

·人物评传·

亥维赛和他的科学成就

孙庆华 包芳勋

(山东大学数学学院, 山东济南 250100)

摘 要:亥维赛是英国自学成才的科学家。他潜心研究麦克斯韦电磁理论,通过创造性地运用数学工具而获得许多重大物理发现,同时也为数学本身提供了新的概念与方法。本文介绍了亥维赛的生平与他的科学成就,并在系统分析亥维赛科学工作的基础上,考察了亥维赛的科学思想及其来源。

关键词:亥维赛 电磁理论 算子演算 向量理论

〔中图分类号〕 N09 **〔文献标识码〕** A **〔文章编号〕** 1000-0763(2009)04-0073-09



奥利夫·亥维赛(O. Heaviside, 1850-1925)是一位一流的数学物理学家,一位有着惊人的数学分析能力和物理洞察力的电气工程师,他还是19世纪下半叶对物理学等领域作出最重要贡献的、但又是被忽略和最不被重视的人物之一。物理学和数学相互推动、交织发展的状况由来已久,亥维赛的科学成就充分体现了这一事实,即外部问题促进了数学新理论、新方法的发现;反过来,简洁有效的数学方法同时也为其它领域的发展提供必要的理论基础,在推动科学的进步方面起着不可替代的巨大作用。

一、亥维赛的早期生活和工作

亥维赛1850年5月18日出生于伦敦卡姆登的一个低层社会家庭,他的父亲托马斯·亥维赛(T. Heaviside)是位手艺精湛的木匠,母亲瑞切尔(E. W. Rachel)为了维持家庭生计曾办过一所私立女子小学,亥维赛在这所学校接受了第一次正规教育。后来,亥维赛在家乡另一所中学完成了初等教育。中学时代的亥维赛学习成绩突出,是全校同年级几百名学生中前几名的学生。^{〔1〕}少年时代的亥维赛就已经开始用一种“刻薄”的眼光、实用的观点来看待科学事物,他从来不会因迷信权威而把任何知识都当作真理,尤其排斥欧氏几何的公理化证明方法。^{〔2〕}即使是多年以后,亥维赛仍然把欧氏几何看作是最糟糕的,认为欧氏几何本质上应该是门实验科学,应通过观察的、描述性的和实验性的方法讲授,而它的那种试图证明显然事实的逻辑体系会令年轻人迷惑。^{〔3〕}

由于家境不好,16岁后亥维赛再没有接受过任何正规教育。1868年,18岁的亥维赛在其姨父、赫赫有名的电学大师、成功的科学企业家惠斯通(C. Wheatstone, 1802-1875)的帮助下进入电报业,从此开始对电学问题产生兴趣。1872年,亥维赛在《英国机械》杂志上发表了第一篇电学论文《比较电动式》,这篇论文所

〔收稿日期〕2008年6月3日;修回:2009年3月13日

〔作者简介〕孙庆华(1970-)女,山东蒙阴人,博士,山东大学讲师,主要研究方向:近现代数学史。

包芳勋(1968-)男,山东单县人,博士,山东大学副教授,主要研究方向:阿拉伯数学史和近现代数学史。

用数学知识非常有限。^[4]在 1873 年发表于《哲学杂志》上的有关光学的论文中,亥维赛使用了微积分。那时他已经掌握了微积分、微分方程、立体几何和偏微分方程等高等数学理论,但真正给天才的亥维赛指明方向并带来灵感的还是麦克斯韦 1873 年出版的《电磁通论》。亥维赛是麦克斯韦电磁理论的最热情的支持者之一,在麦克斯韦的《电磁通论》发表后不久,亥维赛就开始研究它,并从那时起把它作为自己研究的基础。

也许是小时候患猩红热所致,年轻的亥维赛患有轻微耳聋。他性情专制,爱好广泛,有着卓越的洞察力和超强直觉,看上去很有绅士风度。1871 年亥维赛被任命为主电报员,每年的薪水颇丰。出身贫寒的亥维赛深知金钱的重要性,也希望更多的得到它,但又不愿为金钱所束缚。1874 年 3 月 31 日,二十四岁的亥维赛辞去了一生中仅有的第一份(也是最后一份)工作,把后半生完全投入到了一流的学术研究中。

二、亥维赛早期的电报工作

亥维赛辞职后,和父母一起住在位于伦敦奥古斯汀街的家里。亥维赛隐居后的第一个五年,是其成果极为丰硕的时期。期间他写了一系列关于电报理论的论文,充分展示了他丰富的电讯技术实践知识和日显精湛的数学技能。下面以其三篇代表性论文为主简要介绍他在这方面的作品。

出于对感应电路振荡行为的兴趣,亥维赛撰写了题为“关于额外的电流”的文章,并于 1876 年发表在伦敦皇家学会刊物《哲学杂志》上。^[4]文中亥维赛处理了由于受感应现象影响的有限长度电缆的充电和放电问题,建立了沿着电缆的电压的微分方程

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = kc \frac{\partial v}{\partial t} + sc \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

这里 k 、 c 和 s 分别表示均匀电阻、电容和单位长度的电感。这个方程在电感 $s=0$ 的特殊情形,即为 W. 汤姆逊(即开尔文爵士)在 1854 年建立的第一个电报方程。亥维赛对海底电缆电报理论的数学理解远远超过了 W. 汤姆逊。他推广的电报方程承认波传递速度有限,是解决相位畸变问题的关键,促进了电话的广泛应用。

