



## 分光计测量三棱镜折射率

姓名：刘元彻 学号：PB21020505 班级：21 级物理学院 1 班 日期：2022 年 3 月 29 日

### 1 实验目的

掌握基本的光学精密测量的方法。利用分光计测定三棱镜顶角和谱线的最小偏向角，以此求得透镜的折射率。

在此过程中，学习如何调节分光计、消除“偏心误差”的方法。

### 2 实验仪器

分光计，汞灯，双面平面镜，三棱镜（本实验台没有配备遮光板）

### 3 实验原理

一束单色光以  $i_1$  角度入射到三棱镜的一个光学面上，经过透镜两次折射，从另一光学面折射出来，出射角记为  $i_2$ 。入射光和出射光之间的夹角  $\delta$  记为偏向角。当棱镜顶角  $A$  一定时，偏向角大小随入射角变化而变化。当  $i_1 = i_2$  时， $\delta$  取最小值，即为最小偏向角  $\delta_{\min}$

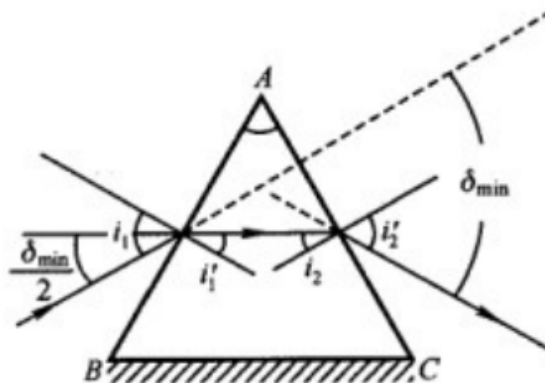


图 1: 最小偏向角测量原理示意图

根据几何关系，和透镜的折射定律（斯涅耳定律）：

$$i_1' = \frac{A}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\delta_{\min}}{2} = i_1 - i_1' \quad (2)$$

$$\sin i_1 = n \sin i_1' \quad (3)$$

以上各式子联立，可以解得

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

## 4 实验步骤

1. 粗调装置，使平行光管、载物台平面、望远镜筒光轴大致对齐
2. 调整平行光管和目镜的焦距，使得视野中谱线、十字叉丝清晰可见。
3. 将双面反射镜放置在载物台上，接通目镜光源，利用各半调节法细调光轴水平（以绿十字落在十字叉丝上十字线为准）。
4. 调节完毕后，将三棱镜置于载物台上，再次调节使得三棱镜光学面垂直于光轴（以绿十字落在十字叉丝上十字线为准）。
5. 测量三棱镜顶角，使得两个光学面分别正对望远镜筒，记下两个游标盘读数。本步骤重复三次。
6. 测量绿色光线的最小偏向角。找到最小偏向角后记录两游标盘读数；之后撤去三棱镜，只转动望远镜和平行光管正对，记下两游标盘读数。本步骤重复三次。
7. 仿照上面的步骤，测量其他谱线的最小偏向角。（本实验中，测定了汞灯紫色谱线和双黄线长波线的最小偏向角）
8. 整理仪器，结束实验。
9. 数据处理和误差分析。

## 5 测量记录（原始数据）

本实验中，测量时有读数越过表盘一周的情形。这些情形会在原始数据表格中以  $(+360^\circ)$  的形式体现。

所有  $\theta_1$  和  $\theta_2$  表示同一次测量中两个游标盘的读数。

表 1: 三棱镜顶角测量

测量对象	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta'_1$	$\theta'_2$	$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$
1	$352^\circ 05'$	$172^\circ 04'$	$112^\circ 05'(+360^\circ)$	$292^\circ 05'$	$120^\circ 00'$	$120^\circ 01'$
2	$352^\circ 06'$	$172^\circ 05'$	$112^\circ 06'(+360^\circ)$	$292^\circ 05'$	$120^\circ 00'$	$120^\circ 00'$
3	$352^\circ 06'$	$172^\circ 06'$	$112^\circ 06'(+360^\circ)$	$292^\circ 05'$	$120^\circ 00'$	$119^\circ 59'$
平均	-	-	-	-	$120^\circ 00'$	$120^\circ 00'$

表 2: 绿色谱线最小偏向角测量

测量对象	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta'_1$	$\theta'_2$	$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$
1	$138^\circ 20'$	$318^\circ 19'$	$84^\circ 12'$	$264^\circ 11'$	$54^\circ 08'$	$54^\circ 08'$
2	$136^\circ 50'$	$316^\circ 50'$	$82^\circ 42'$	$262^\circ 41'$	$54^\circ 08'$	$54^\circ 09'$
3	$137^\circ 32'$	$317^\circ 31'$	$83^\circ 24'$	$263^\circ 24'$	$54^\circ 08'$	$54^\circ 07'$
平均	-	-	-	-	$54^\circ 08'$	$54^\circ 08'$



