

测量金属丝的杨氏模量和泊松比

廖荣

中国科学技术大学 物理学院, 合肥 230026

摘要: 杨氏模量和泊松比是材料的两种重要的力学参数, 反映了材料的形变特性. 本实验对康铜丝的杨氏模量和泊松比进行测量与分析, 利用读数显微镜和非平衡电桥测量, 并向焊点哈气验证温差电动势. 实验测量计算得到了康铜丝的杨氏模量和泊松比, 并观察验证了温差电动势.

关键词: 杨氏模量; 泊松比; 转换法; 非平衡电桥

Measurement of Young's Modulus and Poisson's Ratio of Metal Wire

Rong Liao

School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026

Abstract: Young's modulus and Poisson's ratio are two important mechanical parameters of materials, which reflect their deformation characteristics. In this experiment, the Young's modulus and Poisson's ratio of copper wire were measured and analyzed, while the temperature difference electromotive force was verified by reading microscope and unbalanced bridge. The Young's modulus and Poisson's ratio of the copper wire were calculated by experiment, and the thermoelectric force was observed and verified.

Keywords: Young's modulus; Poisson's ratio; Conversion method; Unbalanced bridge

1 实验原理

1.1 杨氏模量与泊松比

杨氏模量是材料的重要力学参数, 反映了材料抵抗形变能力的大小. 弹性材料承受应力时会产生应变. 在形变量没有超过对应材料的一定弹性限度时, 应力与应变满足胡克定律:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

其中 E 为材料的杨氏模量.

式1中只考虑了材料的微小纵向应变, 忽略了横向变化. 当材料在一个方向被压缩, 它会在与该方向垂直的另外两个方向伸长, 这就是泊松现象. 实验表明, 在一定范围内, 横向线应变 $\Delta d/d$ 与纵向线应变 $\Delta L/L$ 之比为常数:

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta L}{L} \quad (2)$$

2式中, μ 称为泊松比. 泊松比是用来反映泊松现象的无量纲的物理量.

1.2 非平衡电桥

利用拉伸法, 很容易测量出金属丝的杨氏模量. 然而, 式2中的 Δd 太小, 无法直接测量, 故泊松比的测量较为困难. 本实验利用非平衡电桥测量金属丝经拉伸后的微小电阻变化间接得到 Δd [1]. 将较难测量的物理量转换为其他物理量进行测量, 然后再反过来求出待测物理量, 体现了转换法的思想.

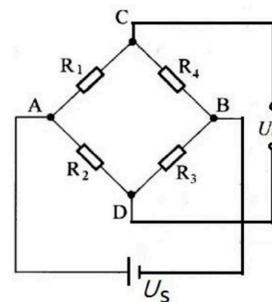


图 1: 非平衡电桥

非平衡电桥原理如1所示. 电桥平衡时, 有

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad (3)$$

而当 R_s 变化时, 电桥偏离平衡状态. 若认为电压表内阻为无穷大, 不难得出桥电压为

$$U_g = \frac{R_2 R + R_2 \Delta R - R_1 R_3}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3) + \Delta R(R_2 + R_3)} U_s \quad (4)$$

4式中, ΔR 表示 R_4 相比平衡状态的变化量, U_s 为电桥两端电压. 本实验中 $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, 故

$$U_g = \frac{U_s}{4} \cdot \frac{\delta}{1 + \frac{\delta}{2}} \quad (5)$$

其中 $\delta := \Delta R/R$ 为电阻的相对变化量. 若电阻仅有微小变化, 即 $\delta \ll 1$, 则5中的 $\delta/2$ 可略去, 即

$$U_g = \frac{U_s}{4} \delta \quad (6)$$

据此, 可通过测量桥电压间接测量金属丝电阻 R_4 的微小变化, 进而得到 Δd .

2 实验内容

2.1 实验器材

1. 金属丝 (已焊接两根导线);
2. 铝支架 (已装配电位器、开关、电桥盒等);
3. 卷尺 (最大允差 2.0mm);
4. JCD3 型读数显微镜 (最大允差 0.015mm);
5. 读数显微镜垫块;
6. ZX38A/10 型交直流电阻箱 (0.1 级);
7. KEITHLEY 台式万用表 (1.5V);
8. 砝码托盘 (配 10 个增砣砝码, 每个砝码约 100.0g);
9. 导线若干.

2.2 实验步骤

将待测金属丝置于铝支架上, 一端固定, 另一端通过定滑轮与砝码盘连接. 调平支架. 放置初始砝码, 以将金属丝拉直. 按2连接电路, 其中 $R_1 = R_2 = R_3 = 51.00 \Omega$. 用 KEITHLEY 台式万用表监测 U_g 和分压 U_{AC} , U_{AC} 应在 0.3–0.5 V 范围.

调节变阻箱 R_4 , 观察万用表, 当 $U_g < 0.020 \text{ mV}$ 时, 可认为电桥平衡, 记录平衡时电阻箱的阻值. 调整读数显微镜, 直至视场中能看到右侧焊点. 记录电桥电压 U_g 和右焊点位置的初值. 将滑动变阻器调至适当位置, 打开开关. 逐个增加砝码, 每增加一个砝码后, 等待示数稳定, 记录变化后的桥电压和焊点位置. 取下砝码, 待 U_g 示数稳定后, 分别朝金属丝上的两个焊接点哈气, 观察桥电压 U_g 的读数变化. 实验结束后, 对数据进行分析.

