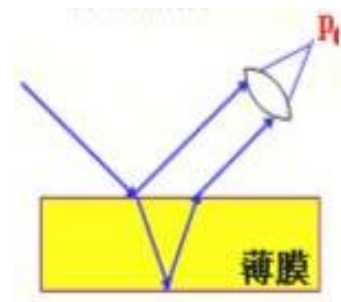
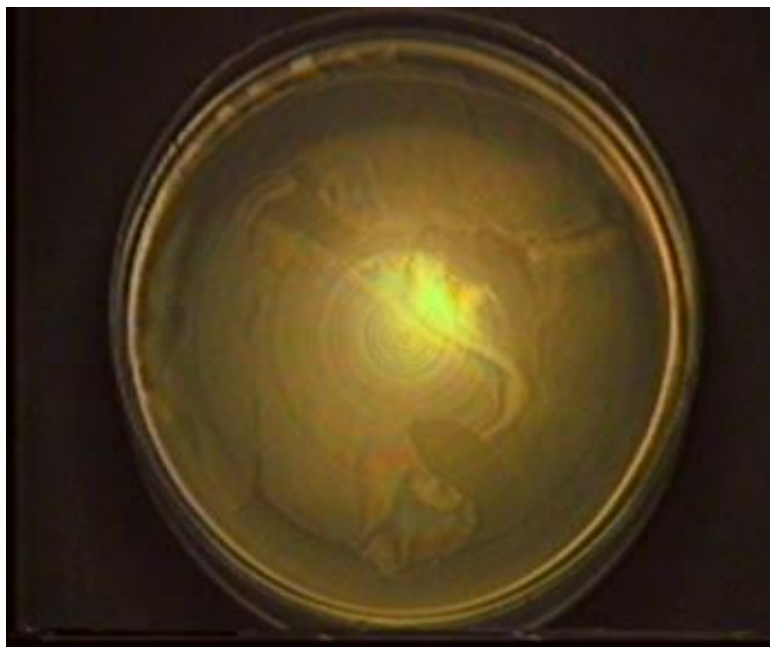


3.3 薄膜干涉(分振幅干涉)

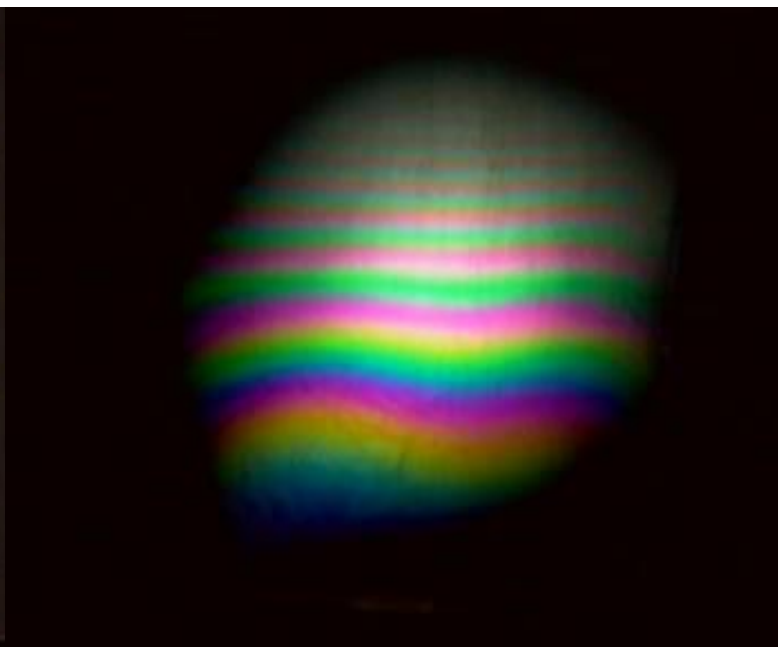


- 分振幅的干涉：当一束光投射到介质界面处，能够部分反射、部分透射（折射），经过反射、折射（下表面反射）后的光在空间相遇而发生的干涉。
- 由于这些光都是从同一波列分得的，所以是相干的。
- 一般是光由空气透射到薄膜，故又称为**薄膜干涉**。
- 这些光是将原入射光的能量（振幅）分为几部分得到的，被称为**分振幅干涉**。

