

中国科学技术大学  
大学物理-基础实验 A 实验报告



实验题目重力加速度的测量

学生姓名廖荣\_\_\_\_\_

学生学号PB21071406\_\_\_\_\_

完成日期2022年3月19日

物理实验教学中心制

2020年09月

# 实 验 报 告

071 系 21 级 1 班

廖荣 PB21071406

2022 年 3 月 19 日

## 1 实验题目

重力加速度的测量

## 2 实验目的

单摆法测重力加速度、自由落体法测重力加速度

## 3 实验仪器

### 3.1 单摆法测重力加速度

1. 单摆支架
2. 细线
3. 卷尺、游标卡尺
4. 摆球
5. 电子秒表

### 3.2 自由落体法测重力加速度

1. 数字毫秒计
2. 电磁铁
3. 光电门 (2 个)
4. 立柱
5. 小球、大球
6. 纸杯
7. 卷尺
8. 底座

## 4 实验原理

### 4.1 单摆法测重力加速度

单摆的周期公式约为:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g} \left[ 1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left( 1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

式中  $T$  是单摆的周期,  $l$ 、 $m_0$  是单摆摆线的长度和质量,  $d$ 、 $m$ 、 $\rho$  是摆球的直径、质量和密度,  $\rho_0$  是空气密度,  $\theta$  是摆角。

在一般情况下, 摆球几何形状, 摆的质量和空气阻力, 摆角等对  $T$  的修正都小于  $10^{-3}$ , 在实验精度要求  $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$  的情况下, 这些修正项目都可忽略不计, 因而近似有:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

进一步可得到

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

故通过测量周期  $T$ 、摆长  $l$  可求出重力加速度。

## 4.2 自由落体法测重力加速度

根据牛顿运动公式，自由落体的运动方程为

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

其中  $h$  是下落高度， $t$  是下落时间。但在实际工作中， $t$  的测量精度不高，利用上式很难精确测量重力加速度  $g$ 。

本实验用双光电门法测量重力加速度，用钢卷尺测量两个光电门之间的竖直高度差，用数字毫秒计测量小球从开始下落到通过两个光电门时的时间。设小球下落位置到下方光电门 1 的距离为  $h_1$ ，到上方光电门 2 的距离为  $h_2$ ，从下落到经过下方光电门 1 的时间为  $t_1$ ，经过上方光电门 2 的时间为  $t_2$ ，则有：

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}g(t_1^2 - t_2^2)$$

故测出不同的  $h_1 - h_2$  及其对应的  $t_1^2 - t_2^2$ ，根据线性拟合可求出当地的重力加速度。

## 5 实验步骤

### 5.1 单摆法测重力加速度

1. 按照实验要求组装好实验仪器，将电子秒表归零。
2. 测量摆线顶端到小球近端距离、摆线顶端到小球远端距离（重复操作 6 次）。
3. 将摆球拉离平衡位置，无初速度地释放，使其小角度（小于 5 度）平面内摆动。
4. 用电子秒表测量单摆 50 次全振动所需时间（重复操作 5 次）。
5. 整理仪器。
6. 数据处理和误差分析。

### 5.2 自由落体法测重力加速度

1. 按照实验要求组装好实验仪器，调节支柱至竖直状态。
2. 按照要求插好光电门装置，将数字毫秒计归零。
3. 测量两个光电门之间的距离，并记录。
4. 开启开关，将小球吸在电磁铁上。
5. 按下开关，让小球自由落体经过光电门。
6. 记录小球通过光电门 1, 2 的时间，和小球通过两个光电门的时间差。
7. 重复上述操作 5 次。
8. 整理仪器。
9. 数据处理和误差分析。

## 6 数据分析与处理

### 6.1 单摆法测重力加速度

表 1: 摆长原始数据

测量序号	摆线顶端到小球近 端距离/cm	摆线顶端到小球远 端距离/cm	近端和远端距离的 平均 (摆长) /cm
1	68.39	70.50	69.445
2	68.45	70.49	69.470
3	68.43	70.52	69.475
4	68.40	70.53	69.465
5	68.42	70.54	69.480
6	68.45	70.52	69.485

摆线长度的平均值:

$$\bar{l} = \frac{69.445 + 69.470 + 69.475 + 69.465 + 69.480 + 69.485}{6} \approx 69.470\text{cm}$$

