



单摆法测量重力加速度

姓名：刘元彻 学号：PB21020505 班级：21 级物理学院 1 班 日期：2022 年 3 月 15 日

1 实验目的

利用单摆的周期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

测定当地的重力加速度 g 。其中 T 是单摆的周期， l 是单摆的摆长。

2 实验仪器

卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（带标尺、平面镜，摆线长度可以调整）

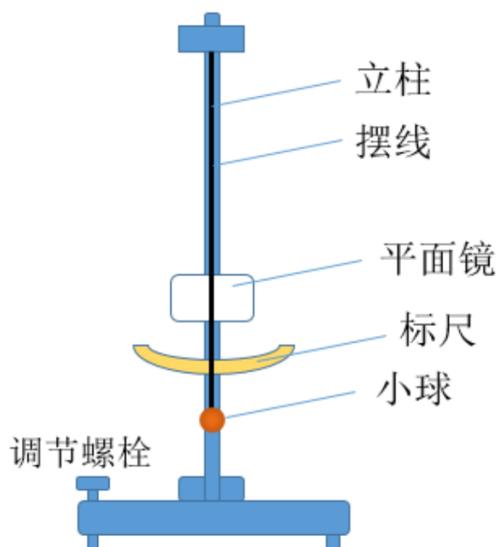


图 2.4-5 单摆测重力加速度实验装置

3 实验原理

一般情况下，摆球几何形状、摆球的质量、空气阻力与浮力、摆角（当摆角 $\theta < 5^\circ$ ），对摆动周期 T 的修正都小于 0.1%。本实验对精度的要求是 $\Delta g/g < 1\%$ ，所以这些修正项可以忽略不计。

采用一级近似的周期测量公式为：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



变形，得：

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

因此可以通过测量 l 与 T 的值来求出重力加速度 g

4 实验设计

4.1 实验设计：利用不确定度均分原理

对上面的等式两边同时取对数，然后取微分得：

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T}$$

本实验对精度的要求是 $\Delta g/g < 1\%$ ，根据不确定度均分原理，有

$$\frac{2\Delta T}{T} < 0.5\%, \frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$$

4.2 对摆长参数 l 的讨论：

根据 $\Delta l/l < 0.5\%$ ，代入不确定度 $\Delta l = 0.2\text{cm}$ ，得到 l 至少应该为 40cm

根据摆长的周期公式，可以得到： $T \propto \sqrt{l}$ ，实验中为了测量周期 T ，应该保证摆长 l 不可过小，否则容易因为摆速过快增加实验失败的可能性。

当摆角较小（符合摆角小于 5° 时），增加摆长有利于减小小球半径的影响，从而将小球设为质点对精度的影响减小，同时便于观察。但是为了不让摆的周期过长，也不应让摆长过长。

根据以上讨论，可以取摆长 $l = 75\text{cm}$

4.3 对测量周期个数的探讨：

在本实验中， ΔT 是使用秒表进行单次测量带来的不确定度，自然地，可以通过延长单次测量的时间 $T_{\text{总}}$ 来减小相对误差。

由于 $\Delta T/T_{\text{总}} < 0.25\%$ ，代入 $\Delta T = \Delta_{\text{人}} + \Delta_{\text{秒表}} = 0.2\text{s} + 0.01\text{s} = 0.21\text{s}$

得 $T_{\text{总}} > 84\text{s}$ ，而一个周期大约是 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 1.74\text{s}$

得到 $n \approx 48$ 次，所以取 $n = 50$ 次来进行观察。

4.4 对摆球半径测量的精度控制：

根据 $\Delta l/l < 0.5\%$ ，代入 $l = l_{\text{绳}} + \frac{d_{\text{球}}}{2} = 75\text{cm}$ ，并根据小球的直径 $d \approx 2\text{cm}$ ，得到绳长 $l_{\text{绳}} = 73\text{cm}$

根据 $\Delta l/l < 0.5\%$ ，得 $\Delta l < 0.365\text{cm}$ 。钢卷尺的测量误差 $\Delta = 0.2\text{cm}$ 。在允差范围内，可以用钢卷尺测量摆绳长度。

根据 $\Delta d/d < 0.5\%$ ，得 $\Delta d < 0.01\text{cm}$ 。但是，由于摆球直径在摆长中所占比例很小，对摆长的贡献很小，经计算，可以不使用游标卡尺进行测量。



5 实验步骤

1. 按照实验要求组装实验仪器，调整水平。将电子秒表示数归零。
2. 测量摆球的直径 d ，摆线的长度 $l_{\text{绳}}$ ，并计算摆长 l 。
3. 将摆球拉离平衡位置，无初速度地释放，使其在小角度（小于 5° ）平面内摆动。
4. 用电子秒表测量单摆 50 次全振动所需要的时间。
5. 重复上述实验操作 3 到 5 次（实际操作中取了 4 次），记录有关数据。
6. 整理仪器，结束实验。
7. 数据处理和误差分析。

6 测量记录（原始数据）

表 1: 钢卷尺测量摆球的直径 d

测量次数	1	2	3	4	平均
d/cm	2.20	2.20	2.21	2.20	2.20

表 2: 钢卷尺测量摆线的长度 $l_{\text{绳}}$ ，并计算摆长 l

测量次数	1	2	3	4	平均
$l_{\text{绳}}/\text{cm}$	73.00	73.04	73.00	73.00	73.01
l/cm	74.10	74.14	74.10	74.10	74.11