由于对电缆的最大量的可用信息传送速度依赖于传播方向这一现象(1868 年从英国发到丹麦的电报速度要比从丹麦发到英国的快 40%)的浓厚兴趣,1877 年,亥维赛又在《哲学杂志》上发表了题为“关于通过庞杂的电报机电路的信号速度”的文章。^[4]在这篇论文中亥维赛处理了信号速率不对称的问题,认为传播速率的不对称不能归因于海底电缆或者与之相联系的大陆线:“我们必须朝线外看,并且把我们的注意力放在发送和接收装置上”。亥维赛分别得出了不同方向的信号传播所用时间的数学表达式,以简单优美的方式解释了令人困惑的海底电报电路传播速度问题。

用电缆进行长距离通信需要尽量减少线路的衰减量,最好的办法是插入加感线圈。亥维赛在 1879 年发表于《哲学杂志》的题为“关于故障的理论”的论文中,以一种含糊的方式表述了这一超前的建议:

当一个天然故障,或者受绝缘限制的故障在电缆中形成的时候,会趋向于得到一个更差的、可观察到的、不仅局限于电缆故障的现象。…如果不及时去除这个故障,通信会完全停止。…但是一个人工设置的故障,或者说是通过在导体和鞘之间的一个由良好导线制成的线圈的连接,将不会有天然故障的讨厌特点。

…如果适当地构筑它(人造故障),将会…加速(信息传送的)工作速度。电缆线的中心是放置一个故障的最好位置;线电阻的 $1/32$ 可能比较合适。(转引自[2], pp. 49-50)

亥维赛的论文技术含量很高,对当时迅速发展的电讯工程界具有很大的冲击力。这本应该引起当局的注意,但由于亥维赛的论文除了麦克斯韦或汤姆逊等少数人之外,当时的电讯界几乎无人能够理解,致使他的发现对实践应用没能产生任何影响。恰恰相反,亥维赛的理论却被电讯工程界的实权人物普里斯(W. H. Preece, 1834—1913)等人视为异端。当然,这除了亥维赛的文章不易读懂之外,还与他 1873 年在《哲学杂志》上发表的关于双工电报电路的一篇论文有关。^[4]在这篇论文中,亥维赛从学科的简单历史开始,提出了使双工电报可行的方法,并宣称他的工作实际上已经超过双工而达到四工电报电路,但却没有提及普里斯 1855 年获得专利的双工电报系统,这已经刺伤了普里斯,再加上后来亥维赛拒绝在普里斯手下工作,从而使得普里斯更为不满。^[5]而事实上,这时的亥维赛已被麦克斯韦理论所深深吸引,他决定走自己的路。

三、亥维赛的电动力学

在 1880 年代以前, W. 汤姆逊的电报方程理论在英国通讯业中一直占主导地位。汤姆逊曾根据这个电缆信号传播速度减慢与电缆长度平方成正比的规律成功解决了 1866 年通过大西洋的海底电缆发送信号时所遇到的延迟、畸变和变弱等困难, 被英国维多利亚女王封为爵士。但随着电报机的逐步完善和电话的问世, 工程师们处理信号的速度明显上升, 这时即使按照汤姆逊的最佳条件设计电缆, 信号畸变也无法完全克服。以普里斯为代表的大多数电讯工程师都认为畸变是由于电缆的自感引起, 应尽量减少它们的自感。而亥维赛则认为这种看法缺乏理论依据, 他通过解包含电感因子的、具有现代形式的亥维赛电报方程, 从理论上预示了在远距离电报电缆的电路中电感加载可减少信号畸变。这一超前于亥维赛所处时代的理论, 直到 1899 年才被美国哥伦比亚大学教授普平(I. Pupin, 1854 - 1935) 和美国电话电报公司的肯培尔(A. Campell)各自独立地用实验证实。1901 年, 电缆加感技术首次在英国引进。第一次世界大战后, 英国和美国的所有地下电缆都加载了电感线圈。^[6]

由于亥维赛的在传输线上加载电感线圈可以减少信号畸变的理论, 遭到普里斯等人的强烈反对, 他的论文也因此被电讯专业刊物所拒绝。不得已, 亥维赛只好把大多数论文发表在商业性杂志《电学家》上, 《电学家》是亥维赛自 1882 年开始长达 20 余年发表论文的主要园地之一。而该杂志的编辑比格斯(W. Biggs, ? - 1923) 因为帮助亥维赛发表文章竟被免去编辑职务。

在和《电学家》联系的这些年间, 亥维赛完成了他最重要的大部分工作。其中包括对麦克斯韦理论现代形式的改写和对电磁场中能流的发展, 电报传输上的趋肤效应, 带电粒子运动比光速快的解析推测以及无畸变的信号传播理论的发现等等。

尽管亥维赛在电动理论方面的工作卓有成效, 但由于他与当时的技术人员的长期隔离, 致使他的著作直到 19 世纪 80 年代末, 仍然没有被人们所普遍接受。当然这也与人们对麦克斯韦思想的缓慢接受有关。事实上, 麦克斯韦的电磁理论起初并没有打动科学界, 德国和法国科学家依旧使用他们自己的超距电动力学的思想来处理电动理论, 就连英国著名物理学家 W. 汤姆逊也没有真正相信过麦克斯韦的思想, 更不用说普里斯等人。

1889 年亥维赛和父母离开了伦敦, 和他的哥哥查尔斯(Charles)一家住在培斯顿, 这是他过得比较愉快的一段时期。1887 年赫兹(H. R. Hertz, 1857 - 1894)的经典实验使得麦克斯韦的电磁理论取得决定性胜利, 由于人们对麦克斯韦思想的兴趣与日俱增, 亥维赛著作的影响力也开始转变。1891 年, 由洛基(O. J. Lodge, 1851 - 1940)提名, 亥维赛成为英国皇家学会会员。同年, 《电学家》的编辑建议亥维赛的论文应汇集成册发表, 因此在 1892 年亥维赛的两卷本《电学论文集》(*Electrical Papers*)正式出版。