摆线长度的标准差:

$$\sigma_l = \left[ \frac{(69.445 - 69.470)^2 + (69.470 - 69.470)^2 + (69.475 - 69.470)^2 + (69.465 - 69.470)^2 + (69.480 - 69.470)^2 + (69.485 - 69.470)^2}{6 - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \approx 0.0141\text{cm}$$

那么它的展伸不确定度为 (没有标明置信水平, 默认  $P=0.95$ )

$$U_{l_{0.95}} = \sqrt{\left(t_{0.95} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_{0.95} \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.57 \times \frac{0.0141}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.960 \times \frac{0.2}{3}\right)^2} \approx 0.1315\text{cm}, P = 0.95$$

表 2: 单摆周期时长原始数据

测量序号	测量周期数/个	测量总时长/s	单个周期时长/s
1	50	83.82	1.6764
2	50	83.73	1.6746
3	50	83.86	1.6772
4	50	83.77	1.6754
5	50	83.76	1.6752

单个周期时长的平均值:

$$\bar{T} = \frac{1.6764 + 1.6746 + 1.6772 + 1.6754 + 1.6752}{5} \approx 1.6758\text{s}$$

单个周期时长的标准差:

$$\sigma_T = \left[ \frac{(1.6764 - 1.6758)^2 + (1.6746 - 1.6758)^2 + (1.6772 - 1.6758)^2 + (1.6754 - 1.6758)^2 + (1.6752 - 1.6758)^2}{5 - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \approx 0.0010\text{s}$$

# 实 验 报 告

071 系 21 级 1 班

廖荣 PB21071406

2022 年 3 月 19 日

又在这个实验中，对周期  $T$  而言，有

$$\Delta_{BT} = \frac{1}{50} \times \sqrt{\Delta_{instrument}^2 + \Delta_{person}^2} = \frac{1}{50} \times \sqrt{0.01^2 + 0.2^2} \approx 0.0040s$$

那么它的展伸不确定度为 (没有标明置信水平，默认  $P=0.95$ )

$$U_{T0.95} = \sqrt{(t_{0.95} \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}})^2 + (k_{0.95} \frac{\Delta_B}{C})^2} = \sqrt{(2.78 \times \frac{0.0011}{\sqrt{5}})^2 + (1.960 \times \frac{0.004}{3})^2} \approx 0.0029s, P = 0.95$$

根据单摆周期公式，有

$$g = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{T^2} = \frac{4 \times 3.141593^2 \times 69.47 \times 0.01}{1.676^2} \approx 9.764m/s^2$$

$g$  的展伸不确定度为:

$$\frac{U_{g0.95}}{\bar{g}} = \sqrt{1^2 \times (\frac{U_{l0.95}}{\bar{l}})^2 + 2^2 \times (\frac{U_{T0.95}}{\bar{T}})^2} = \sqrt{1^2 \times (\frac{0.1315}{69.47})^2 + 2^2 \times (\frac{0.0029}{1.676})^2} = 0.0039, P = 0.95$$

$$U_{g0.95} = 0.0039 \times 9.764 = 0.038m/s^2, P = 0.95$$

根据所用的置信概率，测量结果的最终表达式为:

$$g = \bar{g} \pm U_{g0.95} = (9.764 \pm 0.038)m/s^2, P = 0.95$$

## 6.2 自由落体法测重力加速度

### 6.2.1 预实验数据结果分析

实验过程中发现提供了小球和大球两种下落物体，为了判断选取何种球测得更为精确，故开展了一次预实验。在预试验前，根据以下推导，预期结果为大球测量结果更精确。

空气阻力公式有:

$$f = \frac{1}{2} C \rho_0 S v^2$$

其中  $C$  为空气阻力系数， $\rho_0$  为空气密度， $S$  为物体迎风面积， $v$  为物体与空气的相对速度，此处即为物体的对地速度。

牛顿第二定律有:

$$a_f = \frac{f}{m}$$

联立两式及

$$S = 4\pi r^2$$
$$m = \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

可得空气阻力对下落的球的加速度影响为:

$$a_f = \frac{3C\rho_0 v^2}{2\rho r}$$

故在速度一定时，半径大的大球加速度受空气阻力影响更小。

表 3: 预实验大球下落原始数据

测量序号	$h_1 - h_2/cm$	$t_1/ms$	$t_2/ms$
1	39.72	346.0	196.9
2	39.72	346.1	197.0
3	39.72	346.0	196.9
4	39.72	346.1	196.8
5	39.72	346.2	196.9