丰富多彩的干涉现象



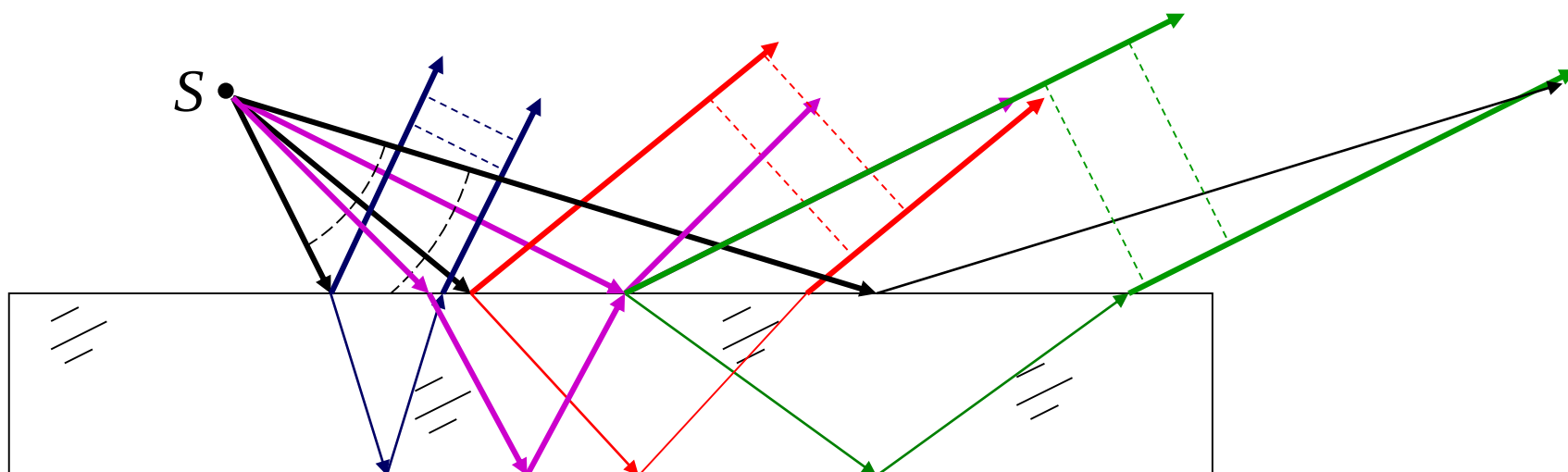
水膜在白光下



白光下的肥皂膜

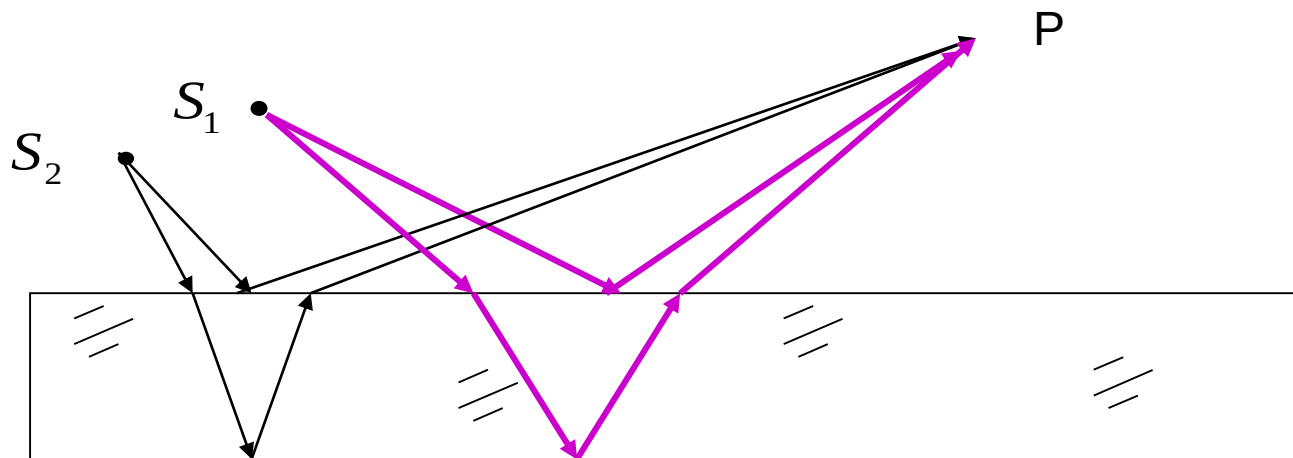
薄膜干涉的复杂性

- 从一个点光源发出的光波，经过薄膜不同表面的多次反射折射就可以在各处进行干涉（非定域）
- 点光源为理想光源，且强度弱，不易观察



薄膜干涉的复杂性

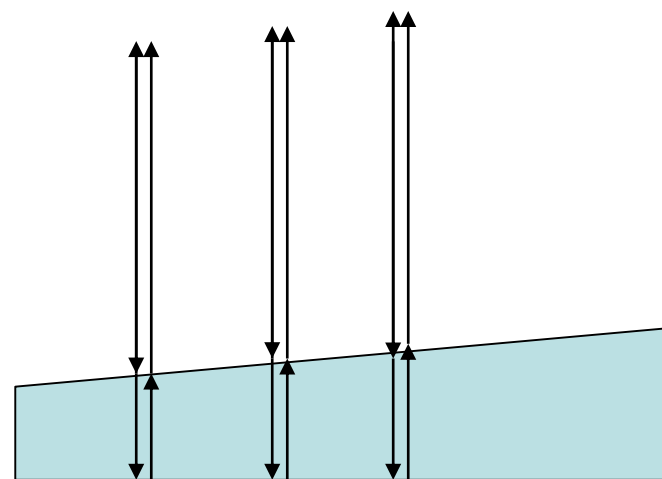
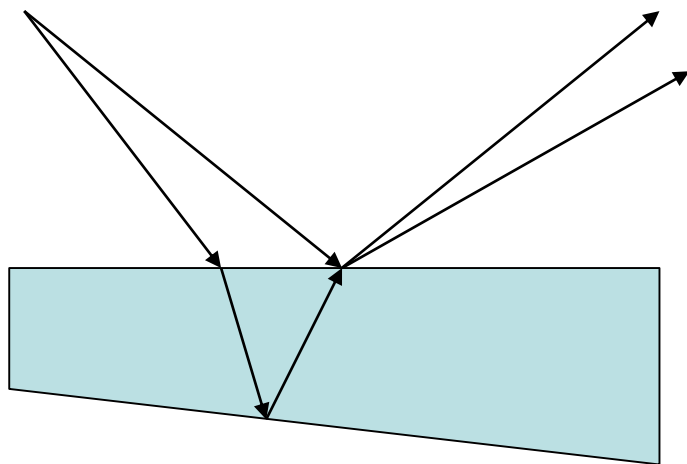
- 实际为扩展光源，空间叠加时位相差不同，光强空间分布规律不同
- 干涉条纹并非在整个空间可见，而只能在特定的区域出现（**定域干涉**），可以观察到清晰干涉条纹的区域称**定域中心**。
- 所以，要采用一定的方法或装置，观察某一类光波的干涉
- 扩展光源发出的光波，可增强干涉视场强度