亥维赛的密友菲茨杰拉德(G. F. FitzGerald, 1851 - 1901)在 1893 年对亥维赛的《电学论文集》发表了一个评论, 由《电学家》刊发。菲茨杰拉德是一位高度受人尊敬的科学家, 是支持麦克斯韦理论的少数人之一。在评论中, 菲茨杰拉德描述了亥维赛和麦克斯韦的关系:

麦克斯韦和其他还没有活到开发他们所开辟的领域的先锋者一样, 还没来得及探索接近这片领域的最直接的方法, 也没来得及研究开发它的最系统的方法。这项工作留给了亥维赛。麦克斯韦的论文中充满着他的进攻路线、他挖掘的营地和他战斗的零星记载。亥维赛把这些东西清理干净, 开拓了一条直接路线, 铺成了一条宽阔大道, 并且开垦了这个领域的大片领地。...(转引自[7], p. 175)

菲茨杰拉德的赞扬对于人们认可亥维赛的著作起了很大作用。亥维赛工作的重要性于 1890 年代在英国得到普遍承认。尽管如此, 亥维赛的《电学论文集》当时销售量很小, 在经济上并没有给他带来多少实惠。而且由于长期没有工作, 亥维赛的生活开始出现窘困。1894 年他的朋友在尽量不伤他自尊的前提下, 想为他申请政府救济金, 但遭到亥维赛的拒绝。

3.1 重塑麦克斯韦方程

当麦克斯韦刚刚开始电磁学研究时, 电磁学才发展了三十年, 其中充满着超距电动力学与法拉第电磁场论的斗争。麦克斯韦在全面审视库仑定律、安培定律和法拉第定律这三个关于电磁现象最基本实验定律的基础上, 跳出了经典力学框架的束缚, 从物理意义上提出了涡旋电场和位移电流的概念, 在数学上又

创造了旋度、梯度和散度的符号及向量的二阶微商算符 ∇^2 等有别于经典数学的矢量偏微分运算符,建立了完整的电磁场理论体系。^[8]

亥维赛认为,麦克斯韦位移电流的发明“大胆地切开了电磁理论的戈尔迪的结(指难解决的问题)”。([9], p. 29)作为麦克斯韦电磁理论的最热情的支持者和在麦克斯韦理论发展方面最杰出的后继者之一,在 1882 年至 1892 年间,亥维赛解释、简化和使用了麦克斯韦方程组,澄清了对麦克斯韦电磁学理论的一些错误认识。对此, F. 克莱因和惠特克(E. T. Whittaker, 1873 – 1956)曾指出:经典的麦克斯韦方程第一次以现代形式出现在亥维赛的著作里。^[7]对于电磁场的普遍方程组,麦克斯韦首先给出了笛卡尔坐标系下的 20 个电磁场的方程,然后他用哈密顿四元数的语言把它们简化为八个方程。^[8]

直至 1879 年麦克斯韦去世时,他留下的麦克斯韦方程并不像今天见到的这样简明清晰,麦克斯韦原始方程在形式上没有明显的对称性。在 1885 年左右,亥维赛用向量的语言把麦克斯韦的八个方程简化为四个。后来亥维赛考虑到电气工程人员理解麦克斯韦方程组的困难,又用有理化单位重新写出麦克斯韦方程组。关于有理化电学单位,亥维赛在 1891 年以前曾断断续续使用和倡导过,但是由于当时的理论电学和电工技术两大领域各自使用不同单位,使他未能坚持下去。^[10]

1890 年,赫兹在德国也独立地化简了麦克斯韦方程,但赫兹承认亥维赛的优先权。亥维赛和赫兹通过通信成为好友,但两人从未谋面。奇特的羞涩和耳聋使亥维赛不愿参加任何社会活动,事实上他也从来没有参加过除了他的家庭以外的任何社会集会,1881 年他谢绝了拥有《电学家》股份的东方电报公司主席和海底电缆通信的开创者约翰·彭德(M. P. John Pender, 1816 – 1896)爵士的宴请,1890 年又拒绝了只有赫兹、洛基和菲茨杰拉德这三个很欣赏他才能的人参加的私人晚宴,类似的情况屡见不鲜。当然,这对亥维赛来说损失是巨大的。

3.2 能量和它的流

热力学在 19 世纪早期和中期的快速发展,使能量和能量转换显现出其重要地位。19 世纪 80 年代初,蓄电池令人惊讶的能量存储能力激起了人们对电能的研究兴趣,人们开始注意到电能的诸如其守恒甚至如何移动的更多的抽象特点。亥维赛对能量及能量转换的兴趣并不是来自哲学上的思考,而是深深地扎根于电动力学研究。1884 年英国伯明翰大学物理学教授坡印廷(J. H. Poynting, 1852 – 1914)从定域场能的麦克斯韦思想出发,推导出出现称为坡印廷向量的 $\vec{E} \times \vec{H}$ 的简洁优美的表达式,用来表述电磁场中穿过单位面积上单位时间内的能量流($\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 分别为电场强度及磁场强度),这是关于电磁场中能量流动的一个深刻结果。同年,亥维赛也从麦克斯韦方程出发,独立于坡印廷建立了电磁场的能流密度公式(仅比坡印廷晚几个月)。按照这种观点,电源中的能量不是通过电路中的电流传输到负载电阻上去的,而是以电路周围电磁场能流的形式传输。亥维赛在 1884 年的《电学家》中写道:

