

## 题目四 石墨烯中的 Klein 隧穿

2024 年 4 月 14 日

1. 如图 1 所示为石墨烯的晶格结构，每个元胞中包含 A,B 两种不同原子，即晶格有两套子格，对应两套不同的产生湮灭算符，以实空间的产生算符为例，分别记为  $a_i^\dagger, b_i^\dagger$ 。

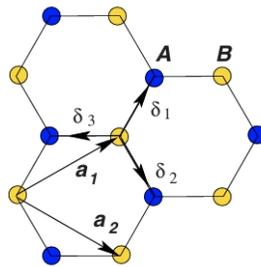


Figure 1: 石墨烯晶格示意图  
RevModPhys.81.109

考虑如下只有最近邻跃迁的哈密顿量：

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle} (a_i^\dagger b_j + b_i^\dagger a_j)$$

试写出动量空间的哈密顿量  $H(\mathbf{k})$ ，并求解能量本征值，画出能带图。

2. 将动量空间哈密顿量  $H(\mathbf{k})$  在 Dirac 点附近泰勒展开，保留非零的最低阶。写出这一 Dirac 点附近的等效哈密顿量  $\mathcal{H}(\mathbf{k})$ ，求出其本征函数。
3. 考虑二维势垒对这种无质量 Dirac 电子的散射。该散射问题的侧视图和俯视图如图 2 所示。其中  $V_0$  和  $D$  分别为能垒的高度和宽度， $E$  为入射电子的能量， $\phi$  为入射角和出射角， $\theta$  为折射角。

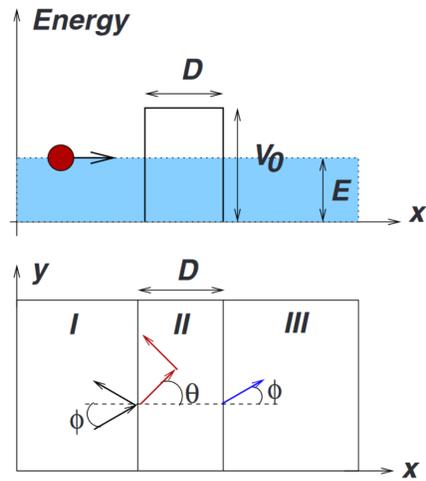


Figure 2: 散射问题的侧视图（上）和俯视图（下）  
RevModPhys.81.109

给出透射率关于以上这些物理量的依赖关系，画出透射率在其他参数取定时随着入射角的变化曲线。你会发现在一些角度下透射率竟能达到百分之百！这个现象被称为 Klein 悖论。

4. 调研 Klein 隧穿在各种实际系统中的实现和相关的研究，并把这些内容纳入报告中。

## References

- <sup>1</sup>A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, “The electronic properties of graphene,” *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109–162 (2009).
- <sup>2</sup>M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, “Chiral tunnelling and the Klein paradox in graphene,” *Nature physics* **2**, 620–625 (2006).
- <sup>3</sup>C. W. J. Beenakker, “Colloquium: Andreev reflection and Klein tunneling in graphene,” *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1337–1354 (2008).