两类典型的薄膜干涉：

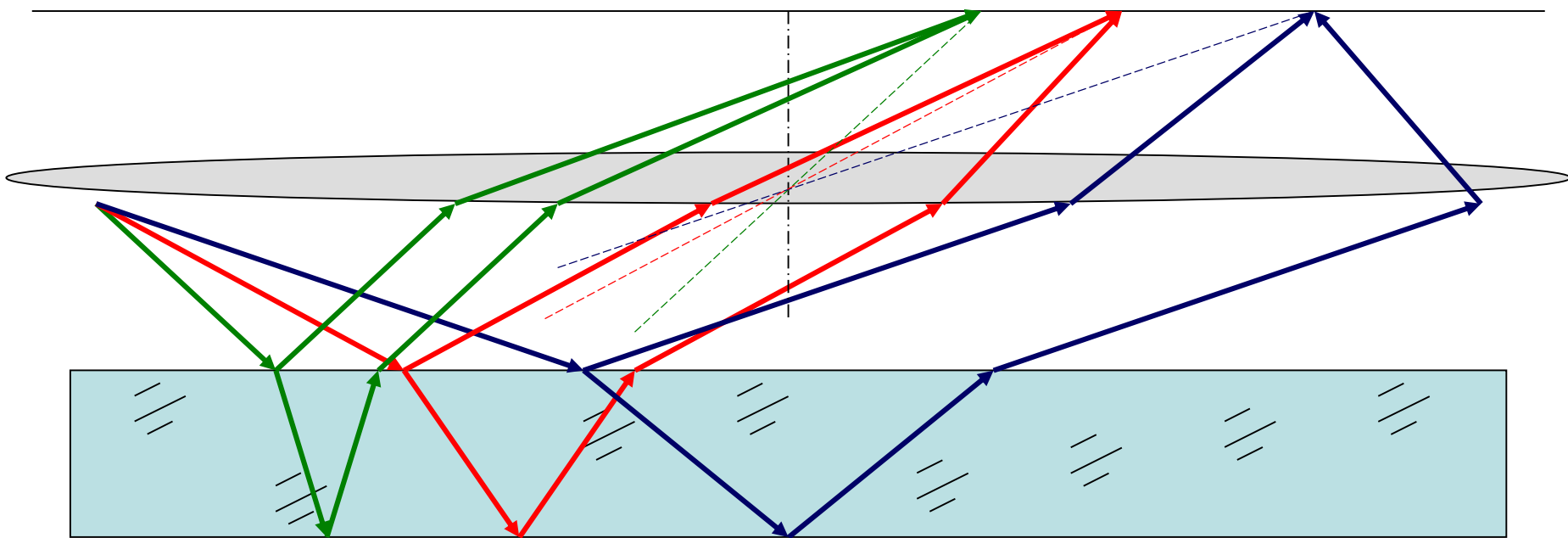
用特殊的方式，可观察到不同类型的干涉。

等厚干涉—光波在薄膜表面处的干涉



薄膜上下表面不平行

等倾干涉——平行光波之间的干涉（薄膜上下表面相互平行）

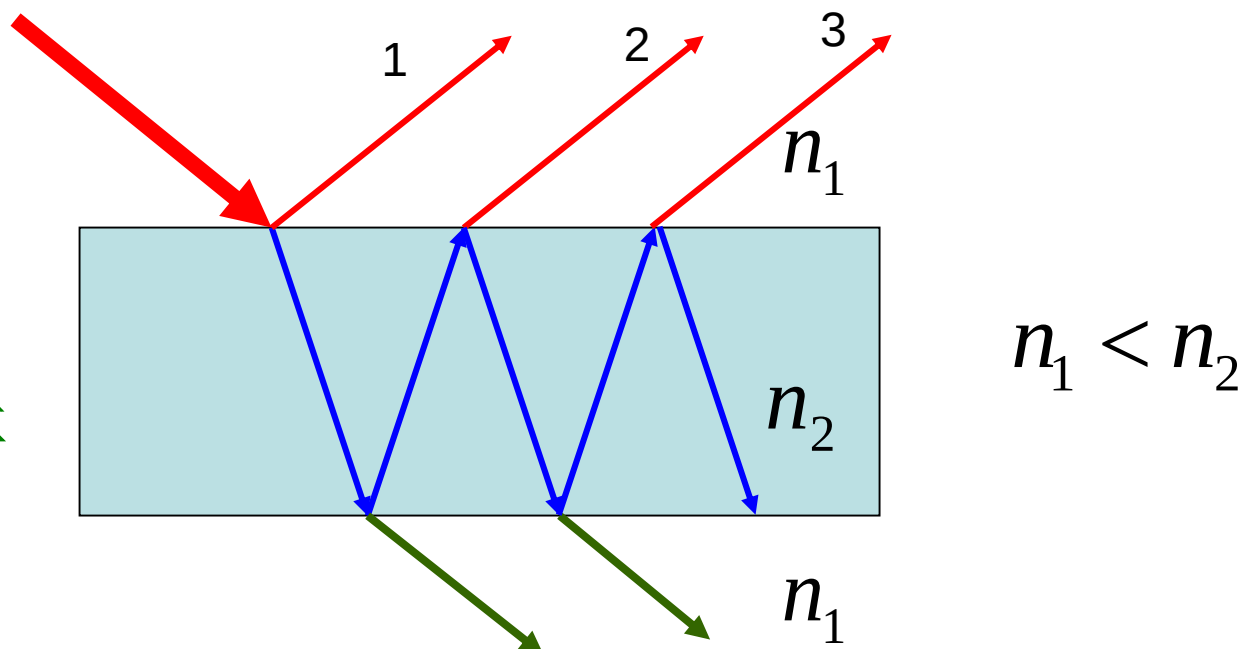


光从介质1入射介质2的反射光，和光从介质2入射介质1的反射光的位相相差 π ，相当于光程相差 $\lambda/2$ 。

半波损失：光从光疏介质入射光密介质，反射引起 π 的相位突变，相当于光程损失 $\lambda/2$ ，故称半波损失。 $\delta_0 = \pm \frac{\lambda}{2}$

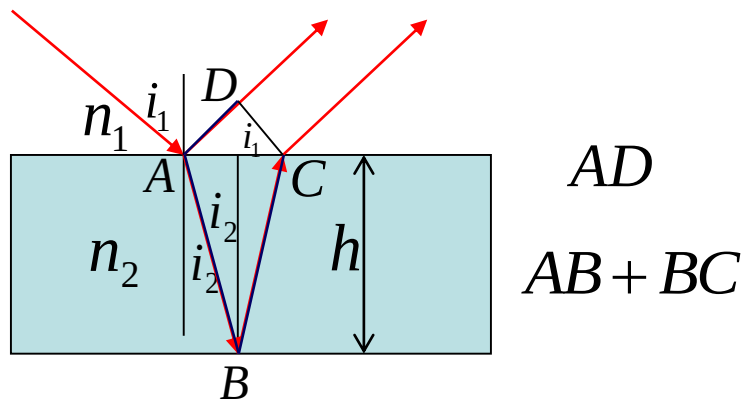
光密到光疏，
不计半波损失

透射光都不需要
考虑半波损失



第一列反射光有半波损失，而其他的反射光没有半波损失，产生了附加相位 π ，等效于产生了半波损失。

3.3.1 薄膜干涉的光程差

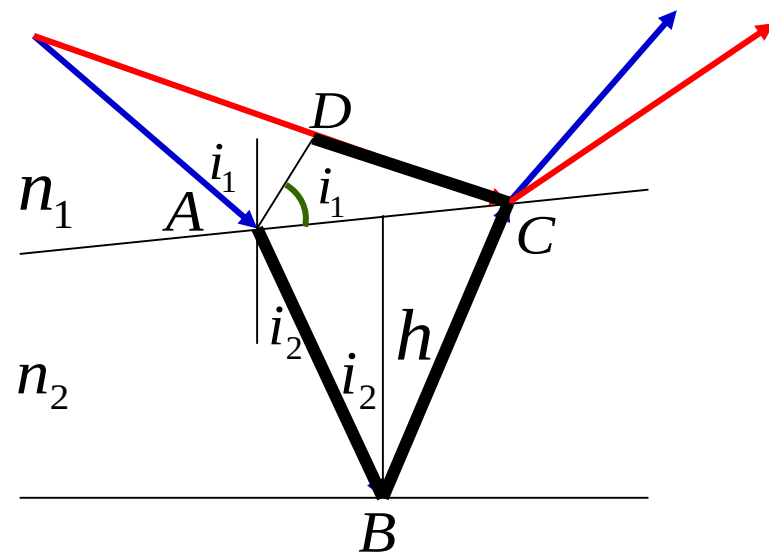


$$AB + BC = 2h / \cos i_2$$

$$AD = AC \sin i_1 = 2h \tan i_2 \sin i_1$$

$$\delta' = n_2 (AB + BC) - n_1 AD$$

$$\begin{aligned} \delta' &= 2h \left(\frac{n_2}{\cos i_2} - n_1 \tan i_2 \sin i_1 \right) \\ &= \frac{2h}{\cos i_2} (n_2 - n_2 \sin^2 i_2) \end{aligned}$$



$$AB + BC \approx 2h / \cos i_2$$

$$\begin{aligned} DC &\approx AC \sin i_1 \\ &\approx 2h \tan i_2 \sin i_1 \end{aligned}$$

$$\delta' = n_2 (AB + BC) - n_1 DC$$

$$(n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2)$$

$$\begin{aligned}\delta' &= \frac{2h}{\cos i_2} (n_2 - n_2 \sin^2 i_2) = \frac{2n_2 h}{\cos i_2} (1 - \sin^2 i_2) = 2n_2 h \cos i_2 \\ &= 2h \sqrt{n_2^2 - n_2^2 \sin^2 i_2} = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}\end{aligned}$$

反射光相干，记入半波损失

$$\delta = \delta' \pm \frac{\lambda}{2}$$

$$\begin{cases} 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} \pm \lambda/2 \\ \text{或 } 2n_2 h \cos i_2 \pm \lambda/2 \end{cases} = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相长} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相消} \end{cases}$$

$j = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$2n_2 h \cos i_2 = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相消 (暗纹)} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相长 (亮纹)} \end{cases}$$

干涉级与膜厚、折射率、倾角相关
 $n_2(n_1), i_2(i_1), h$

薄膜干涉花样分布复杂

3.3.2 等厚干涉（薄膜两表面不平行）

1. 劈尖干涉（空气隙劈尖）

- 定域在薄膜上表面的干涉条纹

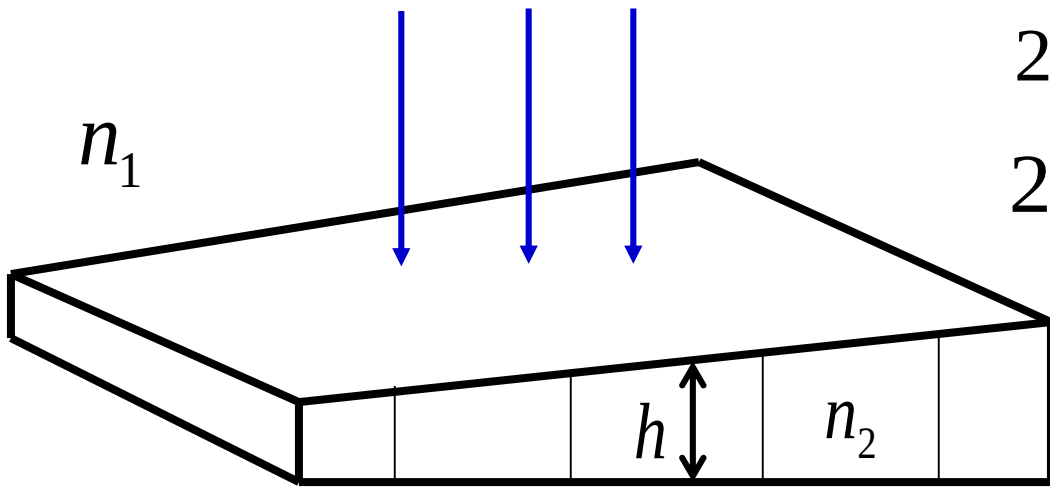
亮条纹 $2n_2h\cos i_2 = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$

