



大学物理-基础实验 | 数据处理与实验讨论

姓名 王嘉璐
学号 PB21051167
班级 21 级 209 院 05 班 (工程科学学院 5 班)
日期 2022 年 5 月 12 日

落球法测定液体的粘度[†]

1 基础实验

三种不同直径球的共同匀速下降区 l 的平均值为

$$\bar{l} = \frac{18.61 + 18.62 + 18.60}{3} \text{cm} = 18.610 \text{cm}$$

容器半径 R 的平均值为

$$\bar{R} = \frac{8.128 + 8.130 + 8.134}{2 \times 3} \text{cm} = 4.0653 \text{cm}$$

蓖麻油高度 h 的平均值为

$$\bar{h} = \frac{41.61 + 41.60 + 41.60}{3} \text{cm} = 41.603 \text{cm}$$

蓖麻油密度 ρ_0 的平均值为

$$\bar{\rho}_0 = \frac{0.9645 + 0.9651 + 0.9649}{3} \times 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} = 9.6483 \times 10^2 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

蓖麻油温度 T 的平均值为

$$\bar{T} = \frac{22.71 + 22.62 + 23.11}{3} \text{C} = 22.81 \text{C}$$

1.1 利用大球计算粘滞系数 η_0

大球直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{2.004 + 2.004 + 2.005 + 2.005 + 2.006 + 2.003}{6} \text{mm} = 2.0045 \text{mm}$$

其质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.0346 + 0.0347 + 0.0349 + 0.0341 + 0.0343 + 0.0343}{6} \text{g} = 0.03448 \text{g}$$

所以其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{4}{3}\pi(\frac{\bar{d}}{2})^2} = \frac{0.03448}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (\frac{2.0045}{2})^3} \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} = 8.176 \times 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的时间 t 的平均值为

$$\bar{t} = \frac{10.34 + 10.26 + 10.16 + 10.20 + 10.28 + 10.10}{6} \text{s} = 10.223 \text{s}$$

[†]本报告由王嘉璐撰写, 存在一定不足, 仅供参考。如需了解不足、获取最新版本, 请访问我的主页home.ustc.edu.cn/~luiswang。

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.610}{10.223} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1} = 1.820 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

因此, 其粘滞系数 η_0 为

$$\eta_0 = \frac{1}{18} \frac{(\rho - \bar{\rho}_0)g\bar{d}^2}{v(1 + 2.4\frac{\bar{d}}{2R})(1 + 3.3\frac{\bar{d}}{2h})} = \frac{1}{18} \times \frac{(8.176 - 0.96483) \times 9.795 \times 2.0045^2}{1.820 \times (1 + 2.4 \times \frac{2.0045 \times 10^{-1}}{2 \times 4.0653}) \times (1 + 3.3 \times \frac{2.0045 \times 10^{-1}}{2 \times 41.603})} \times 10^{-1} \text{Pa} \cdot \text{s} = 0.8115 \text{Pa} \cdot \text{s}$$

1.2 利用中球计算粘滞系数 η_0

中球直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{1.796 + 1.802 + 1.800 + 1.796 + 1.800 + 1.801}{6} \text{mm} = 1.7992 \text{mm}$$

其质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.0248 + 0.0249 + 0.0249 + 0.0245 + 0.0244 + 0.0250}{6} \text{g} = 0.02475 \text{g}$$

所以其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{4}{3}\pi(\frac{\bar{d}}{2})^2} = \frac{0.02475}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (\frac{1.7992}{2})^3} \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} = 8.116 \times 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的时间 t 的平均值为

$$\bar{t} = \frac{12.75 + 12.87 + 12.81 + 12.77 + 12.90 + 12.90}{6} \text{s} = 12.833 \text{s}$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.610}{12.833} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1} = 1.450 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

因此, 其粘滞系数 η_0 为

$$\eta_0 = \frac{1}{18} \frac{(\rho - \bar{\rho}_0)g\bar{d}^2}{v(1 + 2.4\frac{\bar{d}}{2R})(1 + 3.3\frac{\bar{d}}{2h})} = \frac{1}{18} \times \frac{(8.116 - 0.96483) \times 9.795 \times 1.7992^2}{1.450 \times (1 + 2.4 \times \frac{1.7992 \times 10^{-1}}{2 \times 4.0653}) \times (1 + 3.3 \times \frac{1.7992 \times 10^{-1}}{2 \times 41.603})} \times 10^{-1} \text{Pa} \cdot \text{s} = 0.8191 \text{Pa} \cdot \text{s}$$