能的最大迁移方向垂直于包含磁力和电流方向的平面,每秒钟它的量正比于它们的长度和方向夹角的正弦的乘积。([4], p. 378)

在 1885 年的《电学家》中他又写道:

在导体中能传递不是沿着导线,而是垂直于导线,就像我在 1884 年 6 月 21 日《电学家》中指出的,是从外部电介质传递的。([4], p. 420)

亥维赛还讨论了能量怎样在具体位置运行问题。对平稳电流来说,能量从电介质流动到导体,在里面耗散。而对迅速变化的电流,亥维赛进一步考虑到能量没有时间穿透导体内部,因此电流必须被限制在导体表面。这种效应,现称为“趋肤效应”,后被英国实验家休斯(D. E. Hughes, 1831 – 1900)所证实。^[11]

3.3 运动电荷

1876 年,罗兰(H. A. Rowland, 1848 – 1901)的运动电荷就象导线中普通电流一样也可以产生磁场的实验,促使人们开始研究运动带电体的问题。1881 年, J. J. 汤姆生首次对运动电荷的磁效应作了理论研究。他认为既然带电体运动要比不带电体运动需要外界做更多的功,带电体的动能就要比不带电体大,即带电体应具有更大的质量。汤姆生利用麦克斯韦方法计算了电磁质量。^[12]汤姆生电磁质量的思想被亥维赛继承和发展。1889 年,亥维赛在《哲学杂志》上发表了题为“穿过电介质的运动电荷的磁效应”的论文,^[13]纠正了汤姆生计算中的错误。亥维赛在 1888 年推导关于运动电荷的电场与运动速度之间的关系时还遇到了收缩问题,其公式中含有长度收缩因子的平方,并于该年年底将问题告诉菲茨杰拉德,和他就电磁场理论和运动电荷问题进行多次讨论。1889 年,菲茨杰拉德提出收缩假说,他显然在电磁理论和迈克耳逊—莫

雷实验的零结果中找到了理论和实验的结合点。1892 年洛伦兹也独立提出收缩假说。这为爱因斯坦狭义相对论的诞生预备了条件。^[12]

亥维赛在 1888 年还给出了带电粒子运动速度比光速快的解析推测,^[13]即高速带电粒子在非真空的透明介质中穿行时,粒子速度会大于介质中的光速。并于 1903 年进一步写到:“…只要速度比光速大,就会产生一个圆锥形的波”。([14], p. 169)这个现象是可以观察到的,现称为切伦科夫辐射。前苏联的切伦科夫(P. A. Cherenkov, 1904 – 1990)、弗兰克(I. M. Frank, 1908 – 1990)和塔姆(I. Y. Tamm, 1895 – 1971)因发现 and 解释这个问题在 1958 年共同获得诺贝尔物理学奖。

四、亥维赛的数学工作

随着物理学理论的进化,数学在物理学中不再仅仅是一种纯粹的辅助工具,它已经成为物理学发展的一个重要理论基础,时常可以改变物理学理论的表达形式,并影响其所观察的事物本身。亥维赛的算子演算和向量理论就是典型的实例,它们帮助亥维赛在电磁理论的研究中取得累累硕果。运算微积和向量分析是亥维赛对数学的两大主要贡献。

4.1 亥维赛的运算微积

在大多数著作里,亥维赛被认为是运算微积的发明者,今天我们知道这个说法是错误的,但这也反映出亥维赛在这个数学分支中的重要地位。事实上,运算微积可追溯到莱布尼兹(G. W. Leibniz, 1646 – 1716),莱布尼兹的微分记号使得把微分算子看作一个代数量成为可能。算子演算在数学的各个领域都有广泛应用,它们在微分方程中特别有效。拉格朗日(L. Lagrange, 1736 – 1813)、拉普拉斯(P. S. Laplace, 1749 – 1827)和柯西(A. L. Cauchy, 1789 – 1857)等首先应用了这一思想,这是算子演算的基础。从 1830 年代到 1860 年代,用符号方法解线性微分方程被格里戈里(D. Gregory)、布尔(G. Boole, 1815 – 1864)等英国数学家所发展。在此后大约 30 年间,这个科目进展甚微。直到 1890 年代,亥维赛的实验数学使得这一领域有了新的发展。^[15]

亥维赛在 1881 年“关于两平行导线之间的感应现象”^[4]的论文中已经使用算子,但他系统使用算子始于 1887 年。在计算一个电路问题时,他发现通过欧姆(G. S. Ohm, 1787 – 1854)定律 $E = ZC$ 联系的电流 $C(t)$ 和电压 E 的关系式中, Z 是微分算子 $P = \frac{d}{dt}$ 的函数。亥维赛称这个函数是电阻算子,并把它当作数值量来处理。电路的电阻算子即现代电气工程师所说的广义阻抗,仍用亥维赛介绍的符号 Z 来表示。亥维赛还引进了在运算微积中起重要作用的函数 $H(t)$,其中 $H(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$,即所谓的亥维赛函数,亥维赛称其为“单位运算对象”。他给出了著名的展开定理,即用很简单的项去计算 $Z(p)$ 的部分分数展开式。^[13]在亥维赛以前,数学家仅仅用展开定理处理有理分式,而亥维赛首次把它应用于超越函数。在以算子形式书写的微分方程里,亥维赛用一种很自然的物理方式解释了算子的特征。他建立了能够直接运算算子方程的一系列规则。亥维赛对单位运算对象 $H(t)$ 的引入和代数规则的介绍是他对运算微积的原创性贡献。