表 3: 测量 50 个周期所用时间 T

测量次数	1	2	3	4	平均
T/s	86.49	86.44	86.50	86.43	86.46

7 数据处理与误差分析

摆线长度的平均值：

$$\bar{l}_{\text{绳}} = \frac{73.00 + 73.04 + 73.00 + 73.00}{4} \text{cm} = 73.01 \text{cm}$$

摆线长度的标准差：

$$\sigma_{l_{\text{绳}}} = \sqrt{\frac{(73.00 - 73.01)^2 + (73.04 - 73.01)^2 + (73.00 - 73.01)^2 + (73.00 - 73.01)^2}{4 - 1}} \text{cm} = 0.02 \text{cm}$$



可得展伸不确定度为：

$$U_1 = \sqrt{(t_{0.68} \frac{\sigma_{l_{\text{绳}}}}{\sqrt{n}})^2 + (k_p \frac{\Delta_{\text{米尺}}}{C})^2} \text{cm} = \sqrt{(1.20 \times \frac{0.02}{\sqrt{4}})^2 + (1.00 \times \frac{0.2}{3})^2} \text{cm} \\ = 0.068 \text{cm}$$

摆球直径的平均值：

$$\bar{d} = \frac{2.20 + 2.20 + 2.21 + 2.20}{4} \text{cm} = 2.20 \text{cm}$$

摆线长度的标准差：

$$\sigma_{l_{\text{绳}}} = \sqrt{\frac{(2.20 - 2.20)^2 + (2.20 - 2.21)^2 + (2.21 - 2.20)^2 + (2.20 - 2.20)^2}{4 - 1}} \text{cm} = 0.006 \text{cm}$$

可得展伸不确定度为：

$$U_2 = \sqrt{(t_{0.68} \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}})^2 + (k_p \frac{\Delta_d}{C})^2} \text{cm} = \sqrt{(1.20 \times \frac{0.006}{\sqrt{4}})^2 + (1.00 \times \frac{0.2}{3})^2} \text{cm} \\ = 0.067 \text{cm}, P = 0.68$$

综合以上，可得摆长的平均值： $\bar{l} = \bar{l}_{\text{绳}} + \bar{d} = 74.11 \text{cm}$

利用误差传递公式，摆长的展伸不确定度为：

$$U_l = \sqrt{U_1^2 + (\frac{U_2}{2})^2} \text{cm} = 0.076 \text{cm}, P = 0.68$$

单摆周期的平均值：

$$\bar{T} = \frac{86.49 + 86.33 + 86.50 + 86.43}{4 \times 50} \text{s} = 1.729 \text{s}$$

单摆周期的标准差：

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{(\frac{86.49}{50} - 1.729)^2 + (\frac{86.44}{50} - 1.729)^2 + (\frac{86.50}{50} - 1.729)^2 + (\frac{86.43}{50} - 1.729)^2}{4 - 1}} \text{s} = 0.0008 \text{s}$$

本实验的测量过程中，B类不确定度：

$$\Delta_T = \frac{1}{50} \sqrt{\Delta_{\text{仪器}}^2 + \Delta_{\text{人}}^2} = \frac{1}{50} \sqrt{0.01^2 + 0.2^2} \text{s} = 0.004 \text{s}$$

于是周期 T 的伸展不确定度为：

$$U_T = \sqrt{(t_{0.68} \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}})^2 + (k_p \frac{\Delta_T}{C})^2} \text{s} = \sqrt{(1.20 \times \frac{0.0008}{\sqrt{4}})^2 + (1.00 \times \frac{0.004}{3})^2} \text{s} \\ = 0.0014 \text{s}, P = 0.68$$

所以本实验测定的重力加速度：

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\bar{T}^2} = \frac{4 * (3.1416)^2 * 0.7411}{1.729^2} \text{m/s}^2 = 9.787 \text{m/s}^2$$



g 的伸展不确定度为:

$$\begin{aligned}\frac{U_g}{\bar{g}} &= \sqrt{1^2\left(\frac{U_l}{\bar{l}}\right)^2 + 2^2\left(\frac{U_T}{\bar{T}}\right)^2} = \sqrt{1^2\left(\frac{0.076}{74.11}\right)^2 + 2^2\left(\frac{0.00014}{1.729}\right)^2} \\ &= 0.0010, P = 0.68\end{aligned}$$

于是 $U_g = 0.0010 \times 9.787\text{m/s}^2 = 0.010\text{m/s}^2, P = 0.68$

最终的测量结果可以表示为: $g = \bar{g} + U_g = 9.787 \pm 0.010\text{m/s}^2, P = 0.68$

8 讨论与思考题

8.1 讨论

为了减小实验误差,在进行实验时往往不是在最高点释放时同时开始计时,而是在摆球稳定摆动后,当摆球达到最低点时开始计时。这样可以避免因观测最高点的困难带来的测量误差,提高实验精度。

8.2 思考题

8.2.1 分析基本误差的来源,提出进行改进的方法

1. 钢卷尺度数时可能存在误差。改进方法是由同一个观测者进行多次测量。
2. 摆球摆动不在一个平面中进行,可能带来误差。改进方法是无初速度释放,并调节仪器使得小球在平面内摆动(本实验已经应用)。
3. 本公式并未考虑空气阻力、浮力等因素对摆动的影响。