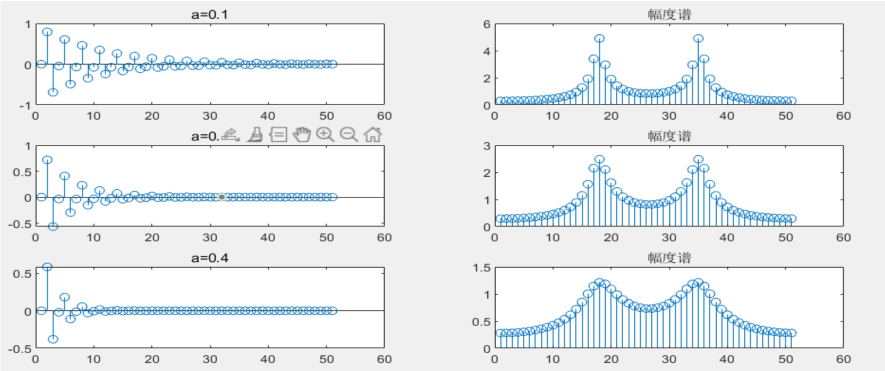


固定衰减因子不变，频率较小时，可以看到频域波峰位于两端，说明低频成分占比多。加入噪声信号后，频谱高频成分有所增加。F 越大，频谱波峰位置越靠近中央，混叠更易发生，同时带有泄漏。F 越大，现象越明显。

1.3.5 选做

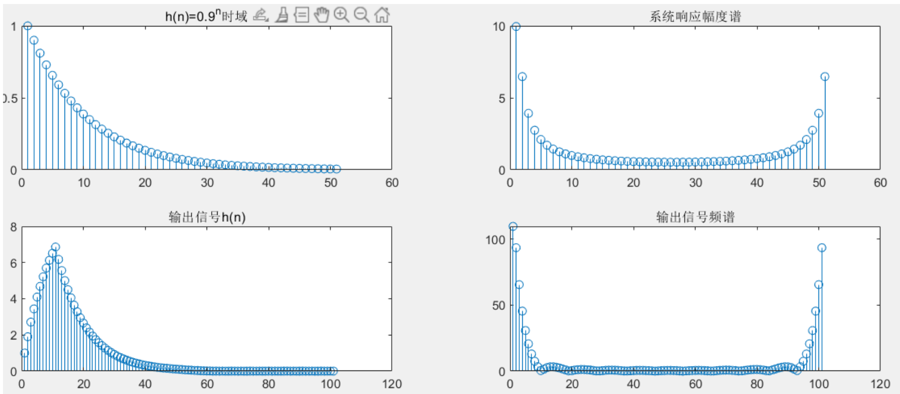
1）改变信号 Xa(n)的衰减因子，分别等于 0.1，0.2，0.4。

因为没有改变频率 f，所以频谱波峰位置不会改变。由于衰减因子增大，信号序列衰减的越来越快，所以频谱的高频成分占比变大。由绘制的频谱图可以看到，波峰位置相同，中央高频占比逐渐增大。符合预期估计。



2）LTI 系统冲激响应为 hn(n)=（0.9）^n，输入序列为 Xc（n）。

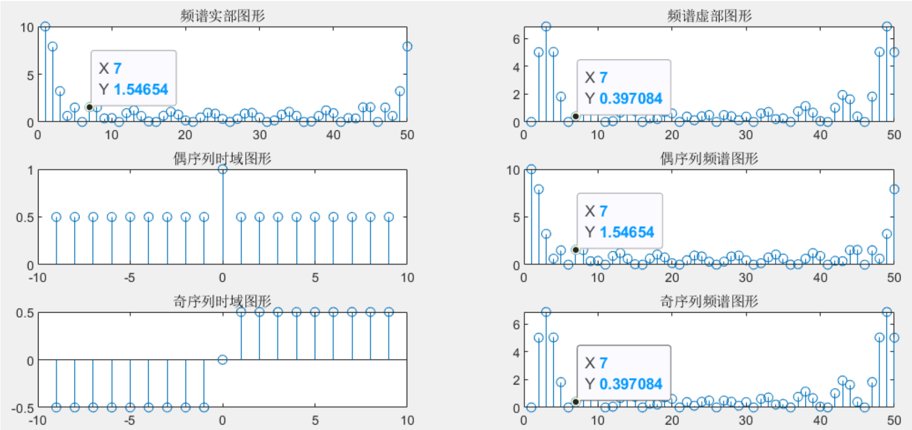
```
n=0:50;
N=10;
xc=sign(sign(N-n)+1);
h=(0.9).^n;
subplot(2,2,1);stem(h);title('h(n)=0.9^n时域');
subplot(2,2,2);stem(abs(fft(h)));title('系统响应幅度谱');
y=conv(xc,h);%卷积函数
subplot(2,2,3);stem(abs(y));title('输出信号h(n)');
subplot(2,2,4);stem(abs(fft(y)));title('输出信号频谱');
```



Hn(n)=Xc(n)时，已在前面讨论过。

3）将序列 Xc(n)分为奇偶序列

```
n=-9:9;
N=10;
x1=sign(sign(-n)+1);
x2=sign(sign(n)+1);
xce=0.5*(x1+x2);
xco=0.5*(x2-x1);
m=0:9;
xc=sign(sign(10-m)+1);
subplot(3,2,1);stem(abs(real(fft(xc,50))));title('频谱实部图形');
subplot(3,2,2);stem(abs(imag(fft(xc,50))));title('频谱虚部图形');
subplot(3,2,3);stem(n,xce);title('偶序列时域图形');
subplot(3,2,5);stem(n,xco);title('奇序列时域图形');
subplot(3,2,4);stem(abs(fft(xce,50)));title('偶序列频谱图形');
subplot(3,2,6);stem(abs(fft(xco,50)));title('奇序列频谱图形');
```



从绘图可以看到，Xc(n)的偶序列频域特性和 Xc(n)的频域实部特性相同，而 Xc(n)的奇序列频域特性和 Xc(n)的频域虚部特性相同。这与理论结果一致，实信号偶分量变换对应频域实部，奇分量变换对应频域虚部。