暗条纹 $2n_2h\cos i_2 = j\lambda$

当光垂直入射 $i_1 = i_2 = 0, \cos i_2 = 1$ 空气膜 $n_2 = 1$

$2n_2h = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$ 亮纹

$2n_2h = j\lambda$ 暗纹



厚度相等的地方，
是同一级亮条纹。

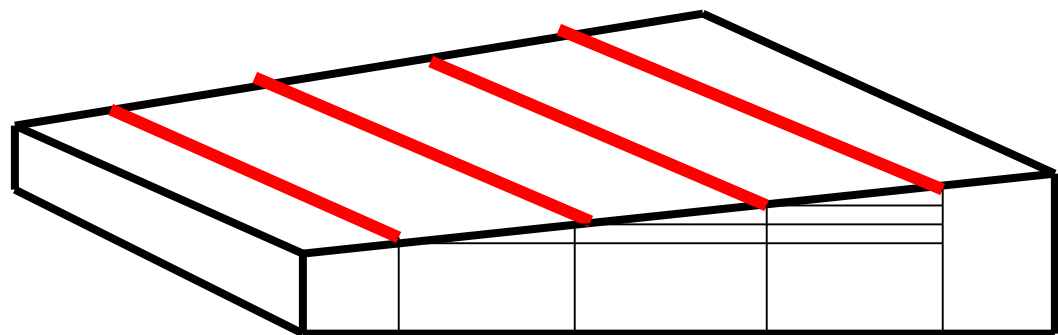
故称**等厚干涉**。

相邻条纹的间距

亮纹 $2n_2h = (2j+1)\frac{\lambda}{2} \quad j = 0,1,2,3\dots$

空气劈 $n_2 = 1$

相邻条纹的厚度差: $2n_2\Delta h = \lambda, \quad \Delta h = \frac{\lambda}{2n_2}$



相邻条纹间距:



$$\Delta l = \frac{\Delta h}{\sin \alpha} = \frac{\lambda}{2n_2 \sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{2n_2 \alpha}$$