亥维赛把算子引入电学问题获得了许多对实际问题很有用的方法和结果,但多数都没有给出严格证明。亥维赛认为数学是一门伴随物理的实验科学,他的数学推理也经常受到物理直觉的引导,这种观点和做法与 19 世纪末致力于数学严密化的数学家的观点是格格不入的。因此,亥维赛的文章因经常充满没有证明的、甚至矛盾的陈述也屡屡遭到数学家的拒绝。尽管如此,亥维赛仍然继续坚持并使用着他的实验数学,正如他在 1894 年所写的:

因为我不能完全理解消化过程就拒绝晚餐吗?不,只要我满意这个结果。([16], p. 9)

虽然当时的数学家们还不能认可和接受亥维赛的观点和做法,但由于他的算子演算往往能够得到正确的重要结果,在世纪之交,数学家们开始尝试对算子理论进行严格化。

1915 至 1916 年间,英国数学家布罗(T. J. I. A. Bromwich, 1875 – 1929)从复积分理论开始,对亥维赛的运算微积做了更进一步的解释和严格证明,德国电学工程师瓦格纳(K. W. Wagner)则致力于展开公式。1926 年,美国数学家、控制论创始人维纳将傅里叶变换及其推广作为处理算子微分的基础。同年,美国工程师卡森(J. R. Carson, 1886 – 1940)在《电路理论和算子演算》中用积分变换的方法证明了亥维赛的运算微积;而

法国数学家利维(Paul Lévy, 1886 – 1971)通过与卷积分联系开创了对运算微积代数处理的不同方法。之后,德国数学家古斯塔夫(G. Doetsch)则以拉普拉斯变换的观点考虑了前人的工作,由于工程师们对他的高度严密化方法不感兴趣,古斯塔夫又撰写了几本关于函数及其拉普拉斯变换的实用手册,从而使他的方法被工程师们迅速接受。^[17]

4.2 亥维赛的向量分析

向量分析在数学和物理学及工程技术中都有广泛应用。向量理论以其运算的简洁性和实用性为物理学发展提供了强有力的工具。在向量分析最终得到普遍认可之后,物理学家和数学家开始把向量语言大量应用于物理学和数学的各个分支,数学家还进一步对向量进行公理化,作了更深入的研究。作为现代向量分析理论的创立者之一,亥维赛在向量理论方面的工作及其历史渊源值得我们探究。

4.2.1 亥维赛早期的向量工作

向量方法是亥维赛应用麦克斯韦理论来研究电学问题的一个重要工具。亥维赛把一种不含形而上学的、实用的向量代数引入了电磁理论。他用更清晰的电学符号取代了麦克斯韦理论的拉格朗日框架,并且极大地简化了麦克斯韦的基本方程和符号。

亥维赛介绍向量方法的第一篇论文是他 1882 – 1883 年的《磁力和电流之间的关系》^[4],发表在《电学家》上。文中给出了旋度的一个准定义,指出向量方法可以用来研究物理中大量有方向的量,批评了四元数由于某些原因不能使用的缺点。1883 年,亥维赛在《电学家》上发表了题为《电流能》及《静电和磁关系》^[4]的论文,分别给出了两个向量的数量积和“散度”的定义。亥维赛使用术语“散度”以区别于麦克斯韦在《电磁通论》中的术语“聚度”,其意义在于这个术语与他的数量积是正值的观点相一致。1885 – 1886 年,在发表于《电学家》上的题为《电磁感应及其传播》的系列论文里,亥维赛介绍了向量积,并用四元数的向量符号 V 来表示。^[7]他的向量积定义等价于现代定义,也等价于两个四元数乘积定义中的向量部分。而亥维赛向量系统的第一个统一表述,则是发表于《哲学杂志》上的《关于电磁波表面》(1885)^[13]的论文,文中亥维赛指出他的方法和四元数方法类似,但是简化了,是介于笛卡尔和四元数方法之间的一类。虽然这篇论文只有简短两页,但其表示方法和现代向量方法完全相对应。

亥维赛早期的符号系统和四元数的符号系统有着密切联系,它保留了四元数中的数量积、向量积符号,但哈密顿算子 ∇ 作用于向量或数量函数的结果表述,亥维赛使用了更具物理意义的符号 grad (梯度)、 div (散度)和 curl (旋度)。

此后的二、三年间,亥维赛虽然在论文里继续使用向量公式,但他并没有发表有关向量分析的更有意义的创新成果。期间他收到了美国数理学家吉布斯所著的《向量分析基础》的副本。随后,亥维赛连续发表了两篇有关向量方法的总结性论文。一篇于 1891 年发表在《电学家》杂志上,一篇于 1892 年发表在《伦敦皇家学会会刊》上。总体上看,直到 1892 年,亥维赛的系统里仍保留着许多来自四元数系统的痕迹。

4.2.2 亥维赛向量思想的系统化

亥维赛的三卷本《电磁理论》(*Electromagnetic Theory*, 1893, 1899, 1912)是其向量思想系统化的标志性著作,也是现代意义下的向量理论的第一次公开发表。

性格古怪而又特别有趣的亥维赛撰写著述的方式别具一格。他常常将自己看待事情的观点以及对别人的看法等融入其著述之中,即使在理论的推导过程中,对那些使他不高兴的人,他也会毫不犹豫地插入一段猛烈抨击的言词。他在《电磁理论》中对向量理论的叙述就包含在他与四元数支持者之间的辩论之中。在 19 世纪 90 年代初期,亥维赛卷入了一场由泰特(P. G. Tait, 1831 – 1901)挑起的关于向量方法的广泛而又激烈的争论。对亥维赛来说,战胜以泰特为主的四元数系统的大量支持者,维护他的新系统并非一件容易的事。