表 3: 双黄线长波线最小偏向角测量

测量对象	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta'_1$	$\theta'_2$	$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$
1	125°50'	305°51'	72°14'	252°14'	53°36'	53°37'
2	127°51'	307°51'	74°14'	254°13'	53°37'	53°38'
3	129°46'	309°45'	76°09'	256°10'	53°37'	53°35'
平均	-	-	-	-	53°37'	53°37'

表 4: 蓝紫色谱线最小偏向角测量

测量对象	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta'_1$	$\theta'_2$	$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$
1	130°30'	310°30'	74°05'	254°05'	56°25'	56°26'
2	126°34'	306°33'	70°08'	250°07'	56°26'	56°26'
3	128°36'	308°36'	72°10'	252°09'	56°26'	56°27'
平均	-	-	-	-	56°26'	56°26'

## 6 数据处理与误差分析

### 6.1 数据处理

首先根据计算，透镜顶角测量值  $\bar{A}$  应该是：

$$\bar{A} = 180^\circ 00' - \frac{120^\circ 00' + 120^\circ 00' + 120^\circ 00'}{3} = 60^\circ 00'$$

对绿色谱线，最小偏向角为（将  $\Delta\theta_1$  和  $\Delta\theta_2$  求平均后，求三组的平均值）：

$$\delta_{green} = 54^\circ 08'$$

对双黄线，最小偏向角为（将  $\Delta\theta_1$  和  $\Delta\theta_2$  求平均后，求三组的平均值）：

$$\delta_{yellow} = 53^\circ 37'$$

对蓝紫色谱线，最小偏向角为（将  $\Delta\theta_1$  和  $\Delta\theta_2$  求平均后，求三组的平均值）：

$$\delta_{blue} = 56^\circ 26'$$

### 6.2 误差分析

以下所有误差分析中，取  $P = 0.95$ 。

#### 6.2.1 顶角测量

A 类不确定度：由表格中的数据，实验次数取  $n = 3$ ，代入标准差公式可求得  $A$  的标准差为：

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum(\frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} - \bar{A})^2}{n - 1}} = 30.0''$$



A 类标准不确定度

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum(\frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} - \bar{A})^2}{n(n-1)}} = 17.3''$$

分光计本身的仪器允差  $\Delta = 1'$ ，置信系数  $C = \sqrt{3}$ ，代入公式得测量角度时的 B 类标准不确定度：

$$u_\theta = \frac{\Delta}{C} = 34.64''$$

在顶角计算的过程中，

$$A = \pi - \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2}$$

对这个式子求微分，将会知道测定顶角  $A$  的 B 类不确定度为：

$$u_B = 2u_\theta = 1'9.28''$$

本实验中，测量次数为 3，查表可知  $t_3 = 4.30, k_p = 1.96, P = 0.95$ 。于是计算顶角的展伸不确定度为：

$$U_A = \sqrt{(t_p u_A)^2 + (k_p u_B)^2} = 2'35'', P = 0.95$$

最终顶角的测量结果应该记为： $A = \bar{A} + U_A = 60^\circ 00' \pm 02'35'', P = 0.95$

### 6.2.2 最小偏向角测量：以绿色谱线为例

A 类不确定度：由表格中的数据，实验次数取  $n = 3$ ，代入标准差公式可求得  $\delta$  的标准差为：

$$\sigma_\delta = \sqrt{\frac{\sum(\frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} - \bar{\delta})^2}{n-1}} = 30.0''$$

A 类标准不确定度

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum(\frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} - \bar{\delta})^2}{n(n-1)}} = 17.3''$$

分光计测量角度时的 B 类标准不确定度：

$$u_\theta = \frac{\Delta}{C} = 34.64''$$

注意到测量最小偏向角时的表达式：

$$\delta = \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2}$$

对这个式子求微分，将会知道测定最小偏向角  $\delta$  的 B 类不确定度为：

$$u_B = 2u_\theta = 1'9.28''$$

本实验中，测量次数为 3，查表可知  $t_3 = 4.30, k_p = 1.96, P = 0.95$ 。于是计算最小偏向角的展伸不确定度为：

$$U_\delta = \sqrt{(t_p u_A)^2 + (k_p u_B)^2} = 2'35'', P = 0.95$$

最小偏向角测量结果应该记为： $\delta = \bar{\delta} + U_\delta = 54^\circ 08' \pm 02'35'', P = 0.95$



### 6.2.3 折射率测量：以绿色谱线为例

三棱镜对绿色光的折射率：

$$n_{green} = \frac{\sin \frac{\delta_{green} + \bar{A}}{2}}{\sin \frac{\bar{A}}{2}} = 1.679$$

对以上计算式取对数，然后做全微分可得：

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2} \left( \cot \frac{\delta_{green} + A}{2} - \cot \frac{A}{2} \right) \Delta A + \frac{1}{2} \cot \frac{\delta_{green} + A}{2} \Delta \delta_{green}$$