是一系列等间距的平行直条纹

暗纹结果相似，一系列等间距、明暗相间的平行直条纹

几点讨论：

1) 空气隙厚处，条纹级次高；

2) 尖端处 $2n_2h=j\lambda$

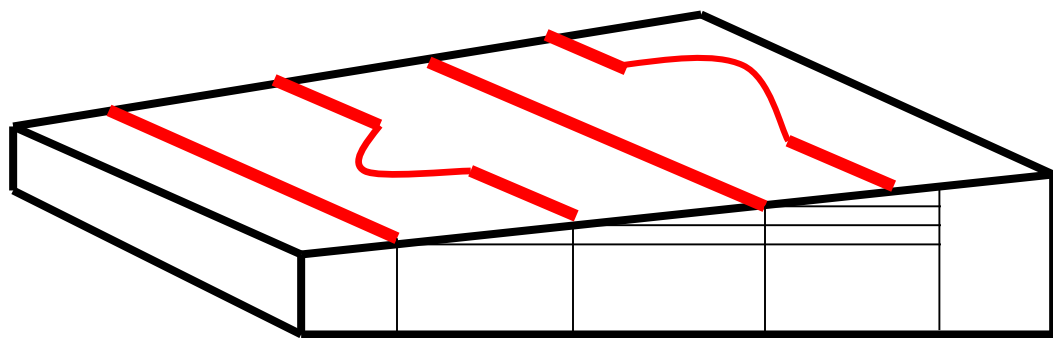
$h=0$, 只有半波损失，反射光永远是暗纹；透射光为亮纹

3) 相邻两亮（暗）纹对应的厚度差为 $\Delta h = \lambda / 2n_2$

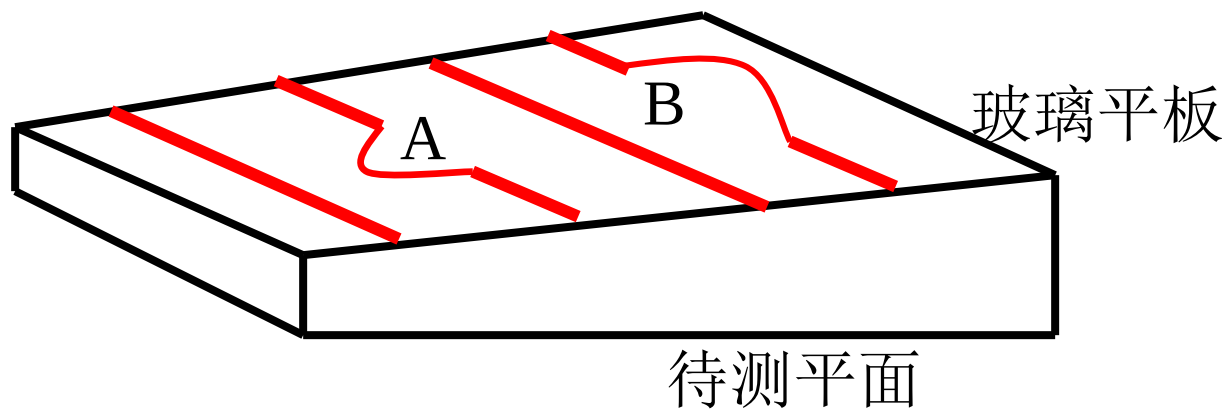
条纹间距为 $\Delta l = \lambda / 2n_2\alpha$

4) 可用于测波长、折射率和

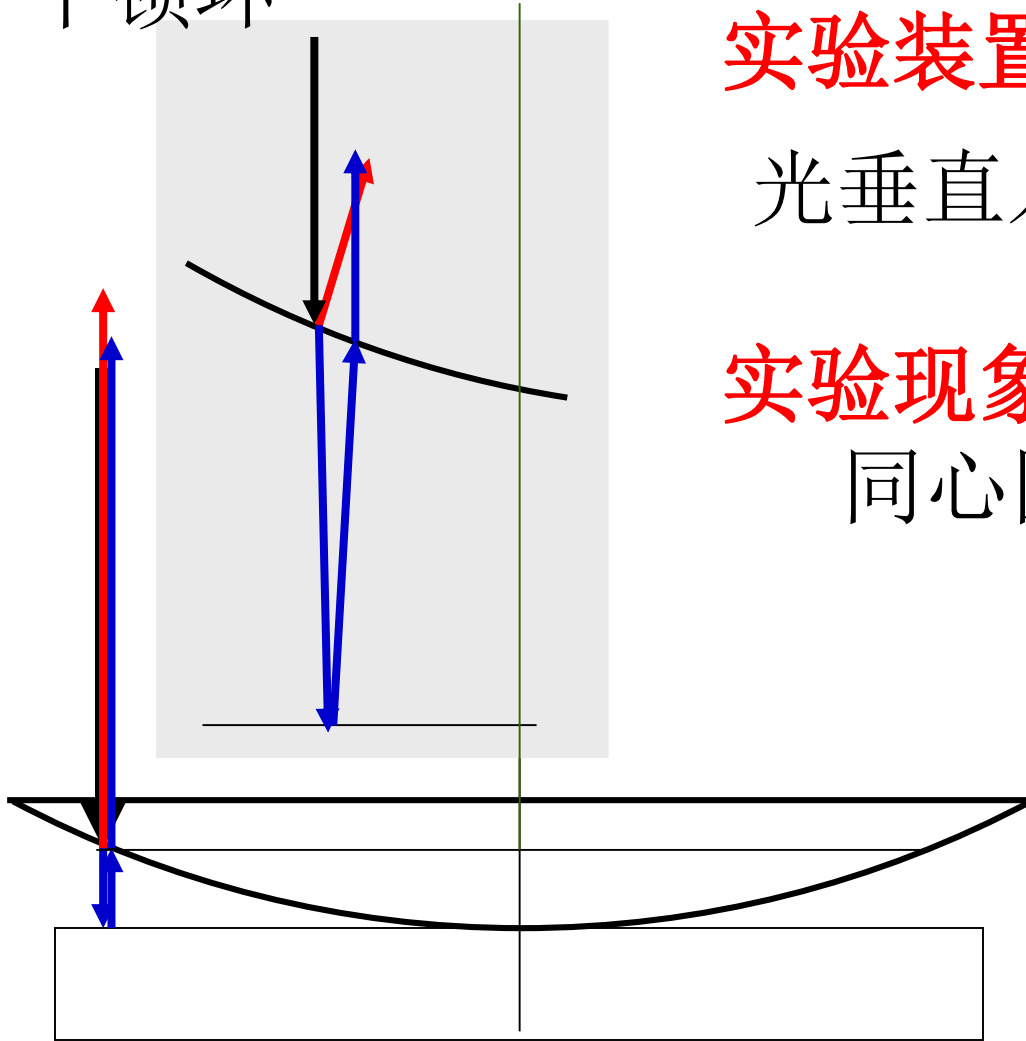
用于检测表面平整度，确定凹凸



小测试：确定A、B两处分别是凹槽还是凸起？



2. 牛顿环



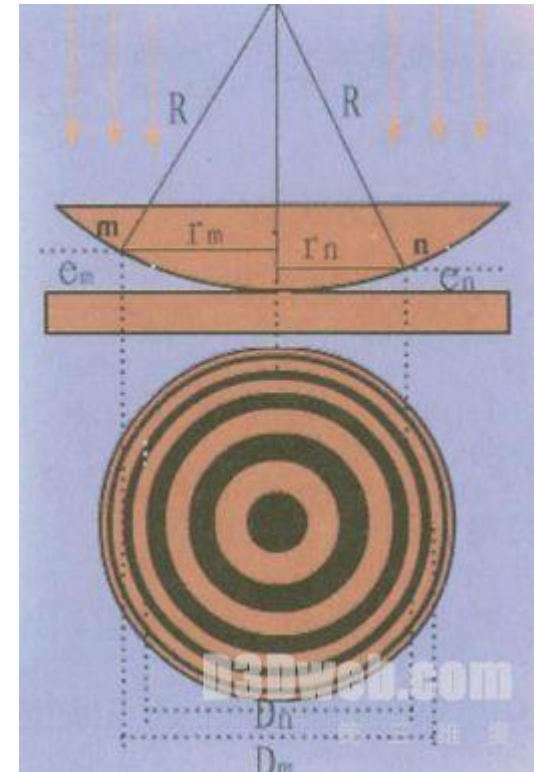
Newton环干涉装置

实验装置

光垂直入射，反射光干涉

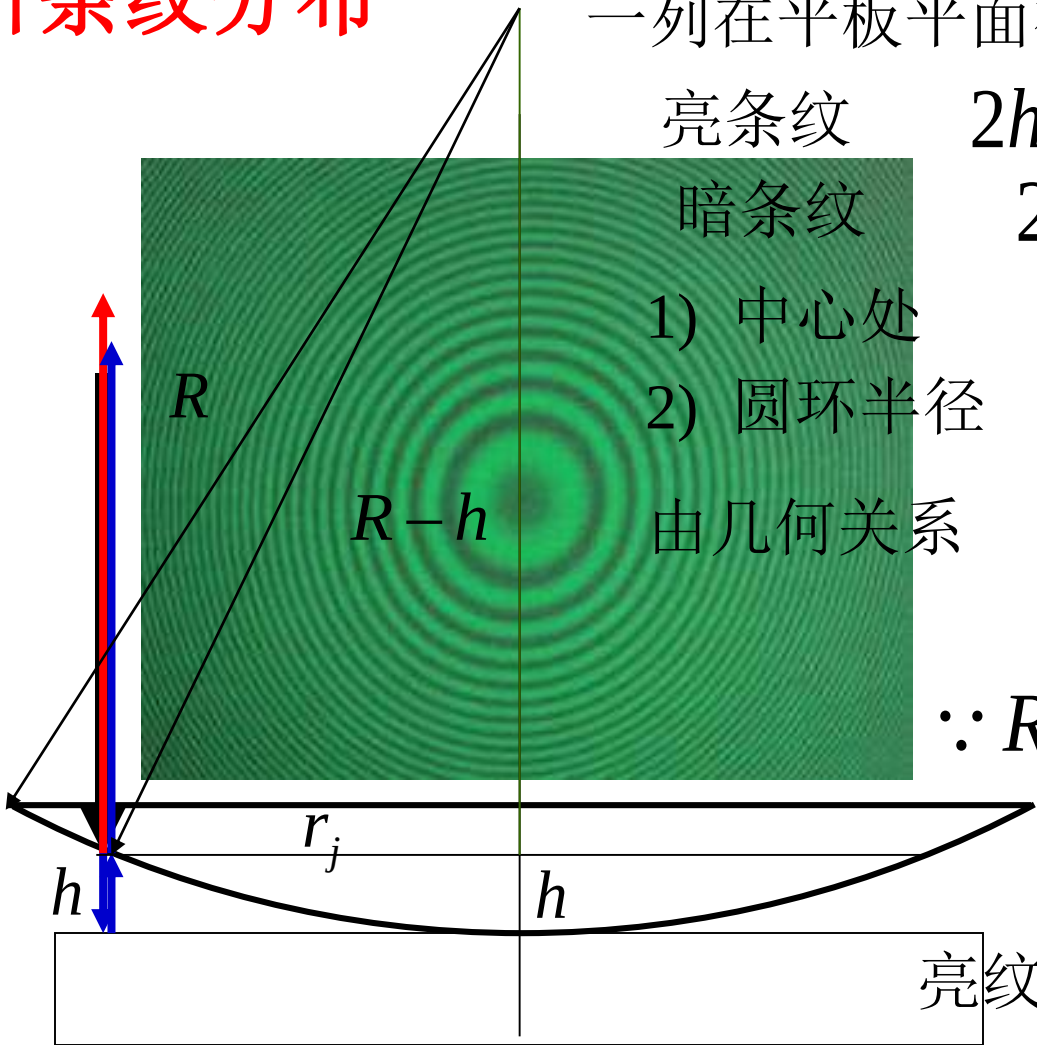
实验现象：

同心圆环



分析条纹分布

反射光：一列在球面被空气膜反射，另一列在平板平面被反射，有半波损失。



亮条纹

$$2h = (2j + 1)\lambda / 2$$

暗条纹

$$2h = j\lambda$$

空气膜
 $n=1$

1) 中心处

暗纹

2) 圆环半径

由几何关系

$$R^2 = (R - h)^2 + r_j^2$$

$$h(2R - h) = r_j^2$$