在《电磁理论》第一卷的开始,亥维赛提到他准备用向量理论来处理有关电的问题。随后亥维赛引入了向量,并介绍了向量的各种特征,以辩论的方式阐述了他的向量理论。他认为在几何和物理科学中处理的大多数实体是向量,而在普通代数里没有直接处理这些量的方法,因此向量代数是必需的。亥维赛指出,如果一个人试图寻找在笛卡尔数学里什么过程是最频繁发生的,他就会发现它们恰恰是在向量分析中加以系统化的那些过程,然而这些过程在四元数中并没有出现。对于四元数,亥维赛非常幽默地评论说:

“我认为四元数是由一个美国女学生定义的“一个古老的宗教仪式”,然而,这完全是一个错误。古人——不像泰特,不知道也不崇拜四元数。四元数和它的定律是由非凡的天才哈密顿爵

士发现的。四元数既不是一个向量,也不是一个数量,它是二者的一类组合,是一个高度抽象的数学概念,没有物理意义的表示。”([9],p.136)

由于四元数不能直接应用于物理学,因此亥维赛坚决反对四元数,并将其看作是一种四元数家纯粹逻辑推理的无用的符号游戏。上面的这段陈述充分表明了亥维赛实用性的辩论立场。以泰特为代表的四元数家以代数的优美性、简洁性和自然性为基础,针对向量的各种运算与向量分析家进行了激烈的辩论。而向量分析家的辩论以讲究实用为基础,认为向量分析的优点在于其运算可以与物理和几何中发现的最常见的关系很方便的对应起来。特别是亥维赛,他通过向量方法在电学问题上的应用充分展示了其有效性。

不同于哈密顿、泰特和吉布斯,亥维赛没有采用希腊字母表示向量,他认为用中长黑体铅字表示向量更为合适,他用 AB 和 VAB 分别表示两个向量的数量积和向量积。向量的符号问题在 20 世纪初倍受关注,数学家、物理学家和工程师们都在试图寻找向量分析的一个标准化系统,为此还专门成立了一个委员会在国际数学家大会上进行讨论^[18]。亥维赛还用一种不同于哈密顿和泰特的方式给出了向量的微分,并详细讨论了他的向量微分与哈密顿以及泰特的向量微分之间的区别。由此我们可以看出,由于亥维赛的向量系统来自于四元数传统,因此,在某种意义上,对不同于四元数传统的任何一点差异他都尽量说明其理由。

4.2.3 向量理论诞生的思想背景

独立于四元数的向量理论的创立是 19 世纪 80 年代物理学和数学等领域的重要成就,它的产生和 17 世纪微积分的创立一样并不是偶然的,这其中既有丰富的历史背景,又包含着数学家个人的才识。

向量理论的发展历史悠久。向量术语首先由哈密顿使用,他是第一个用“向量(vector)”一词表示有向线段的数学家。向量的名词虽来自哈密顿,但把向量作为一条有向线段的思想却由来已久。事实上,古老的术语“半径向量”在 18 世纪已经出现。词“vector”是由拉丁词“vectum”变化而来,意为“携带”、“搬运”或“运输”,其含义隐含着将某物从此处带到彼处的意思。^[19]

向量思想的发展如同其它数学思想一样,并不是仅仅按照一个理想的单一形式进行,而是由不同领域及思想的研究发展而来。向量理论的发展主要有三条线索。

第一,发轫于古希腊的速度与力的平行四边形概念是向量理论的一个重要起源,由此发展起来的向量理论直到 19 世纪上半叶主要和力学应用相结合。力和速度是质点力学中的向量,随着力学的不断发展,数学物理学家们又发现了其他力学对象的向量特征。18 世纪中叶,欧拉(L. Euler, 1707 - 1783)和达朗贝尔(J. R. d' Alembert, 1717 - 1783)建立了刚体的一般动力系统。之后,欧拉、拉格朗日、拉普拉斯和潘索(L. Poinsot, 1777 - 1859)等又发现了用来描述刚体运动的力矩和角速度的向量特点。^[20]虽然在力学的研究中人们已经较为普遍地将力学对象和向量联系起来,但这一时期向量都是用笛卡尔坐标表示的,尚未出现现代意义下的简洁的向量形式表述,数学家们也没有将向量抽象出来作为数学的对象进行深入研究,而只是将其作为进行力学研究的工具,这条力学线索最终未能直接产生向量理论。

第二,向量思想的发展有着深刻的几何背景。这条线索始于莱布尼兹的位置几何,但莱布尼兹的位置几何只搭建了一个框架。麦比乌斯(A. F. Möbius, 1790 - 1868)早期的重心计算和拜耳拉维提斯(G. Bellavitis, 1803 - 1880)的等值计算把几何实体看作既有大小又有方向的量,在某种程度上,从数学和物理应用的角度丰富了莱布尼兹的位置几何。格拉斯曼(H. G. Grassmann, 1809 - 1877)的扩张论系统是一个纯粹的形式系统,其中的元素可以根据需要赋予重要的几何涵义,它使莱布尼兹系统的几何特征充分表现出来。在位置几何这一线索中,格拉斯曼的工作达到了顶峰。这条线索已经发展到和现代向量理论非常接近的程度,然而,遗憾的是,由于莱布尼兹的系统内容不足,麦比乌斯和拜耳拉维提斯的系统缺乏一般性,而格拉斯曼的系统又过于一般、抽象和偏离传统而难为时人理解,使得本来应该直接在这条线索中产生的现代向量理论,最终却未能产生。

