

数字图像处理作业七

夏厚 PB18051031

2021 年 6 月 13 日

1 实验原理

1.1 最佳统计分类器

来自类 ω_j 的特定模式概率表示为 $p(\omega_j/x)$ 。如果模式分类器判断 x 来自类 ω_j ，而实际它来自类 ω_i ，那么分类器就会导致一次损失，表示为 L_{ij} 。由于模式 x 可能来自 W 中的任何一个类，故将模式 x 判决为 ω_j 的平均损失为：

$$r_j(x) = \sum_{k=1}^W L_{kj} p(\omega_k/x)$$

根据贝叶斯公式， $p(A/B) = [P(A)P(B/A)]/P(B)$ ，所以上式可以写为：

$$r_j(x) = \frac{1}{p(x)} \sum_{k=1}^W L_{kj} p(x/\omega_k) p(\omega_k)$$

经过讨论，我们知道 0-1 损失函数的贝叶斯分类器的决策函数的计算：

$$d_j(x) = p(x/\omega_j)P(\omega_j), j = 1, 2, \dots, W$$

1.2 高斯模式类的贝叶斯分类器

高斯分类器由样本均值向量和协方差矩阵决定，均值向量和协方差的估计如下：

$$m_j = \frac{1}{N_j} \sum_{x \in \omega_j} x$$

和

$$C_j = \frac{1}{N_j} \sum_{x \in \omega_j} xx^T - m_j m_j^T$$

根据前述的贝叶斯分类器决策函数，高斯模式下的贝叶斯分类器决策函数为：

$$d_j(x) = \ln P(\omega_j) - \frac{1}{2} \ln |C_j| - \frac{1}{2} [(x - m_j)^T C_j^{-1} (x - m_j)]$$

如果所有的协方差矩阵都相等，则：

$$d_j(x) = \ln P(\omega_j) + x^T C^{-1} m_j - \frac{1}{2} m_j^T C^{-1} m_j$$

这是一个线性决策函数（超平面），其中 $j = 1, 2, \dots, W$ 。进一步如果 $C = I$ ，这里 I 为单位矩阵，且 $P(\omega_j) = 1/W, j = 1, 2, \dots, W$ ，则有

$$d_j(x) = x^T m_j - \frac{1}{2} m_j^T m_j \quad j = 1, 2, \dots, W$$

2 实验内容

完成多光谱数据的贝叶斯分类, 复现教材图 12.13

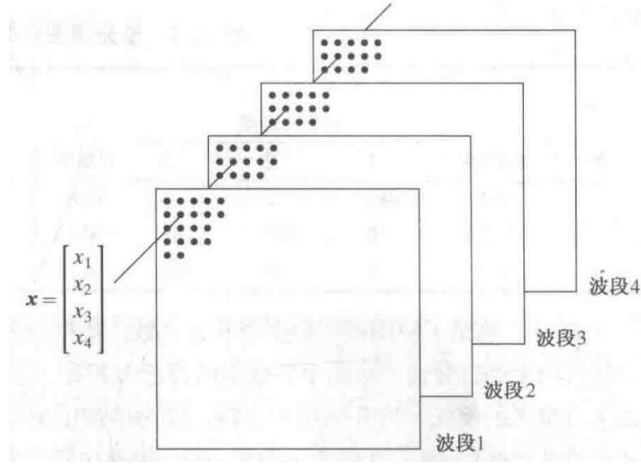


图 1: 多光谱扫描器生成的 4 幅数字图像经像素配准后, 所形成的模式向量

地面上的每个点都可以形如 $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ 的一个四维模式向量表示，其中 x_1 为蓝光图像， x_2 为绿光图像等等。如实验原理所述，高斯模式分类器要求估计每个类的均值向量和协方差矩阵。根据前述高斯模式类贝叶斯分类器原理，完成该实验分为如下步骤：

- 将可见蓝光、可见绿光、可见红光和近红外波长图像读入程序。
- 由已有模板，依据分类器原理训练每个类的均值 m_j 与协方差矩阵 C_j 。
- 由于协方差矩阵并不一定相等 $d_j(x)$ ，单各类的先验概率 $P(w_j), j = 1, 2, 3$ 相等，因此判决函数为：

$$d_j(x) = -\frac{1}{2} \ln |C_j| - \frac{1}{2} [(x - m_j)^T C_j^{-1} (x - m_j)]$$