$$\because R \gg h$$

$$\therefore r_j = \sqrt{2Rh}$$

亮纹半径

$$r_j = \sqrt{(j + 1/2)R\lambda}$$

暗纹半径

$$r_j = \sqrt{jR\lambda}$$

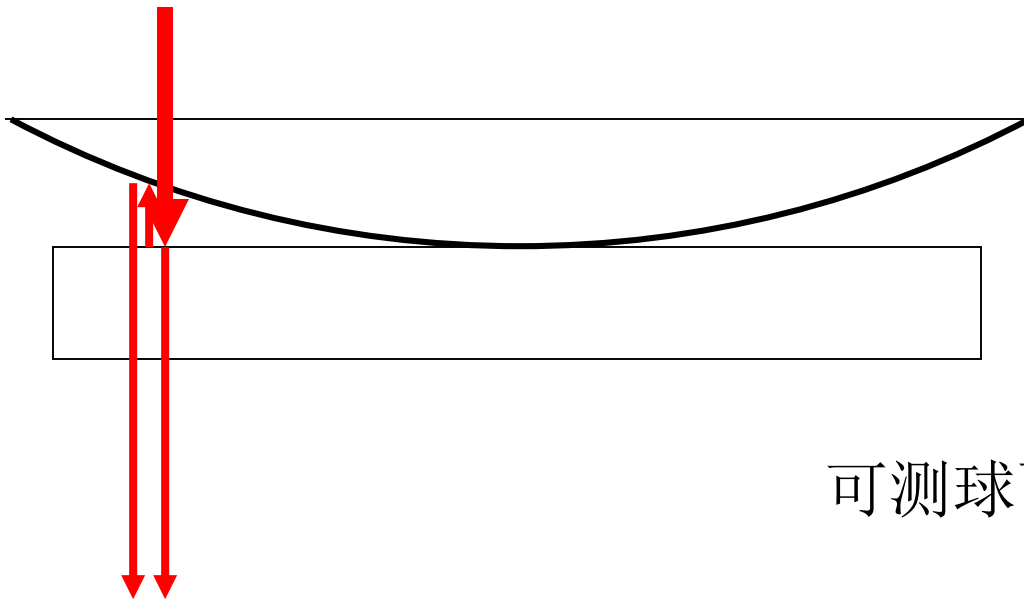
$$j=0,1,2,\dots$$

Newton环干涉装置

反射光亮纹半径 $r_j = \sqrt{(j+1/2)R\lambda} \quad j=0,1,2,\dots$

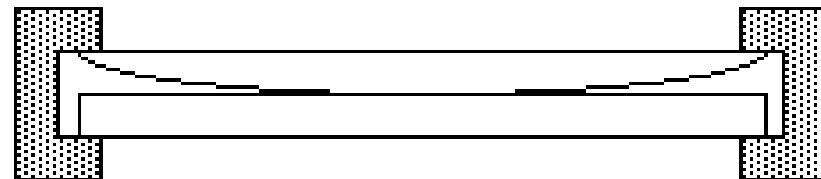
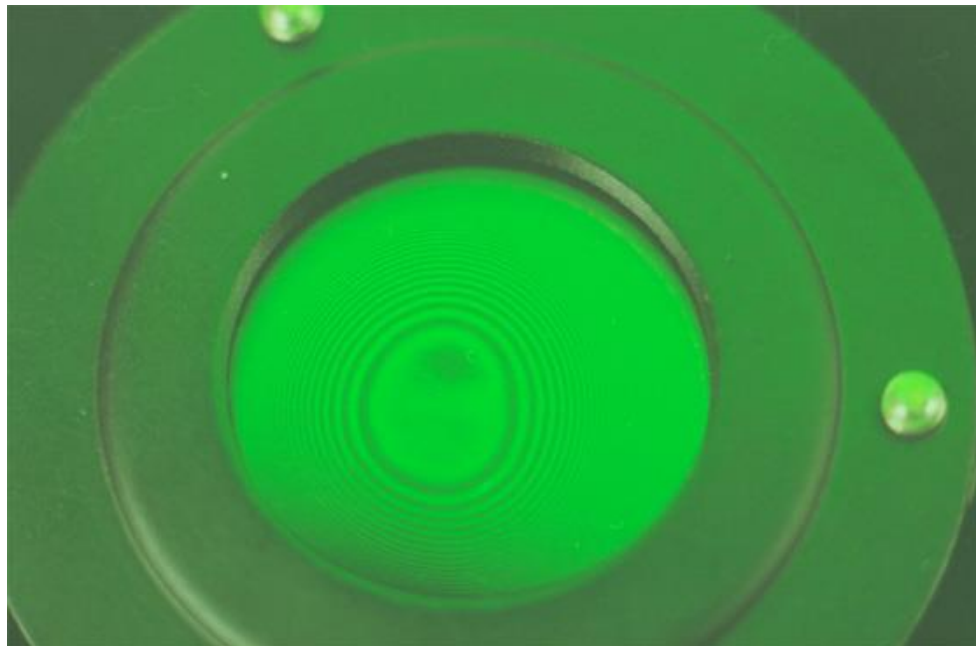
透射光：一列直接透过，另一列在平面和球面间反射后透过，由于两次反射，无半波损失。

透射光亮纹半径 $r_j = \sqrt{j\lambda R} \quad j=0, 1, 2, 3,\dots$



反射光与透射光是互补的

可测球面透镜曲率半径R。

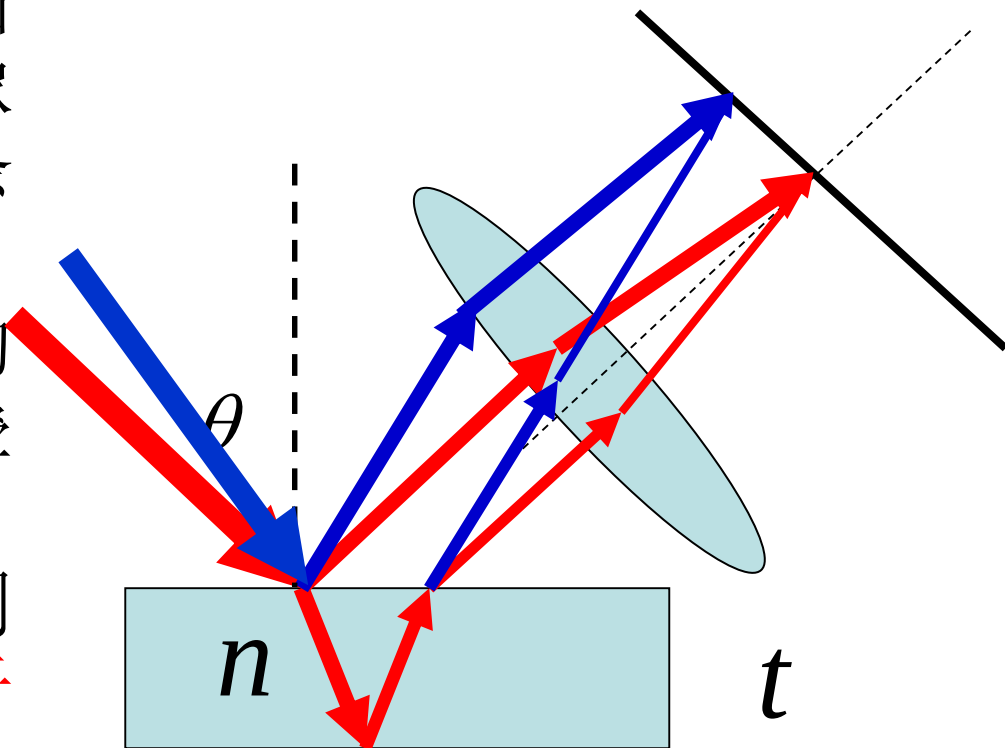


3.3.3 等倾干涉

n, t 一定

θ 不同，干涉条纹不同

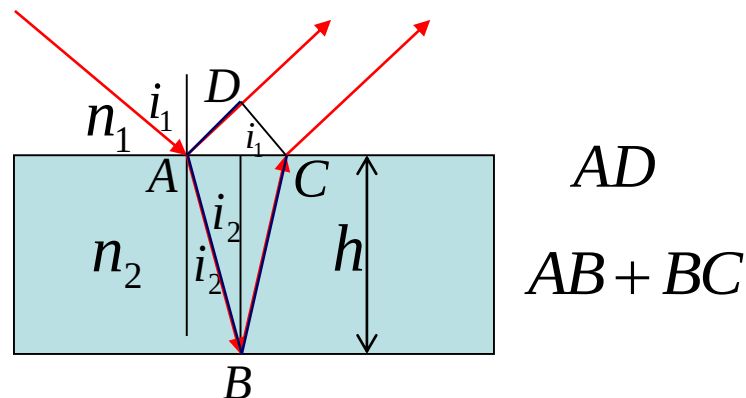
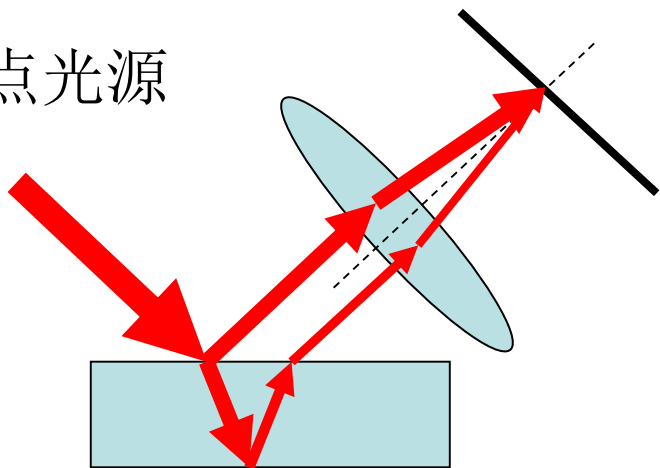
- 在薄膜上方放置一凸透镜，在凸透镜的像方焦平面观察干涉条纹。
- 此时只有相互平行的光才能相遇，进行叠加。
- 相互平行的光有相同的倾角，故称等倾干涉。



