大学物理-基础实验 | 实验报告

姓名 **王嘉璐**
学号 **PB21051167**
班级 **21 级 209 院 05 班（工程科学学院 5 班）**

日期 **2022 年 4 月 14 日**

用拉伸法测量钢丝的杨氏模量†

1 实验目的

了解杨氏弹性模量，学习放大法这一物理实验设计思想，利用拉伸法测量钢丝的杨氏弹性模量。

2 实验原理

杨氏弹性模量（简称杨氏模量），是表征刚性材料在弹性限度内材料抗压或拉伸性能的物理量，它仅取决于材料本身的物理性质，与样品的尺寸大小、外形和外加力的大小无关。在材料弹性限度内，定义杨氏模量 E 为应力 F/S（即法向力与力所作用的面积之比）和应变 $\Delta L/L$(即长度的变化与原来的长度) 之比，即

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{FL}{S\Delta L} \tag{1}$$

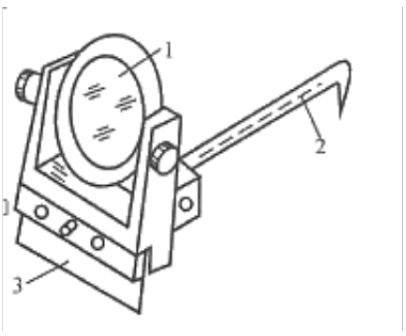
由于刚性材料在外力拉伸下一般伸长量 ΔL 很小，所以采用光学放大法将其放大，本实验采用光杠杆放大法，其原理如图一所示。光杠杆是一个带有可旋转平面镜的支架，平面镜的镜面基本垂直于刀口和足尖所决定的平面，其后足即杠杆的支脚与被测物接触。当金属丝受到向下拉力 F 作用时，杠杆支脚将随被测物下降微小距离 ΔL，平面镜镜面的法线将转过一个 θ 角，此时从望远镜中看到的标尺刻度是标尺经过平面镜反射所成的像，从尺子发出的入射线和反射线的夹角为 2θ，如图二所示，当 θ 很小时，有