# 实 验 报 告

071 系 21 级 1 班

廖荣 PB21071406

2022 年 3 月 19 日

$$\begin{aligned}\overline{t_1^2} - \overline{t_2^2} &= \left( \frac{0.3460 + 0.3461 + 0.3460 + 0.3461 + 0.3462}{5} \right)^2 - \\ &\left( \frac{0.1969 + 0.1970 + 0.1969 + 0.1968 + 0.1969}{5} \right)^2 = 0.0810s^2 \\ g_{Bigball} &= \frac{2(h_1 + h_2)}{\overline{t_1^2} - \overline{t_2^2}} = \frac{2 \times 0.3972}{0.0810} = 9.807m/s^2\end{aligned}$$

表 4: 预实验小球下落原始数据

测量序号	$h_1 - h_2/cm$	$t_1/ms$	$t_2/ms$
1	39.72	348.0	199.4
2	39.72	347.4	198.7
3	39.72	347.7	199.0
4	39.72	347.8	199.1
5	39.72	347.6	198.9

$$\begin{aligned}\overline{t_1^2} - \overline{t_2^2} &= \left( \frac{0.3480 + 0.3474 + 0.3477 + 0.3478 + 0.3476}{5} \right)^2 - \\ &\left( \frac{0.1994 + 0.1987 + 0.1990 + 0.1991 + 0.1989}{5} \right)^2 = 0.0813s^2 \\ g_{Smallball} &= \frac{2(h_1 + h_2)}{\overline{t_1^2} - \overline{t_2^2}} = \frac{2 \times 0.3972}{0.0813} = 9.771m/s^2\end{aligned}$$

根据  $g_{Bigball} = 9.807m/s^2$  和  $g_{Smallball} = 9.771m/s^2$ , 比较查阅资料得到的合肥地区  $g = 9.795m/s^2$ , 可知以大球为下落物体进行测量更为准确, 符合预实验的预期结论, 后则以大球为实验对象开展正式实验。

## 6.2.2 正式实验数据结果分析

表 5: 正式实验大球下落原始数据

测量序号	$h_1 - h_2/cm$	$t_1/ms$	$t_2/ms$	$t_1^2 - t_2^2/s^2$
1	33.65	321.8	184.9	0.0694
2	33.65	321.9	185.1	0.0694
3	33.65	321.6	184.8	0.0693
4	33.65	321.9	185.0	0.0694
5	33.65	321.8	185.0	0.0693
6	39.72	348.0	199.4	0.0813
7	39.72	347.4	198.7	0.0812
8	39.72	347.7	199.0	0.0813
9	39.72	347.8	199.1	0.0813
10	39.72	347.6	198.9	0.0813

