

# 卢瑟福散射

廖荣

中国科学技术大学 物理学院, 合肥 230026

**摘要:** 卢瑟福散射实验确立了原子的核式结构, 为近代物理的发展奠定了基石。在本次实验中, 我们采用  $^{241}\text{Am}$  作为  $\alpha$  放射源, 测量了  $\alpha$  粒子束的强度及在空气中的射程, 验证了卢瑟福散射公式中散射计数率  $N$  与散射角  $\theta$  的关系, 并求得  $^{241}\text{Am}$  放射  $\alpha$  粒子的能量。

**关键词:** 卢瑟福散射;  $\alpha$  粒子能量

## Rutherford Scattering

Rong Liao

School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026

**Abstract:** The Rutherford scattering experiment, which proved the existence of atomic nuclei, is one of the most important experiments in modern physics. In this experiment,  $^{241}\text{Am}$  is used as  $\alpha$  radioactive source to verify the relationship between scattering count rate  $N$  and scattering Angle  $\theta$  in Rutherford scattering formula, and obtain  $^{241}\text{Am}$  radiating  $\alpha$  particle energy.

**Keywords:** Rutherford scattering;  $\alpha$  Particle energy

### 1 实验原理

若原子核质量为  $M$ , 带正电荷  $Ze$ , 而  $\alpha$  粒子质量为  $m$ , 带正电荷  $ze$ , 以速度  $v$ , 瞄准距  $b$  从无穷远处入射 (如图1), 且原子核始终处于静止状态, 则可写出如下角动量、能量守恒式:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r} + \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2)$$

$$mr^2\dot{\phi} = mvb$$

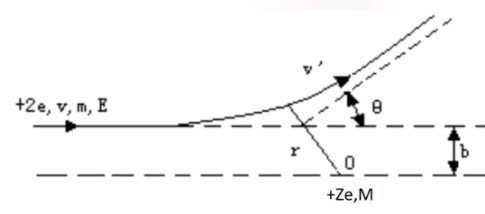


图 1: 卢瑟福散射示意图

$$\text{式中 } a = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 E}$$

由于上式中  $b$  无法测量, 需以一可测量量代替  $b$ , 由1可知,  $b$  与  $\theta$  间存在对应关系, 如图2, 瞄准距离在  $b+db$  范围内的粒子都会被散射到  $\theta-d\theta$  范围内。据此可知,  $\alpha$  粒子被散射到  $\theta-d\theta$  内的概率即为其瞄准距在  $b+db$  间的概率, 其值为

$$ds = 2\pi b |db| = \frac{\pi a^2 \cos \frac{\theta}{2}}{4 \sin^3 \frac{\theta}{2}}$$

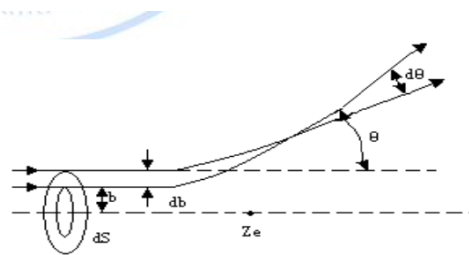


图 2:  $b$  与  $\theta$  关系示意图

由上述二式可知  $\alpha$  粒子运动轨迹为双曲线的一支, 偏转角  $\theta$  可由下式求得

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{a} \quad (1)$$

用立体角  $\Omega$  表示, 则为

$$ds = \frac{a^2 d\Omega}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

此处仅考虑了一个原子,若靶厚度为 $t$ ,单位体积内原子密度为 $n$ ,则一个 $\alpha$ 粒子被散射到 $\theta - d\theta$ 范围内的概率为 $ntds$ ,若单位时间内有 $N_0$ 个粒子入射到靶上,则在 $\theta$ 方向上 $d\Omega$ 立体角内测得粒子数为

$$dn = ntN_0 \frac{a^2 d\Omega}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