$$\theta = tan\theta = \frac{\Delta L}{l} \tag{2}$$

式中 l 是支脚尖到刀口的垂直距离 (也叫光杠杆的臂长)。另有

$$2\theta = tan2\theta = \frac{b}{D} \tag{3}$$

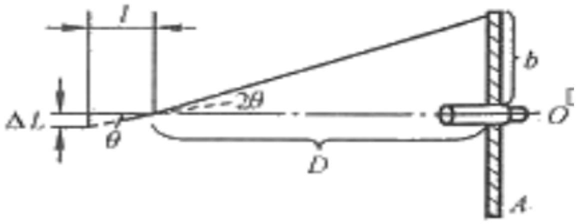
式中 D 为镜面到标尺的距离，b 为在拉力 F 作用下标尺读数的改变。



†本报告由王嘉璐撰写，存在一定不足，仅供参考。如需了解不足、获取最新版本，请访问我的主页home.ustc.edu.cn/~luiswang。

图一 光杠杆结构图

1. 平面镜 2. 杠杆支脚 3. 刀口



图二 光杠杆原理图

由式 (2)(3)，可得

$$\frac{\Delta L}{l} = \frac{b}{D} \tag{4}$$

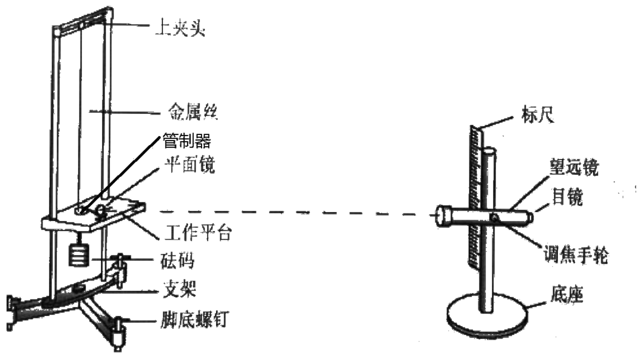
再根据式 (1)，有

$$E = \frac{2DLF}{Slb} \tag{5}$$

测出 D、L、l 和金属丝直径 $d(S = \frac{\pi}{4}d^2)$ 及一系列的 F 与 b 之后，即可计算出钢丝的杨氏模量 E。

3 实验仪器

杨氏模量测量仪 (如图三所示)，500g 砝码 7 个，钢卷尺，螺旋测微器，水平仪。



图三 杨氏模量测量仪

4 测量记录

参见“附件：原始数据”。

5 分析与讨论

5.1 杨氏模量表达式与不确定度传递公式

根据式 (5)，可得

$$b_i = \frac{2DLF_i}{SlE} = MF_i$$

其中，$M = \frac{2DL}{SlE}$ 是 $\overline{b_i}$-F_i 关系图的斜率。又因为 $S = \frac{\pi}{4}d^2$(d 为钢丝直径)，钢丝杨氏模量为

$$E = \frac{8DL}{\pi d^2 lM} \tag{6}$$

其展伸相对不确定度为

$$\frac{U_E}{E} = \sqrt{\frac{U_D^2}{D^2} + \frac{U_L^2}{L^2} + \frac{(2U_d)^2}{d^2} + \frac{U_l^2}{l^2} + \frac{U_M^2}{M^2}} \tag{7}$$

5.2 数据处理与不确定度分析

钢丝长度 L 的平均值为

$$\overline{L}=\frac{104.50+104.51+104.51}{3}cm=104.507cm$$

其标准差为

$$\sigma_L=\sqrt{\frac{(104.50-104.507)^2+(104.51-104.507)^2+(104.51-104.507)^2}{3-1}}cm$$
$$=0.00577cm$$

钢丝长度 L 的测量使用钢卷尺，测量次数 $n=3$，置信概率 $P=0.95$，所以

$$t_P=4.30，k_P=1.960，C=3，\Delta_L=\Delta_{尺}=0.2cm$$

因此，其展伸不确定度为

$$U_L=\sqrt{(t_P\frac{\sigma_L}{\sqrt{n}})^2+(k_P\frac{\Delta_L}{C})^2}=\sqrt{(4.30\times\frac{0.00577}{\sqrt{3}})^2+(1.960\times\frac{0.2}{3})^2}cm=0.1314cm\quad(P=0.95)。$$

平面镜与标尺间距离 D 的平均值为

$$\overline{D}=\frac{144.90+144.87+144.88}{3}cm=144.883cm$$

其标准差为

$$\sigma_D=\sqrt{\frac{(144.90-144.883)^2+(144.87-144.883)^2+(144.88-144.883)^2}{3-1}}cm$$
$$=0.0153cm$$

平面镜与标尺间距离 D 的测量使用钢卷尺，测量次数 $n=3$，置信概率 $P=0.95$，所以

$$t_P=4.30，k_P=1.960，C=3，\Delta_D=\Delta_{尺}=0.2cm$$

因此，其展伸不确定度为

$$U_D=\sqrt{(t_P\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}})^2+(k_P\frac{\Delta_D}{C})^2}=\sqrt{(4.30\times\frac{0.0153}{\sqrt{3}})^2+(1.960\times\frac{0.2}{3})^2}cm=0.1361cm\quad(P=0.95)。$$

光杠杆臂长 l 的平均值为

$$\bar{l}=\frac{7.05+7.06+7.05}{3}cm=7.053cm$$

其标准差为

$$\sigma_l=\sqrt{\frac{(7.05-7.053)^2+(7.06-7.053)^2+(7.05-7.053)^2}{3-1}}cm$$
$$=0.00577cm$$

光杠杆臂长 l 的测量使用钢卷尺，测量次数 $n=3$，置信概率 $P=0.95$，所以

$$t_P=4.30，k_P=1.960，C=3，\Delta_l=\Delta_{尺}=0.2cm$$

因此，其展伸不确定度为

$$U_l=\sqrt{(t_P\frac{\sigma_l}{\sqrt{n}})^2+(k_P\frac{\Delta_l}{C})^2}=\sqrt{(4.30\times\frac{0.00577}{\sqrt{3}})^2+(1.960\times\frac{0.2}{3})^2}cm=0.1314cm\quad(P=0.95)。$$