利用不确定度合成公式（这里存在一步舍入）：

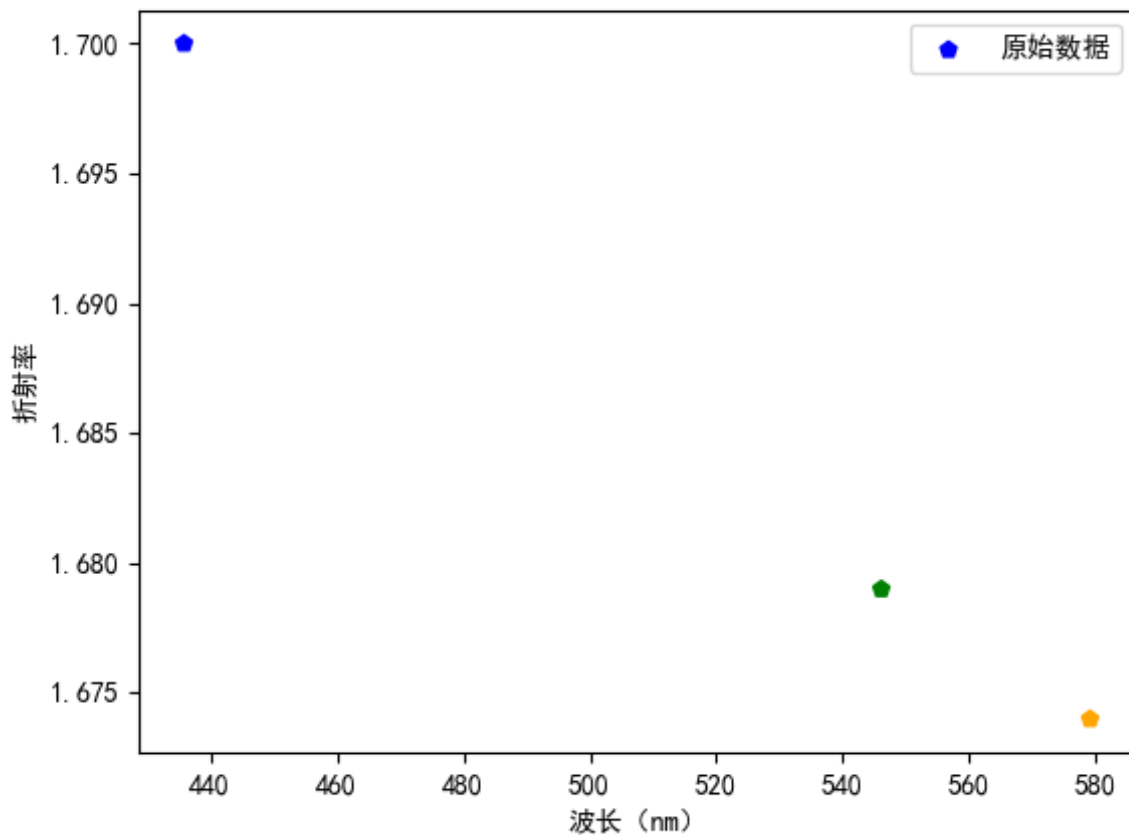
$$U_n = \frac{\bar{n}}{2} \sqrt{\left( \cot \frac{\delta_{green} + A}{2} - \cot \frac{A}{2} \right)^2 U_A^2 + \left( \cot \frac{\delta_{green} + A}{2} \right)^2 U_\delta^2} = 0.001, P = 0.95$$

于是最终的测量结果是： $n_{green} = \bar{n} + U_n = 1.679 \pm 0.001, P = 0.95$

不确定度可以标记为： $\frac{\Delta n}{n} = \frac{0.001}{1.679} = 0.06\%$ ，符合实验的精度要求。

### 6.3 扩展实验：不同谱线的折射率

图2：玻璃折射率随波长变化关系





利用上面所得的实验数据，可以计算得（误差分析过程如上类似，这里略去）：

$$n_{blue} = 1.700 \pm 0.001, P = 0.95$$

$$n_{green} = 1.679 \pm 0.001, P = 0.95$$

$$n_{yellow} = 1.674 \pm 0.001, P = 0.95$$

查表得知，标准汞灯在以上谱线对应的波长是：

$$\lambda_{blue} = 435.84\text{nm}$$

$$\lambda_{green} = 546.07\text{nm}$$

$$\lambda_{yellow} = 579.07\text{nm}$$

绘制出波长与折射率对应的散点图在本小节开头处给出。可以看出，在实验范围内，三棱镜玻璃对不同色光的折射率随光的波长增大而减小。

## 7 讨论与思考题

### 7.1 讨论

使用分光计的精密光学实验要求的测量不确定度不大于 0.3%，经过分析，本实验能够满足要求。

可能仍存在的误差因素分析：实验中光谱线相对于十字叉丝线仍有宽度，可能会造成测量上的误差；同时，最小偏向角的测定中可能存在“极值”难以被肉眼精确确定，从而存在误差。

### 7.2 思考题：光轴调节的过程

不能说明光轴没有调好。因为在平面双面镜各半调节法的过程中，只能保证被双面镜平分的两个螺钉在同一个高度；对于恰好与平面镜共线的螺钉，不能保证这颗螺钉的高度与另外两颗一致。后续过程中，利用三棱镜再次调节水平，则会校正这颗螺钉的高度，最后使台面水平。