第三,向量思想的发展与复数的几何表示有着直接关系。复数的几何表示是向量理论的又一重要思想源泉,也是向量理论起源的一条最重要的线索,亥维赛和吉布斯的现代向量理论就是在这条线索上建立发展起来的。自从 1545 年意大利数学家卡尔达诺(G. Cardano, 1501 - 1576)在其《大术》(Ars Magna)中通过解方程将复数引入数学后,很长一段时间,复数都没有在数学中得到它应有的地位。直到 18 世纪人们才重新审视它的作用。为寻找复数易被接受的根据,复数的几何表示一时成为人们探讨的热点,哈密顿正是在做三维复数模拟物的过程中发现了四元数。在哈密顿的四元数分析里,两个向量的四元数积等于现代

意义下的向量的数量积的负值加上它们的向量积,四元数乘法除了交换律以外遵循所有的普通代数规律。但哈密顿主要把四元数应用于几何学,他曾向泰特坦言自己物理知识的局限性,并且认为年事已高,不能再做有关四元数应用于物理学的认真研究。因此,尽管哈密顿可能已经认识到向量分析的一些重要特点,他没有发展它也不足为怪。^[21]

作为哈密顿的继承者,泰特是 19 世纪后期四元数分析的带头人,他改变了四元数为数学而数学的发展方向,强调并发展了四元数分析中对物理科学最有用的那些部分。四元数分析的这个重要转变可以看作是现代向量分析发展的一个必要开端。

作为泰特的好友,麦克斯韦从泰特那儿得知哈密顿的四元数,把四元数思想引入他的《电磁通论》。麦克斯韦喜欢四元数概念,因为它能使物理对象清晰地呈现在数学家的眼前。但是,麦克斯韦不喜欢四元数方法,他更困惑于四元数中一个向量的平方是负值这样的事实,因为在这种情况下,速度向量产生的动能总是负的,为确保动能是正值,还必须再插入一个负号,这显得很不方便。另外,麦克斯韦在电磁理论中还进一步分开处理了四元数的数量部分和向量部分。

事实上,在麦克斯韦的《电磁通论》和泰特的《四元数基础》(1867)中,处理实际问题时最频繁出现的不是四元数的乘积 $\alpha\beta$,而是其分离的乘积 $S_{\alpha\beta}$ 和 $V_{\alpha\beta}$ (即其乘积的数量部分与向量部分),麦克斯韦和泰特都相信向量方法能给物理问题提供许多好处,都感觉到了数量积和向量积是最重要的,并且四元数乘积在应用上受到限制。可惜的是泰特也许没有重视这一事实,或者他本人根本就不愿放弃四元数运算的优美特点,而麦克斯韦对待四元数的近似中庸的思想,使得他在《电磁通论》中批判性地使用了四元数。

以数学的角度看,在几何物理中任何能通过四元数方法来处理的问题,同样也能用笛卡尔坐标方法来解决。另外,由于四元数在很多情形下不能直接应用于物理学,并没有给物理学带来实质性的方便,因此,当时的物理学家们大都仍习惯于使用笛卡尔方法,而不是四元数方法。然而,随着 19 世纪中叶物理学的发展,特别是电磁理论的飞速发展,情况发生了明显变化,物理学家们在研究有关的科学问题时,每天被迫处理大量的向量实体。如果再使用笛卡尔方法来解决这些问题,那么他们每天都要面临大量繁琐的计算。这就需要一种新的方便有效的数学方法来处理,向量理论也正是在这种情形下应运而生。因此,从某种程度上,我们可以说是物理学、天文学中科学问题的强烈刺激促使了向量理论的诞生。另外,19 世纪 80 年代,科学技术迅速发展的欧洲为向量系统的诞生也提供了良好的数学环境。不同于哈密顿的四元数,亥维赛系统是在一个完全不同的环境中产生的,这个时期数学已经发生了巨大的变革,其自由创造已经具有了很高的水平,时代已经为一个新系统的诞生做好了准备。

亥维赛正是在这样的时刻出场的。他大胆彻底地放弃了四元数方法,分别定义了数量积和向量积,这是观念上的一个伟大革新。另外,亥维赛认为四元数中一个向量的平方为负值的结论是反自然的;向量就应该以向量的形式处理,只有这样才能大为简化,才能自由安排符号以适应物理需要。为了避免在两个向量的数量积中使用负号,亥维赛将其定义为正值。亥维赛顺应时代的需要,凭借敏锐的判断力决定了四元数系统里什么可以删除,什么可以选择,使得四元数系统在物理应用中的缺点在新系统中消失,完成了这个新系统创立中的最后也是最关键的一步。亥维赛发展了由麦克斯韦开拓的方向,在他的电磁学论文里广泛使用了向量的数量积、向量积和算子 ∇ 的运算,推导并得出了许多电磁理论的重要结果,使向量分析和不断扩展的电磁场理论紧密联系在一起。仅就这一点,亥维赛就是当之无愧的现代向量理论的创立者。

五、亥维赛的晚年生活和工作

晚年的亥维赛仍然夜以继日地工作着,他的名字也刻在了大气层上。早在 19 世纪末,已有证据提示人们上层空气可能是导电的。一是地球磁场有微小周期性变化,斯蒂华特(B. Stewart)在 1882 年提出可能是由于高处有电流的磁影响这一假设。二是无线电波的长距离传播,1901 年,意大利无线电通信奠基人马可尼实现了相隔 3000 公里的无线电波的越洋传播。为了解释上述现象,亥维赛在 1902 年为《不列颠百科全书》写的“电报理论”条目中指出:无线电信号所以能绕地球弯曲传播,可能是大气层上空有带电粒子层的缘故。同年,美国哈佛大学肯涅利(A. E. Kennelly, 1861 - 1939)也作了同样猜测。因此有人就把电离层统称为“肯涅利-亥维赛层”或者“亥维赛层”。亥维赛还提出这种电离层是由于太阳的紫外辐射使高空的气