钢丝直径 d 的平均值为

$$\overline{d}=\frac{0.290+0.291+0.299+0.299+0.292+0.291}{6}mm=0.2937mm$$

其标准差为

$$\sigma_d=\sqrt{\frac{(0.290-0.2937)^2+(0.291-0.2937)^2+(0.299-0.2937)^2+(0.299-0.2937)^2+(0.292-0.2937)^2+(0.291-0.2937)^2}{6-1}}mm$$
$$=0.00418mm$$

钢丝直径 d 的测量使用螺旋测微器，测量次数 $n=6$，置信概率 $P=0.95$，所以

$$t_P=2.57,\ k_P=1.960,\ C=3,\ \Delta_d=\Delta_{千}=0.004mm$$

因此，其展伸不确定度为

$$U_d=\sqrt{(t_P\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}})^2+(k_P\frac{\Delta_d}{C})^2}=\sqrt{(2.57\times\frac{0.00418}{\sqrt{6}})^2+(1.960\times\frac{0.004}{3})^2}mm=0.0051mm\quad(P=0.95)。$$

根据钢丝所受的拉力表达式

$$F_i=img$$

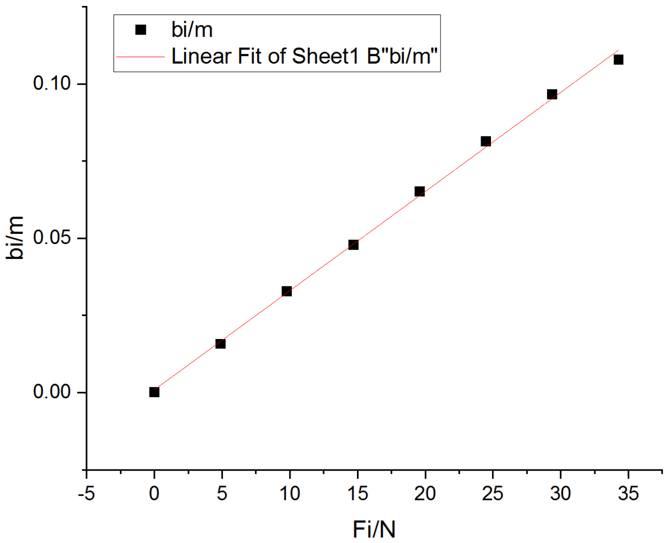
其中，i、$m=500g$ 及 $g=9.795m\cdot s^{-2}$ 分别为砝码个数、单个砝码质量、本地重力加速度。

利用记录的标尺读数平均值 $\overline{b_i}$ 与砝码个数 i 的数据，以 F_i 为自变量 X、$\overline{b_i}$ 为因变量 Y，处理实验所得数据，结果如表一。

$\overline{b_i}/\times10^{-2}m$	0.015	1.575	3.285	4.790	6.515	8.135	9.660	10.790
F_i/N	0	4.8875	9.7950	14.6925	19.5900	24.4875	29.3850	34.2825

表一 $\overline{b_i}$-F_i 系列数据

将以上数据导入 Origin，利用线性拟合功能，得到图四与图五。



图四 拉伸法测钢丝杨氏模量中 $\overline{b_i}$ 与 F_i 的关系

Parameters

		Value	Standard Error	t-Value	Prob>|t|
bi/m	Intercept	9.14725E-4	0.00112	0.81871	0.44424
	Slope	0.00321	5.45347E-5	58.88526	1.61173E-9

图五 最小二乘法拟合的结果

因此，斜率 M 及其标准差分别为

$$M=0.00321m/N,\ s_M=5.453\times10^{-5}m/N$$

当置信概率 $P=0.95$ 时，根据自由度 $\nu=N-2=8-2=6$，查 t_P 分布表可得 $t_P=2.45$，所以斜率 M 的展伸不确定度为

$$U_M=t_ps_M=2.45\times5.453\times10^{-5}m/N=1.336\times10^{-4}m/N\quad(P=0.95)。$$