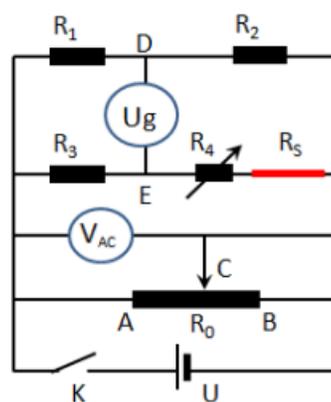


图 2: 实验电路图

3 实验结果与讨论

3.1 原始数据

表 1: 原始数据

砝码质量 m/g	U_g/mV	焊点位置 l/mm	$\Delta l/\text{mm}$
0.00	0.000	17.931	0.000
99.80	0.019	18.115	0.184
199.82	0.041	18.351	0.420
299.90	0.058	18.531	0.600
399.79	0.079	18.755	0.824
499.68	0.098	18.955	1.024
599.64	0.117	19.153	1.222
699.65	0.139	19.387	1.456

电桥分压测量值为 $U_{AC} = 0.40613 \text{ V}$; 电桥平衡时电阻箱阻值 $R_4 = 15.91 \Omega$; 铜丝有效长度测量值为 $L = 114.50 \text{ cm}$, 直径参考值为 $d = 0.20 \text{ mm}$.

3.2 数据处理

使用 Origin 对 $m - l$ 关系进行最小二乘拟合, 结果如3所示.

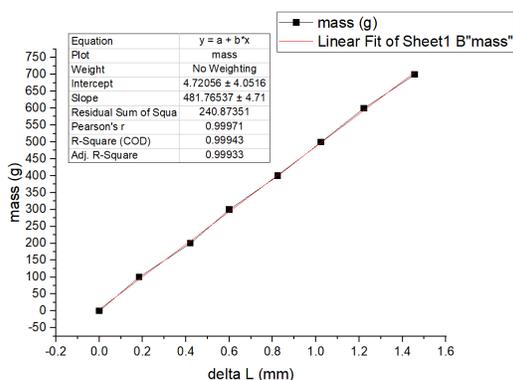


图 3: 杨氏模量拟合结果

拟合结果为 $\hat{k}_1 = 481.765$, $R_1^2 = 0.999$.

合肥地区重力加速度参考值为 $g = 9.795 \text{ m/s}^2$.
直线斜率的理论表达式:

$$k_1 = \frac{\pi d^2 E}{4gL} \quad (7)$$

故杨氏模量的测量值为

$$E = \frac{4gL\hat{k}_1}{\pi d^2} \quad (8)$$

$$= \frac{4 \times 9.795 \times 1.1450 \times 481.765}{\pi \times (0.20 \times 10^{-3})^2} \text{ Pa} \quad (9)$$

$$= 1.720 \times 10^{11} \text{ Pa}. \quad (10)$$

使用 Origin 对 $U_g - l$ 关系进行最小二乘拟合, 结果如4所示.

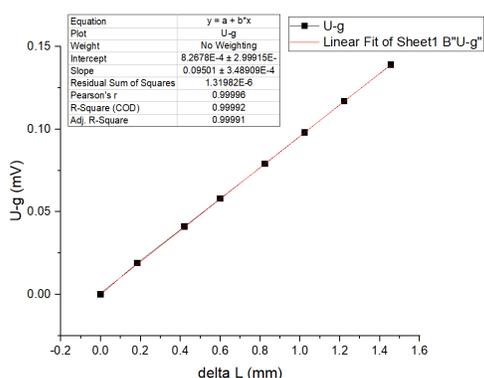


图 4: 泊松比拟合结果

拟合结果为 $\hat{k}_2 = 0.09501$, $R_2^2 = 0.9999$.

直线斜率的理论表达式:

$$k_2 = \frac{(1 + 2\mu)U_{AC}R_s}{4RL} \quad (11)$$

故泊松比的测量值为

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{2RL\hat{k}_2}{U_{AC}R_s} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{2 \times 51.00 \times 1.1450 \times 0.09501}{0.406 \times (51.00 - 15.91)} - 0.5 \\ &= 0.279 \end{aligned}$$

取下砝码, 待 U_g 示数稳定后, 分别朝金属丝上的两个焊接点哈气. 向左焊点哈气时, U_g 读数变小; 向右焊点哈气时, U_g 读数变大. 这是温差电效应导致的. 在两种不同金属构成的闭合电路中, 当两个接头的温度不等时, 电路中出现电流, 这称为塞贝克效应 [3]. 哈气时, 两个焊点产生温度差, 从而产生电动势. 向两端点哈气时, U_g 的变化趋势相反, 这是因为温差电动势的方向相反.

3.3 分析与讨论

本实验利用读数显微镜和非平衡电桥测量金属丝的杨氏模量和泊松比, 可能存在的误差和可以改进的地方有:

1. 金属丝与导线之间通过焊锡连接, 可能存在较大的接触电阻, 使得测量不准确.
2. 放置砝码后若读数过早, 金属丝可能还没有完全拉伸, 造成误差.
3. 而放置砝码时如果产生没有做到轻拿轻放, 会导致金属丝的瞬间拉伸或缩短, 由于金属丝恢复的弛豫时间较长, 往往会形成错误的平衡示数, 使实验数据错误.
4. 此外, 焊点位置的测量时, 金属丝往往处于微小的纵向阻尼振动中, 使视野中的金属丝标记点来回震动, 不利于计数.
5. 本实验中, 金属丝的直径是给定的, 并没有经过测量. 若需要测量, 除利用螺旋测微器直接测量以外, 还可以利用劈尖干涉法 [2].

参考文献

- [1] 中国科学技术大学物理实验教学中心. 测量金属丝的杨氏模量及泊松比 (实验讲义) .
- [2] 吴泳华, 霍剑青, 浦其荣. 大学物理实验, 第一册, 第二版. 高等教育出版社, 北京, 2005.
- [3] 梁灿彬, 秦光戎, 梁竹健. 普通物理学教程, 电磁学, 第四版. 高等教育出版社, 北京, 2018.