1. 干涉级（干涉条纹分布）

等倾干涉的光程差：介质中的光程差+半波损失

(1) 点光源



$$AB + BC = 2h / \cos i_2$$

$$AD = AC \sin i_1 = 2h \tan i_2 \sin i_1$$

介质光程差：
$$\delta' = n_2 (AB + BC) - n_1 AD$$

$$\delta' = 2h \left(\frac{n_2}{\cos i_2} - n_1 \tan i_2 \sin i_1 \right)$$

$$= \frac{2h}{\cos i_2} (n_2 - n_2 \sin^2 i_2)$$

$$(n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2)$$

$$\begin{aligned}\delta' &= \frac{2h}{\cos i_2} (n_2 - n_2 \sin^2 i_2) = \frac{2n_2 h}{\cos i_2} (1 - \sin^2 i_2) = 2n_2 h \cos i_2 \\ &= 2h \sqrt{n_2^2 - n_2^2 \sin^2 i_2} = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}\end{aligned}$$

反射光相干，记入半波损失 $\delta = \delta' \pm \frac{\lambda}{2}$

$$\begin{cases} 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} \pm \lambda/2 \\ \text{或 } 2n_2 h \cos i_2 \pm \lambda/2 \end{cases} = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相长} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相消} \end{cases}$$

$$\downarrow$$

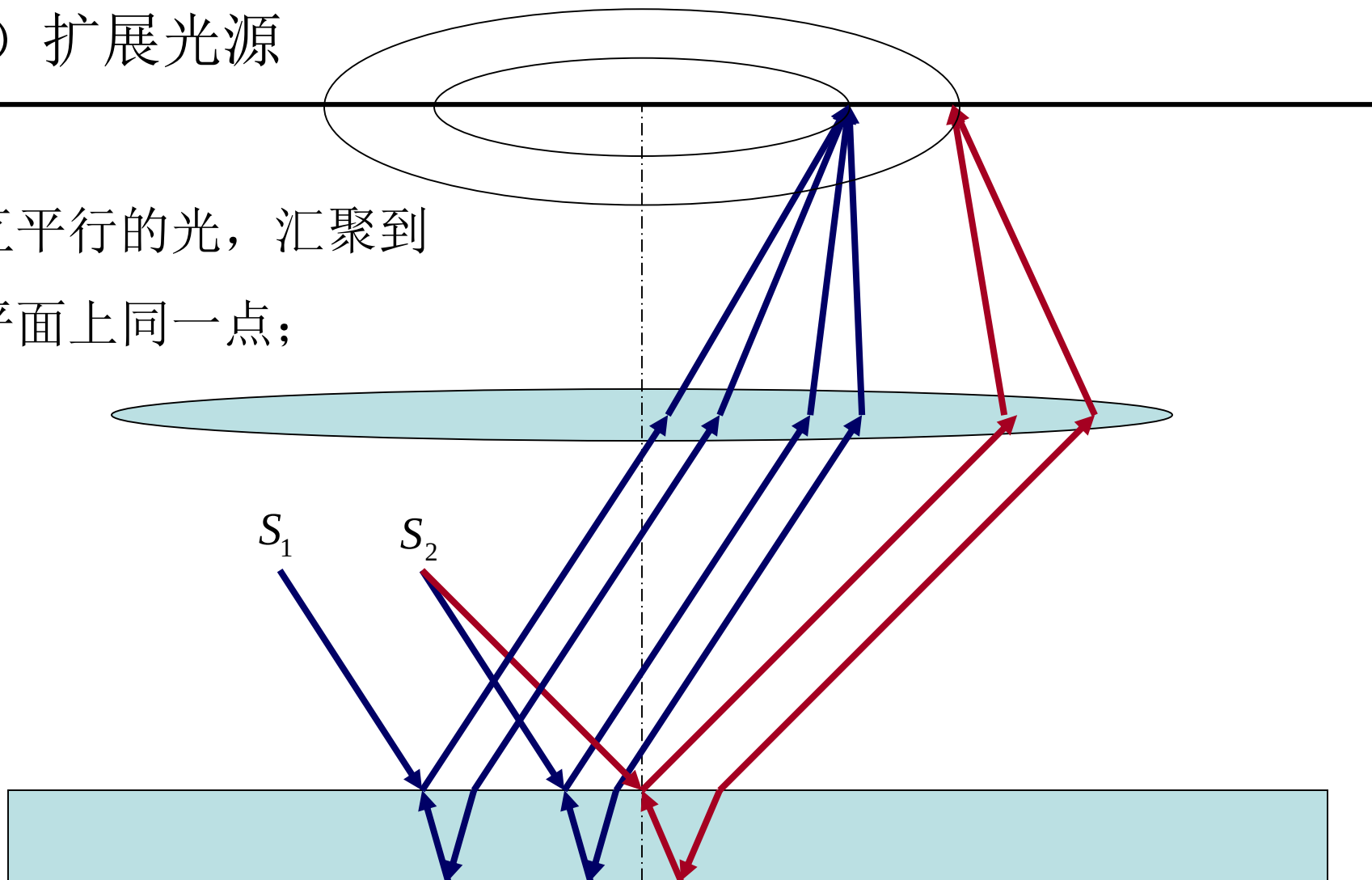
$$2n_2 h \cos i_2 = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相消} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相长} \end{cases}$$