根据以上数据及式 (6)(7)，钢丝杨氏模量及其展伸相对不确定度为

$$\overline{E}=\frac{8\overline{DL}}{\pi\overline{d}^2\overline{lM}}=\frac{8\times 144.883\times 104.507\times 10^{-4}}{3.1416\times 0.2937^2\times 7.053\times 0.00321\times 10^{-8}}N\cdot m^{-2}=1.974\times 10^{11}N\cdot m^{-2}$$

$$\begin{aligned}\frac{U_E}{\overline{E}}&=\sqrt{\frac{U_D^2}{\overline{D}^2}+\frac{U_L^2}{\overline{L}^2}+\frac{(2U_d)^2}{\overline{d}^2}+\frac{U_l^2}{\overline{l}^2}+\frac{U_M^2}{M^2}}\\&=\sqrt{\frac{0.1361^2}{144.883^2}+\frac{0.1314^2}{104.507^2}+\frac{(2\times 0.0051)^2}{0.2937^2}+\frac{0.1314^2}{7.053^2}+\frac{(1.336\times 10^{-4})^2}{0.00321^2}}\\&=0.0573\end{aligned}$$

可知 $U_E=1.974\times 10^{11}\times 0.0573N\cdot m^{-2}=0.1131\times 10^{11}N\cdot m^{-2}(P=0.95)$。由于第一位数字是 1，将该不确定度保留至 2 位有效数字，并将杨氏模量 E 的有效数字与其对齐，有

$$E=\overline{E}\pm U_E=(1.97\pm 0.11)\times 10^{11}N\cdot m^{-2}\quad (P=0.95)。$$

5.3 误差分析

由于仪器限制及实验设计不足、操作影响，对于各个物理量的测量存在误差。主要如下：钢丝长度 L、平面镜与标尺间距离 D 的值较大，在测量过程中钢卷尺会发生弯折，难以准确测量；光杠杆容易受外界影响，在测量过程中任何人为操作都会使其产生巨大影响，读取数据存在偶然误差；由于长期悬挂重物，钢丝发生微小形变，导致各处直径不一，经数据处理可知，其对不确定度的贡献较大。

6 思考题

6.1 利用光杠杆把测微小长度 ΔL 变成测 b，光杠杆的放大率为 $2D/L$，根据此式能否以增加 D 减小 l 来提高放大率，这样做有无好处？有无限度？应怎样考虑这个问题？

根据此式可知能以增大 D 减小 l 来提高放大率，这样做可以提高对 ΔL 的测量精度。

但不能无限度地提高放大率。D 增加过度，可能超过钢卷尺的量程，并且在测量过程中钢卷尺更易弯折，不利于对其测量；也不利于镜尺组的调节，增加“调节望远镜、直尺和光杠杆三者之间的相对位置，调节望远镜目镜及物镜焦距，使标尺像清晰”这一步骤的操作难度，使标尺难以成像或成像不清晰。l 减小过度，由于钢卷尺精度不足，使其测量结果的相对误差较大。同时，放大率过大，可能使加砝码后标尺读数溢出，无法达到增加 7 个砝码的要求；使光杠杆过于敏感，受外界影响较大，测量过程中难以稳定、无法精确读数。

因此，应该在达到光杠杆放大效果、提高 ΔL 精度、但不利影响较小的范围内，适度增加 D 减小 l 来提高放大率。

6.2 实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

首先，考虑量程，根据长度量的估计，选择量程足够大的仪器，确保可以完成测量。金属丝的长度 L、平面镜与标尺之间的距离 D 的值在 $1m$ 左右，只能选取量程最大的钢卷尺；光杠杆的臂长 l 在 $10cm$ 左右，可以使用钢卷尺或游标卡尺。

接着，考虑精度，在量程足够的情况下，尽量选择分度值较小的仪器，来提高测量精度。金属丝直径 d 的测量选择螺旋测微器，此仪器的分度值最小、精度最高。

最后，考虑经济性，在其他长度量的相对误差较大时，没有必要过度提高这一长度量的测量精度。通过不确定度均分原理进行估算，金属丝直径 d 的相对误差较大，使用钢卷尺测量光杠杆的臂长 l 就已经比较精确，无需使用更精确的游标卡尺。

附件

原始数据