1.3 利用小球计算粘滞系数 η_0

小球直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{1.501 + 1.497 + 1.496 + 1.503 + 1.499 + 1.498}{6} \text{mm} = 1.4990 \text{mm}$$

其质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.0143 + 0.0143 + 0.0142 + 0.0143 + 0.0143 + 0.0143}{6} \text{g} = 0.01428 \text{g}$$

所以其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{4}{3}\pi(\frac{\bar{d}}{2})^2} = \frac{0.01428}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (\frac{1.4990}{2})^3} \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} = 8.097 \times 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的时间 t 的平均值为

$$\bar{t} = \frac{18.23 + 18.10 + 18.09 + 18.16 + 18.21 + 18.20}{6} \text{s} = 18.165 \text{s}$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.610}{18.165} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1} = 1.024 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

因此, 其粘滞系数 η_0 为

$$\eta_0 = \frac{1}{18} \frac{(\rho - \bar{\rho}_0)g\bar{d}^2}{v(1 + 2.4\frac{\bar{d}}{2R})(1 + 3.3\frac{\bar{d}}{2h})} = \frac{1}{18} \times \frac{(8.097 - 0.96483) \times 9.795 \times 2.0045^2}{1.024 \times (1 + 2.4 \times \frac{1.4990 \times 10^{-1}}{2 \times 4.0653}) \times (1 + 3.3 \times \frac{1.4990 \times 10^{-1}}{2 \times 41.603})} \times 10^{-1} \text{Pa} \cdot \text{s} = 0.8107 \text{Pa} \cdot \text{s}$$

2 提升实验

2.1 数据处理

大、中、小球的雷诺数分别为

$$R_{e1} = \frac{\bar{d}v\bar{\rho}_0}{\eta_0} = \frac{2.0045 \times 1.820 \times 9.6483}{0.8115} \times 10^{-3} = 0.043$$

$$R_{e2} = \frac{\bar{d}v\bar{\rho}_0}{\eta_0} = \frac{1.7992 \times 1.450 \times 9.6483}{0.8191} \times 10^{-3} = 0.031$$

$$R_{e3} = \frac{\bar{d}v\bar{\rho}_0}{\eta_0} = \frac{1.4990 \times 1.024 \times 9.6483}{0.8107} \times 10^{-3} = 0.018$$

由于以上雷诺数均小于 0.1，三种球测得的粘滞系数均不需进行修正。

2.2 误差分析

查表(不同温度下蓖麻油的黏滞系数),可知 22.5°C、23.0°C 时蓖麻油粘滞系数分别为 0.79Pa·s、0.75Pa·s,假定蓖麻油的粘滞系数在此温度范围内与温度近似呈线性关系,可估算 $T = 22.81^\circ\text{C}$ 时蓖麻油粘滞系数的参考值为 $\eta_S = 0.77\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。因此,根据以上数据有表一。

表一 22.81°C 时落球法测得蓖麻油粘滞系数与参考值的相对误差

类型	粘滞系数 $\eta/\text{Pa}\cdot\text{s}$	相对误差
参考值	0.77	—
大球	0.81	5.19%
中球	0.82	6.49%
小球	0.81	5.19%

3 进阶实验

实验所使用圆片的平面形状为环形,且在匀速下降过程保持水平,由于当前能力有限,也没有查到有效的参考资料,无法给出其阻力的表达式,因此放弃利用圆片计算粘滞系数。

3.1 利用圆柱体计算粘滞系数 η_0

3.1.1 下落规律

圆柱体刚下落时,作加速下降,当速度达到一定值后,作匀速下降。

3.1.2 运动方程

结合流体力学相关知识,参考相关资料,给出一下两种阻力计算方法。

1. 绕流模型

参考圆柱扰流问题,直径为 D 、高度为 H 的圆柱体在以速度 v 下降时,在液体中受到的阻力为

$$F_D = \frac{1}{2}C_D\rho_0v^2DH$$

其中, C_D 为圆柱绕流阻力系数, 与雷诺数 R_e 相关。当圆柱体开始作匀速下降时, 有

$$mg = \rho_0 Vg + F_D$$

其中, m 、 V 为圆柱体的质量、体积。再考虑到容器壁的影响, 对 F_D 作修正, 圆柱绕流阻力系数为

$$C_D = \frac{\pi}{2} \frac{(\rho - \rho_0)gD}{\rho_0 v^2 (1 + 2.4 \frac{H}{2R})(1 + 3.3 \frac{D}{2h})}$$