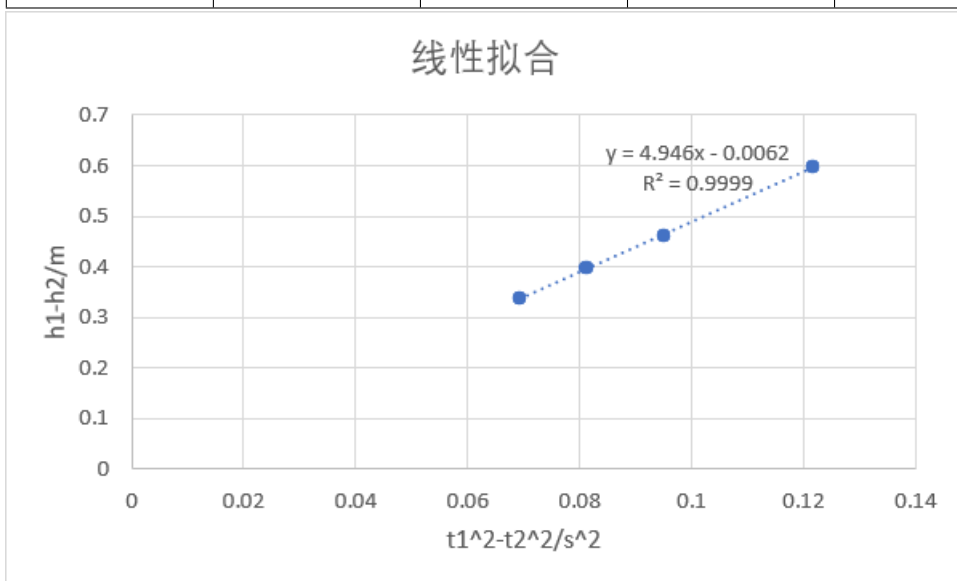
# 实 验 报 告

071 系 21 级 1 班

廖荣 PB21071406

2022 年 3 月 19 日

测量序号	$h_1 - h_2/\text{cm}$	$t_1/\text{ms}$	$t_2/\text{ms}$	$t_1^2 - t_2^2/\text{ms}^2$
11	46.23	359.3	184.7	0.0950
12	46.23	359.3	184.8	0.0950
13	46.23	359.3	184.9	0.0950
14	46.23	359.4	184.9	0.0950
15	46.23	359.4	184.9	0.0950
16	59.61	374.5	136.1	0.1217
17	59.61	374.4	135.9	0.1217
18	59.61	374.3	135.8	0.1216
19	59.61	374.5	136.0	0.1218
20	59.61	374.4	135.9	0.1217



由实验原理中的公式  $g = 2k = 4.946 \times 2 = 9.928\text{m/s}^2, R = 0.9999$

## 7 分析与总结

### 7.1 单摆法测重力加速度

#### 7.1.1 总结和对课后思考题（分析基本误差的来源，提出进行改进的方法）的讨论

1. 为了减小实验误差，在进行本次实验时不是在最高点释放时同时开始计时，而是在摆球稳定摆动后，当摆球达到最低点时开始计时。这样可以避免因观测最高点的困难带来的测量误差，提高实验精度。同时，由此测得的才是严谨的“周期”的整数倍。

2. 在进行摆线长度测量时，使钢卷尺与自然下垂的垂线平行，与球的左边缘相切，并用等腰三角形板一条直角边靠在钢卷尺上，另一直角边与球上下缘相切的方法，准确测量了摆线上段到球近端和远端的距离，通过取几何平均即可得真实的摆线长度，此方法结合了切线法的测量思路，同时又比切线法更为精准。

3. 为了避免小球摆动时并非在一个平面内摆动，而是做椭圆状圆锥摆，需要 (1) 无初速度释放小球 (2) 使小球在释放时，球心，球线相连点，摆线悬挂点三点一线 (3) 从平衡位置拎起小球时，不要发生垂直于理想摆动面的位移。

4. 对钢卷尺进行读数时，不同的人估读习惯不同，可能存在误差。改进方法是由同一个观测者进行多次观测计数。

5. 以上所有改进方法均已在此次实验中应用。

## 7.2 自由落体法测重力加速度

### 7.2.1 总结和分析

1. 查阅资料可知, 合肥当地的重力加速度值为  $g = 9.795m/s^2$ 。预实验中的小球数据结果和正式实验中对大球数据线性拟合后的结果都与真实值存在一定的偏差。但此次实验中进行了预实验, 并根据理论分析和数据验证选取了受空气阻力影响更小的大球作为实验对象, 提高了一定的实验精确度。

2. 此实验中, 立柱上的刻度并没有国标保证, 直接读取并进行长度测量会产生较大的误差, 造成实验结果的偏差。故此次实验中, 没有选择读取立柱上刻度, 而是选择使用钢卷尺测量两个光电门上沿之间的距离, 并依照直角三角板使钢卷尺和铅垂线比对平行, 进一步提高了实验精度。

### 7.2.2 课后思考题

1. 在实际工作中, 为什么利用 (1) 式很难精确测量重力加速度?

答: 本次实验中, 电磁铁有剩磁, 小球下落的初始时间不准确 (最大不确定度约 20ms)。同时  $h = \frac{1}{2}gt^2$  式需要满足从零开始匀加速运动, 因此难以精确测量重力加速度。

2. 为了提高测量精度, 光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取?

(1) 两个光电门的距离应当保持上端的光电门不动, 再移动下端光电门。

(2) 两个光电门应保持较大距离, 从而减小高度测量的不确定度。

(3) 上端光电门到球下落点, 也即电磁铁处的距离应适当加大, 以保证小球在经过上端光电门时已经做自由落体运动摆脱了剩磁的作用力的作用范围, 这样在两光电门间小球的运动就可以被看作匀变速直线运动。

3. 利用本实验装置, 你还能提出其他测量重力加速度的实验方案吗?

将光电门数据连接至计算机, 读取小球从下端接触光电门激光到上端离开光电门激光的时间, 就可以在测量小球的直径后, 近似得到小球在光电门处的瞬时速度, 多次改变光电门的位置, 就可以得出小球在各个高度处的瞬时速度, 再利用线性拟合的方法也可求出重力加速度的值。