体电离而形成的见解,与现在公认的事实完全符合。^[22]但亥维赛和肯涅利有关带电粒子层反射电磁波的假设,直到1924年阿普尔顿(E. V. Appleton, 1892 – 1965)通过实验证实了上层大气确实有电离层存在之前,一直没有得到人们的足够重视。

到1898年为止,亥维赛已是英国电学界的名人。在美国他也很受尊敬,并在1899年被选为美国艺术和科学学会外国荣誉会员。1904年,英国皇家学会因亥维赛对电学数学理论的贡献决定授予他“休斯(Hughes)奖章”,但亥维赛谢绝了这个重要荣誉。不过,亥维赛接受了1922年英国电气工程师学会新设立的最高荣誉——首枚法拉第奖章。由于生活窘迫,健康每况愈下,也可能是对金钱的强烈需求,当剑桥的好朋友塞尔(F. C. Searle, 1864 – 1954)1906年写信告诉他J. J. 汤姆生刚刚获得诺贝尔奖时,亥维赛回信明显表达了他也希望获此大奖。对于1912年的诺贝尔物理学奖,亥维赛是一个很有实力的竞争者,然而,包括爱因斯坦、洛伦兹和普朗克这些精英在内,都输给了瑞典的达伦(N. G. Dalen, 1869 – 1937)。^[2]

亥维赛终身未娶。在1894年和1896年其母亲和父亲相继去世后,生活经济上的考虑已是迫在眉睫。这时的亥维赛欣然接受了朋友为他申请的政府津贴,虽然一年仅有120英镑(从1914年开始提高到220英镑),但亥维赛已感到自己是个“很富有的人”了。1897年,亥维赛独自搬到距离培斯顿几英里的农村牛顿·阿波特,由一个老妇人作他的佣人。1908年查尔斯又把亥维赛安排在他妻子的未婚妹妹玛丽路(Mary Way)的位于托基城的私人寓所,此后的八年间,亥维赛的生活得到玛丽路的悉心照料。自1916年玛丽路离开这个寓所后,亥维赛成了真正的隐居者。越来越严重的贫困、耳聋和孤独是亥维赛晚年生活的写照。1925年2月3日,一代天才悄然辞世。

[参考文献]

- [1] Sir George Lee, Oliver Heaviside—the Man, *The Heaviside Centenary Volume* [M], London: The Institution of Electrical Engineers, 1950. 10 – 17.
- [2] P. J. Nahin, *Oliver Heaviside. The Life, Work and Times of an Electrical Genius of the Victorian Age* [M]. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 2002. 17, 284.
- [3] O. Heaviside, The Teaching of Mathematics, *Nature*, 62(1900): 548 – 549.
- [4] O. Heaviside, *Electrical Papers* (Vol. I) [M]. Rhode Island: Ams Chelsea Publishing, 1970. 1, 53 – 61, 61 – 70, 18 – 24, 125, 195 – 257, 429 – 555.
- [5] R. Appleyard, *Pioneers of Electrical Communication*, London: Macmillan, 1930. 222.
- [6] 宋德生. 天才狂人奥利夫·亥维赛. 自然杂志, Vol 8, No. 5, 1985. 374 – 380.
- [7] J. Crowe, *A History of Vector Analysis* [M]. New York: Dover Publications. 1967. 176.
- [8] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism* (Vol II) [M]. New York: Dover Publications, 1954. 杰姆斯·克勒克·麦克斯韦著, 戈革译:《电磁通论》(下卷). 武汉: 武汉出版社, 1992. 275 – 287.
- [9] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory* (Vol. I) [M]. New York: Chelsea Publishing Company, 1971.
- [10] 宋德生, 李国栋著, 电磁学发展史 [M]. 南宁: 广西人民出版社. 1987. 335 – 344.
- [11] O. Darrigol, The Electrodynamical Revolution in Germany as Documented by Early German Expositions of “Maxwell’s Theory”. *Archive for History of Exact Sciences*. 45(1993): 196 – 280.
- [12] 郭奕玲, 沈慧君编著, 物理学史 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 189, 205.
- [13] O. Heaviside, *Electrical Papers* (Vol. II) [M]. Rhode Island: Ams Chelsea Publishing, 1970. 504 – 518, 371 – 374, 1 – 23.
- [14] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory* (Vol. III) [M]. New York: Chelsea Publishing Company, 1971. 169, 135 – 137.
- [15] S. S. Petrova, Heaviside and the Development of the Symbolic Calculus. *Arch. Hist. Exact Sci.* 37(1987): 1 – 23.
- [16] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory* (Vol. II) [M]. New York: Chelsea Publishing Company, 1971.
- [17] J. Lützen, Heaviside’s Operational Calculus and the Attempts to Rigorize it. *Arch. Hist. Exact Sci.* 21(1979): 161 – 200.
- [18] F. Cajori, *A History of Mathematical Notations* (Vol. II) [M]. New York: Dover Publications, 1952. 136 – 139.
- [19] 阿西摩夫著, 卞毓麟, 唐小英译:《科技名词探源》[M]. 上海: 上海翻译出版公司, 1974. 266.
- [20] S. Caparini, The Discovery of the Vector Representation of Moments and Angular Velocity [J]. *Arch. Hist. Exact Sci.* 56(2002): 151 – 181.
- [21] T. Hankins, *Sir William Rowan Hamilton* [M]. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 1980. 15.
- [22] 中国大百科全书出版社: 中国大百科全书(光盘 1.1 版, No. 3) 北京: 中国大百科全书出版社, 2001.

[责任编辑 王大明]