根据【庄礼贤, 尹协远, 马晖扬. 流体力学. 第二版. 中国科学技术大学出版社, 2009】中圆柱绕流阻力系数随 R_e 数的变化, 拟合出经验公式

$$R_e = e^{1.4869} C_D^{-1.4103}$$

又根据雷诺数 $R_e = \frac{dv\rho_0}{\eta}$, 有

$$\eta = \frac{dv\rho_0}{10^{1.4869} C_D^{-1.4103}}$$

2. 椭圆柱模型

参考【周群. $l \gg d$ 的圆柱体在黏性液体中的下落的探究 [J]. 科学时代 (上半月), 2011(1):114-115.】中扁球流函数, 将圆柱近似为以 H 为长轴、 D 为短轴的椭圆柱, 其以速度 v 下降时在液体中受到的阻力为

$$F_E = \frac{8\pi\eta v \sqrt{H^2 - D^2}}{(\tau^2 + 1) \operatorname{arccoth} \tau - \tau}$$

当圆柱体开始作匀速下降时, 有

$$mg = \rho_0 Vg + F_E$$

其中, m 、 V 为圆柱体的质量、体积。再考虑到容器壁的影响, 对 F_E 作修正, 粘滞系数为

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gD^2\tau[(\tau^2 + 1)\operatorname{arccoth} \tau - \tau]}{32v}$$

其中, 特征值 $\tau = [1 - (\frac{D}{H})^2]^{-\frac{1}{2}}$ 。

3.1.3 数据处理

圆柱体质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.2724 + 0.2918 + 0.2880}{3} g = 0.28407g$$

其直径 D 的平均值为

$$\bar{D} = \frac{3.017 + 3.046 + 2.981}{3} mm = 3.0147mm$$

其高度 H 的平均值为

$$\bar{H} = \frac{5.345 + 3.367 + 5.410}{3} mm = 5.3740mm$$

所以其密度为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{\pi}{4} \bar{H} \bar{D}^2} = \frac{0.28407}{\frac{3.1416}{4} \times 5.3740 \times 3.0147^2} \times 10^6 kg \cdot m^{-3} = 7.405 \times 10^3 kg \cdot m^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的时间 t 的平均值为

$$\bar{t} = \frac{2.86 + 2.87 + 2.96}{3} s = 2.897s$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.610}{2.897} cm \cdot s^{-1} = 6.424 cm \cdot s^{-1}$$

1. 绕流模型

圆柱绕流阻力系数为

$$C_D = \frac{\pi (\bar{\rho} - \rho_0) g \bar{D}}{2 \rho_0 \bar{v}^2 (1 + 2.4 \frac{\bar{d}}{2R})(1 + 3.3 \frac{\bar{d}}{2h})}$$

$$= \frac{3.1416 (7.405 - 0.96483) \times 9.795 \times 3.0147}{2 \times 0.96483 \times 6.424^2 \times (1 + 2.4 \times \frac{5.3740}{2 \times 4.0653 \times 10}) \times (1 + 3.3 \frac{3.0147}{2 \times 41.603 \times 10})} \times 10 = 63.978$$

所以粘滞系数为

$$\eta_1 = \frac{\bar{d} \bar{v} \bar{\rho}_0}{e^{1.4869} C_D^{-1.4103}} = \frac{3.0147 \times 6.424 \times 0.96483}{10^{1.4869} \times 63.978^{-1.4103}} \times 10^{-2} Pa \cdot s = 2.146 Pa \cdot s$$

2. 椭圆体模型

椭圆体特征值为

$$\tau = [1 - (\frac{\bar{D}}{H})^2]^{-\frac{1}{2}} = [1 - (\frac{3.0147}{5.3740})^2]^{-\frac{1}{2}} = 1.208$$

所以粘滞系数为

$$\eta_2 = \frac{(\bar{\rho} - \rho_0) g \bar{D}^2 \tau [(\tau^2 + 1) \operatorname{arccoth} \tau - \tau]}{32 \bar{v}}$$

$$= \frac{(7.405 - 0.98483) \times 9.795 \times 3.0147^2 \times 1.208 \times [(1.208^2 + 1) \times \operatorname{arccoth} 1.208 - 1.208]}{32 \times 6.424} \times 10^{-1} Pa \cdot s$$

$$= 0.5699 Pa \cdot s$$

3.2 多种物体测量粘滞系数的比较

表二 22.81°C 时落球法、落圆柱法测得蓖麻油粘滞系数与参考值的比较

类型	参考值	大球	中球	小球	圆柱 (绕流模型)	圆柱 (椭圆体模型)
粘滞系数 $\eta/Pa \cdot s$	0.77	0.81	0.82	0.81	2.15	0.57

附件

原始数据