判决条件为：

$$d_j(x) > d_i \quad i, j = 1, 2, 3 \quad i \neq j \quad x \in w_j$$

- 分别对水体、市区、植被进行分类并输出。
- 对模板进行判决得到 12.13(f) 图像。

实现代码结构为，主函数 `picture12_13`，计算各类均值协方差函数 `junzhifangc`，判决函数 `panjue`。
实验结果如图 2：

观察分类结果 (f)，贝叶斯分类器训练结果，即使是在样本模板上也会有错误分类的情况。分类为水体的所有像素图像结果，相比于教材的分类结果更好，例如河流汇合处的一个分支，在教材分类结果上并未正确分类，而在此实现了正确分类；这是因为这一张结果图是将所有的样本用于训练均值向量与协方差矩阵得到的分类结果。为实现教材的样本一半用于训练、一半用于独立测试，在程序中令前一半像素点用于训练，后一半像素用测试。或者也可以按行与列隔点取样本进行训练。

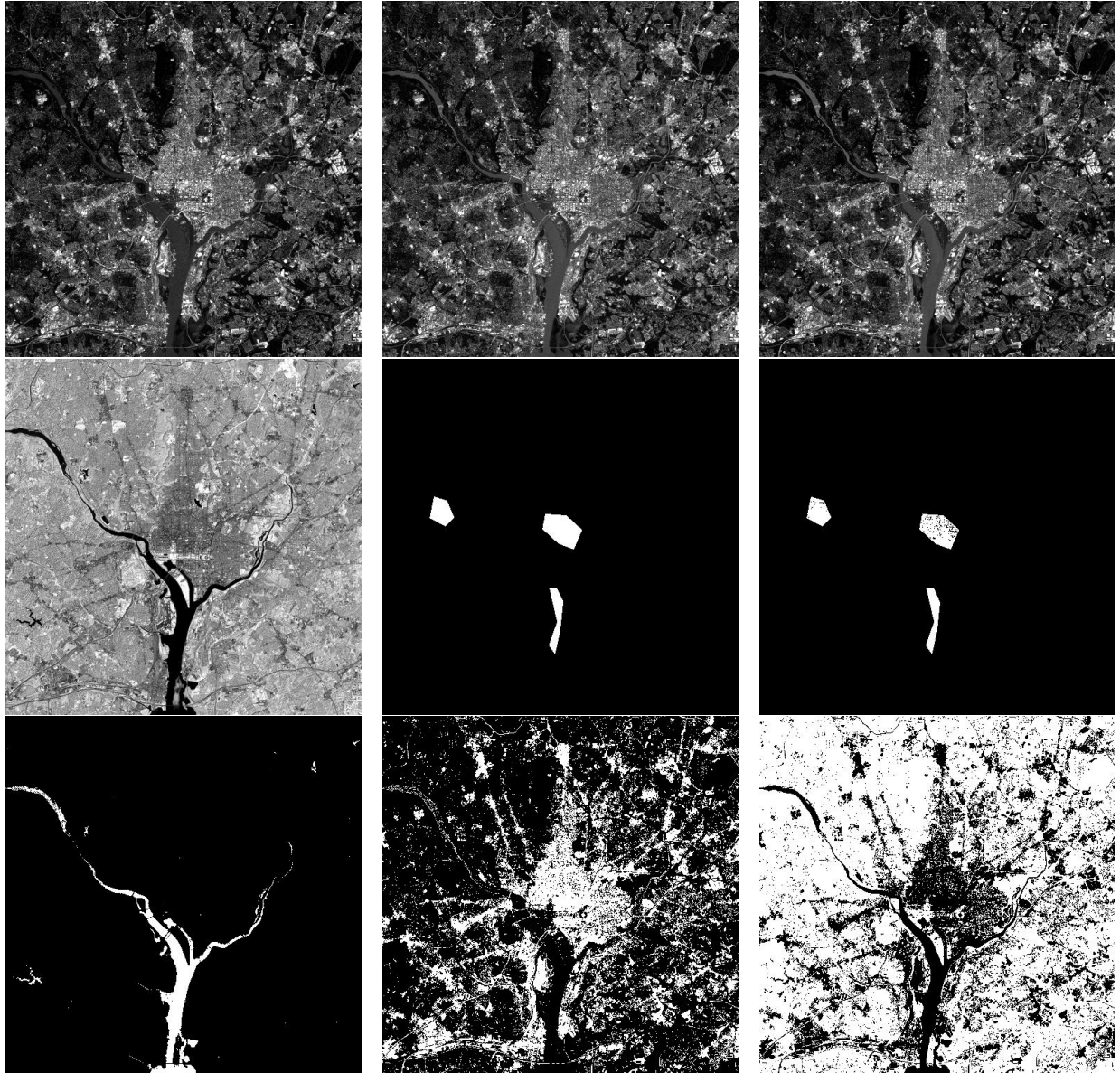


图 2: 多光谱数据的贝叶斯分类: 分别为可见蓝光、可见绿光、可见红光和近红外波长图像; 水体、市区、植被样本区域模板; 分类结果, 黑点表示未正确分类的点; 分类为水体的所有像素图像 (白色); 分类为市区的所有图像像素 (白色); 分类为植被的所有图像像素 (白色)