该式中所有物理量均可测量,即可用于验证卢瑟福散射是否成立。

## 2 实验器材

本实验中采用的实验仪器包括散射真空室、步进电机的控制系统和数据采集系统。

散射真空室包括 $\alpha$ 放射源、散射样品台、 $\alpha$ 粒子探测器、步进电机和传动机构,如图3所示

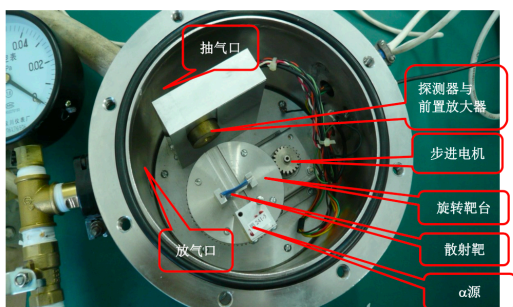


图 3: 实验仪器示意图

## 3 实验步骤与结果

### 3.1 测量 $\alpha$ 粒子束的强度及在空气中的射程,计算 $\alpha$ 粒子的能量

1. 将空靶插入空槽,测量靶到探头的距离 $l_1$ 、源到探头的距离 $l_2$ ,记录室温 $T$ 。

2. 将真空室抽真空,在 $-5^\circ - 5^\circ$ 间以 $1^\circ$ 为步长测量 $\alpha$ 粒子的能谱峰区计数,找到物理 $0^\circ$ 。

3. 将靶台转到物理 $0^\circ$ ,测量 ROI 计数 120 秒,改变真空度,在 $6 - 30kPa$ 间选取 4 个点,各测量 120 秒,并绘制 $P - N$ 曲线,求出初始强度 $N_0$ 。

4. 拟合出 $\alpha$ 粒子在标准大气压下射程 $R$ ,并根据公式求出 $\alpha$ 粒子能量。

### 3.2 验证 $N \propto \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$

1. 更换金靶,将真空室抽真空并在 $-3^\circ - 3^\circ$ 间以 $1^\circ$ 为步长测量 $\alpha$ 粒子的能谱峰区计数,找到物理 $0^\circ$ 。

2. 在 $10^\circ - 25^\circ$ 间按不同时间测量 5 个角度,绘制 $\theta - \frac{N}{t}$ 曲线并验证卢瑟福定律。

根据公式

$$K = 4.8065 \times 10^{-34} \frac{N_0}{E^2 l_1^2}$$

计算出 $K$ 值,与 $K = N \sin^4 \frac{\theta}{2}$ 比较

## 4 实验结果与讨论

### 4.1 测量 $\alpha$ 粒子束的强度及在空气中的射程,计算 $\alpha$ 粒子的能量

测量得 $l_1 = 42.0mm$ , $l_2 = 71.2mm$ , $T = 293.0K$

表 1: 寻找物理 $0^\circ$

$\theta$	-1	0	1	2
$N$	94401	99959	100349	94270

由表1可知物理 $0^\circ$ 为 $1^\circ$ 。

表 2:  $P - N$  关系

$P$	0	6	12	18	24
$N$	210324	188530	157629	122141	91944

线性拟合得 $N = -5052P(kPa) + 214743$ ,  
 $R^2 = 0.99418$ 。

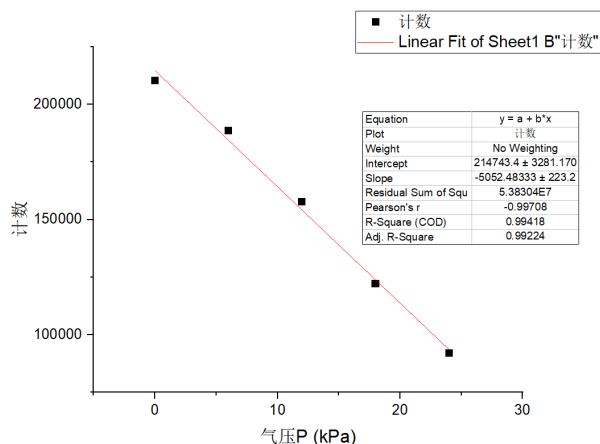


图 4: 线性拟合结果

由拟合结果可知  $N_0 = 214743$ , 计数率  $N = 0.5N_0$  时,  $P = 21.25kPa$ , 此时射程  $R' = l_2 = 71.2mm$ , 由  $\frac{R'}{R} = \frac{\rho}{\rho'}$  (射程与空气密度成反比)[2] 及下式

$$\rho = 1.293 \times \frac{P}{101.235} \times \frac{273}{T} \quad (2)$$

可求得  $P = 101.235kPa$  时,  $R = 1.4932cm$ , 再根据下式 (其中  $R$  的单位为  $cm$ ,  $E$  的单位为  $MeV$ )

$$R = (0.285 + 0.005E)E^{1.5} \quad (3)$$

用牛顿法解超越方程可求得  $E_\alpha = 2.917MeV$ .

