

数字图像处理作业一

夏厚 PB18051031

2021 年 3 月 26 日

1 实验原理

1.1 最近邻内插法

- 本质上，内插是用已知数据来估计未知位置数据的处理方式。对于图像的放大或缩小，先设想创建一个需要变换倍数之后的网格，它与原始图像有相同的间隔，然后将其收缩，使其准确的和原图像匹配。显然变换之后的网格像素间隔不等于原图像像素间隔。为了对覆盖的每个点赋以灰度值，我们在原图像中寻找最接近的像素，并把这个像素值赋给变换后图像的新像素。这就是图像内插的最近邻内插法。

1.2 双线性内插法

- 线性插值

已知两点坐标 $A(x_0, y_0)$ 与 $B(x_1, y_1)$ ，两点之间的任意一点 C 的像素值 $f(x, y)$ 可以用这两点的像素表示。 $a = |A - C|$; $b = |B - C|$ 。

$$f(x, y) = b * f(x_0, y_0) + a * f(x_1, y_1)$$

- 双线性插值

双线性插值即将线性插值扩展到二维。设想变换之后的坐标 (i, j) 落入原图像的四个像素点构成的方格中。其中方格的四个顶点像素值分别为 $f(A), f(B), f(C), f(D)$ 。

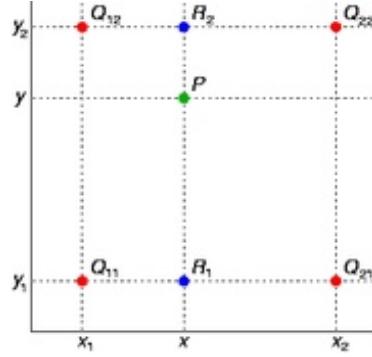


图 1: 双线性内插示意图

$$\begin{cases} A = [\text{floor}(i/n), \text{floor}(j/n)] \\ B = [\text{floor}(i/n)+1, \text{floor}(j/n)] \\ C = [\text{floor}(i/n), \text{floor}(j/n)+1] \\ D = [\text{floor}(i/n)+1, \text{floor}(j/n)+1] \end{cases} \quad (1)$$

为了简单表示每个像素点的贡献系数大小，我们使：

$$\begin{cases} a = i/n - \text{floor}(i/n) \\ m = j/n - \text{floor}(j/n) \\ b = 1-a \\ y = 1-m \end{cases} \quad (2)$$

所有由 (1)、(2) 两式，结合之前的线性插值方法，可以推得：

$$\begin{aligned} & [af(B) + (1 - a)f(A)](1 - m) + [af(D) + (1 - a)f(C)]m \\ &= (1 - a)(1 - m)f(A) + (1 - m)af(B) + m(1 - a)f(C) + amf(D) \\ &= ybf(A) + yaf(B) + mbf(C) + amf(D) \end{aligned}$$

所有四点的像素值贡献系数已经得出，四点的坐标位置也已经得到。由上公式便可计算得到新像素点的双线性内插像素值。

1.3 双三次内插

- 双三次内插核函数

双三次内插包括最近的 16 个邻点。赋予点 (x,y) 的灰度值是使用下式得到：

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j$$

其中 16 个邻点的系数由双三次内插核函数给出。核函数如下：

$$S(x) = \begin{cases} (a+2)|x|^3 - (a+3)|x|^2 + 1, & |x| < 1 \\ a|x|^3 - 5a|x|^2 + 8a|x| - 4a, & 1 < |x| < 2 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

- 加权算法

如上双线性插值的表示方法, $a = i/n - floor(i/n)$, $m = j/n - floor(j/n)$. 所以有 $f(x, y) = ABC^T$

$$A = [S(a+1)S(a)S(b)S(b+1)]$$

$$C = [S(m+1)S(m)S(y)S(y+1)]^T$$

$$B = f(floor(i/n)-1 : floor(i/n)+2, floor(j/n)-1 : floor(j/n)+2)$$

从上述计算得到新像素点的像素值, 即完成图片的双三次内插。

- 原图的边沿扩展

由于双线性内插与双三次内插分别涉及到近邻的 4 点和 16 点, 所以进行内插之前, 需要对原图像进行边沿扩展。本次实验采用的扩展方法为边沿对称反转。即将边沿像素点对称搬到新扩展的点中, 具体步骤程序中有体现。

2 实验结果分析

2.1

- 对于放大三倍的图片来说, 最近邻内插法得到的图片在边缘部分, 有很明显的失真, 表现为像马赛克一样的方格, 连续性较差。而双线性内

插法得到的图片，较最近邻内插有了重大的改进，比如 lenna 图片的帽沿、头发这种线条处显得更加平滑和清晰。这是因为最近邻内插只利用了一个像素点的信息，使得在灰度值变化较大的部分，显得很跳跃。双线性利用了最近邻的四个像素点的加权值，在灰度值变化较大的部分，也能显得流畅。双三次内插较双线性内插效果又要稍微好一些。

- 对于缩小到 0.4 倍的图片来说，三种方法都显得不是那么清晰。这是因为在将缩小的图片像素方格，拉伸到原图像大小，并取最近邻的一点或者多点像素信息，在原图片的像素上都有较大的跳跃。所以在图片的边沿部分出现失真，甚至曲线变成一条阶梯状的方格线。