#### 4.2 验证 $N \propto \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$

表 3: 寻找物理  $0^\circ$

$\theta$	-1	0	1	2
$N$	6678	7021	7414	7226

由3可知物理  $0^\circ$  为  $1^\circ$

表 4:  $\theta - N$  关系

$\theta$	$10^\circ$	$13^\circ$	$16^\circ$	$19^\circ$	$22^\circ$
$t$	150	200	400	600	800
$N$	3964	2601	2101	1400	758
$\sin^{-4} \frac{\theta}{2}$	1100	390.5	173.2	89.01	50.78

将  $N/t$  与  $\sin^{-4} \frac{\theta}{2}$  做线性拟合得  $N =$

$$0.02394 \times \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} + 0.9587, R^2 = 0.9770$$

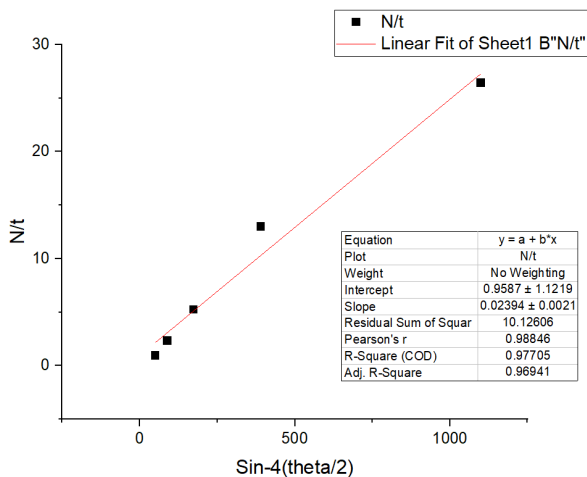


图 5: 线性拟合结果

根据公式计算出  $K$  的理论值为: [1]

$$\begin{aligned} K &= 4.8065 \times 10^{-34} \frac{N_0}{E^2 l_1^2} \\ &= 4.8065 \times \frac{214743 \times 10^{-34}}{(2.917 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19})^2 \times (0.042)^2} \\ &= 0.02686 \end{aligned}$$

根据下式求出  $K$  的实验值:

$$K = N \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2} \quad (4)$$

$\theta - K$  关系如下图

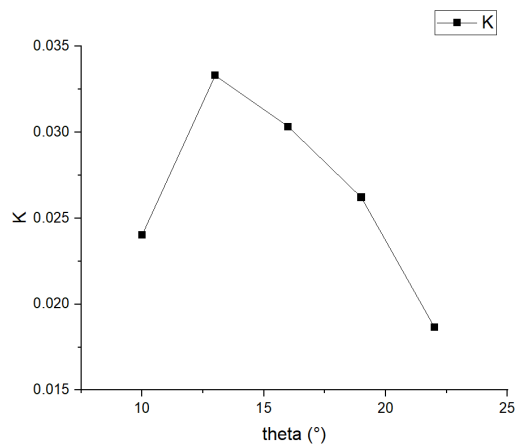


图 6:  $\theta - K$

### 4.3 思考题

#### 4.3.1 卢瑟福散射实验中的实验数据误差应该如何计算？

实验中的误差来源有

- 对  $l_1$ 、 $l_2$  的测量存在误差
- 步进电机的步长为  $1^\circ$ ，所以在确定物理  $0^\circ$  时存在误差
- 对气压计的读数存在误差

#### 4.3.2 根据卢瑟福公式， $N \sin^4(\frac{\theta}{2})$ 应该为常数，本实验的结果有误差吗，请分析原因

本实验中中结果存在偏差， $K$  值并不稳定，可能的原因为

- 步进电机对  $\theta$  的操控不够精确
- 此实验中真空度较低，并且气压不能保证稳定，空气散射会影响实验数据
- 实验中的计数时间不够长，试验次数不够多，数据的统计意义较弱

#### 4.3.3 估算 $\alpha$ 粒子在人体肌肉组织中的射程

根据射程和密度成反比的关系式，计算得到：

$$R' = \frac{\rho}{\rho'} R = \frac{0.2527}{1.10} \cdot 71.2 = 16.35 \text{mm} \quad (5)$$

#### 4.3.4 讨论在小角度散射时实验结果与理论值偏差的原因

散射角较小时，即瞄准距离较大，此时不能看成单个原子核的库伦作用，需要考虑核外电子的影响，此时原子整体更偏向于电中性。

### 参考文献

- [1] 中国科学技术大学物理实验教学中心. 卢瑟福散射 (实验讲义).
- [2] 汪晓莲, 李澄, 邵明, 陈宏芳. 粒子探测技术. 中国科学技术大学出版社, 合肥, 2009.