干涉级与倾角相关

入射角（倾角）相同，对应同一干涉级，故称**等倾干涉**。

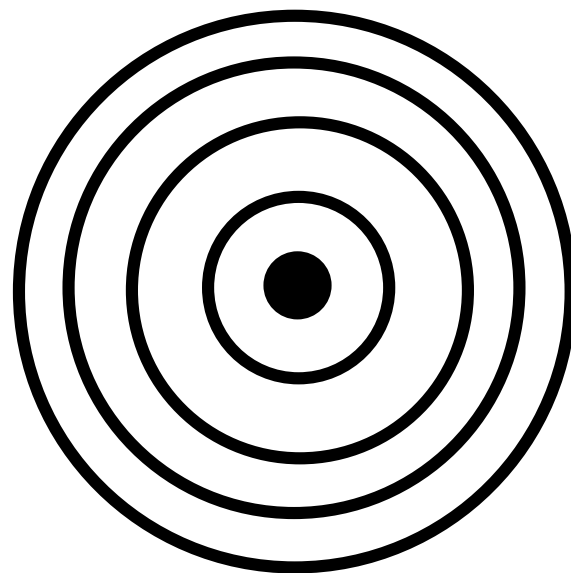
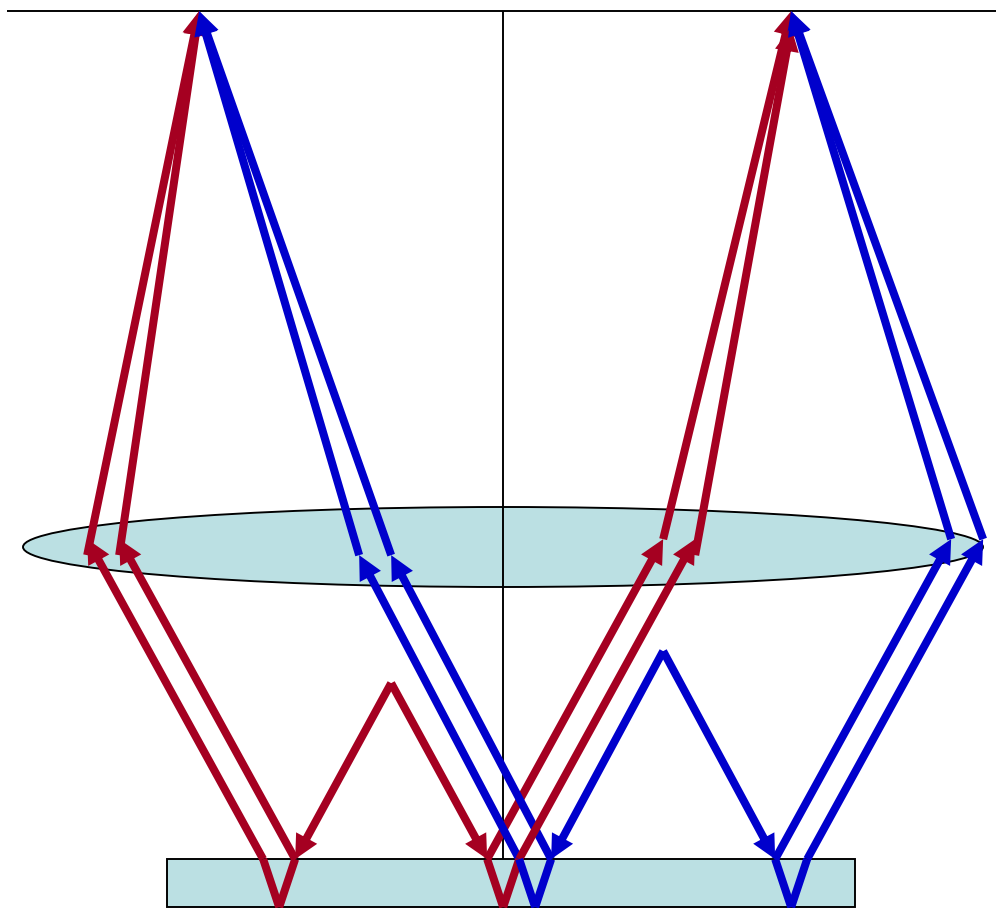
(2) 扩展光源

相互平行的光，汇聚到
焦平面上同一点；



从两不同的点光源发出的光，以相同的角度平行入射，
反射光平行，在接收屏上汇聚一点，它们光程差相等，
故干涉条纹的分布相同，**光强非相干叠加，条纹清晰。**

等倾干涉的条纹是同心圆环



入射点不同，有相同的入射角，均为同级干涉；
由系统的对称性可知，干涉条纹是同心圆环。

2. 等倾干涉条纹的特征

- 光强分布由双光束干涉是的位相差决定，
即

$$I = E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(k\delta)$$

光程差 $\delta = 2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} \pm \lambda / 2 = 2n_2h \cos i_2 \pm \lambda / 2$

$$2n_2h \cos i_2 = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相消} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相长} \end{cases}$$

(1) 中心处条纹

光垂直入射 $i_1 = i_2 = 0, \cos i_2 = 1$ 中心级数最高

$$2n_2h = \begin{cases} j\lambda & \text{暗纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{亮纹} \end{cases}$$

中心处条纹可明可暗，
由 n_2, h 决定

(2) j级条纹（亮纹）

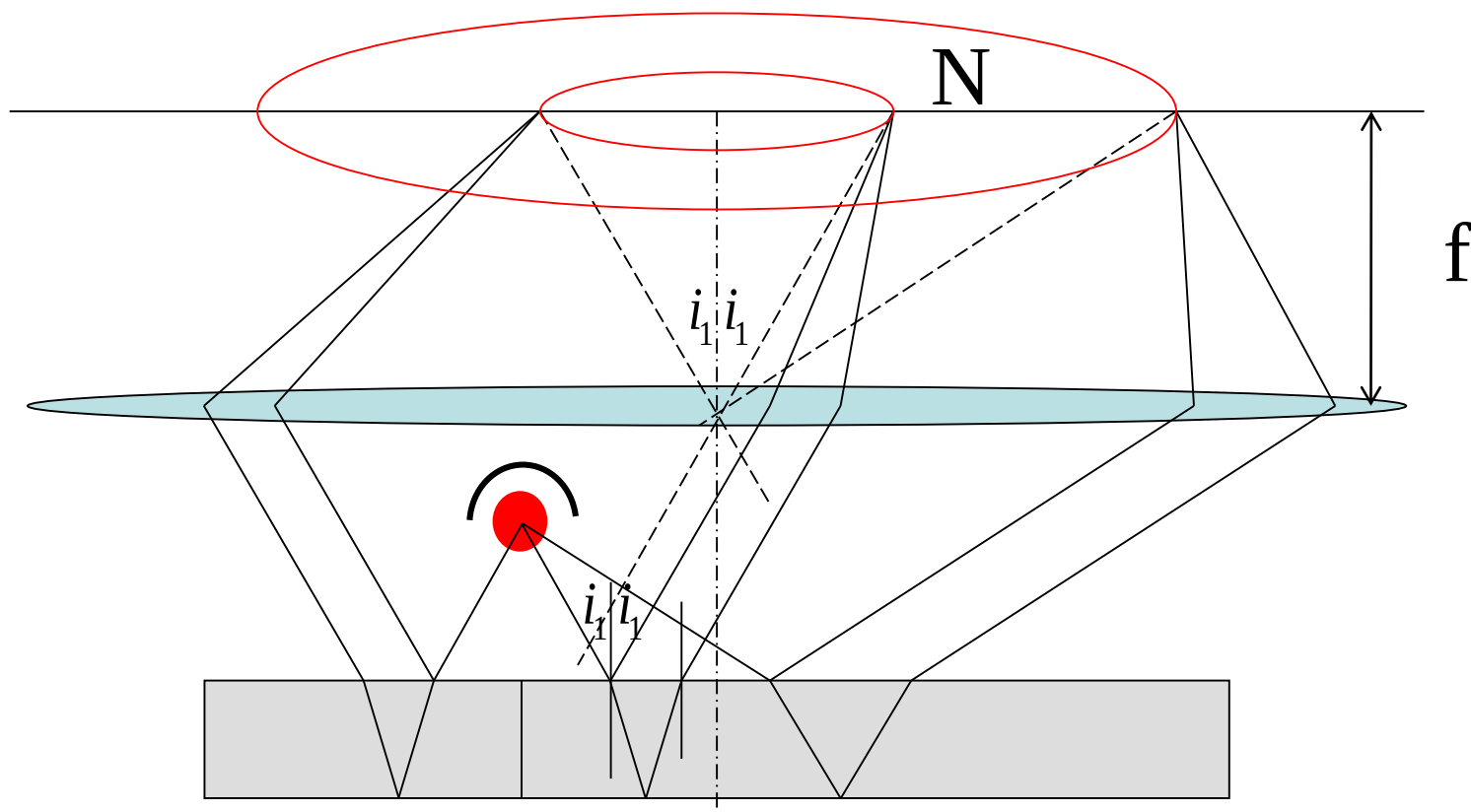
$$2n_2h \cos i_2 = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$$

(1) 对于同一条纹，即 j 不变， $\begin{cases} h \downarrow, i_2 \downarrow \rightarrow i_1 \downarrow, & \text{圆环收缩} \\ h \uparrow, i_2 \uparrow \rightarrow i_1 \uparrow, & \text{圆环膨胀} \end{cases}$

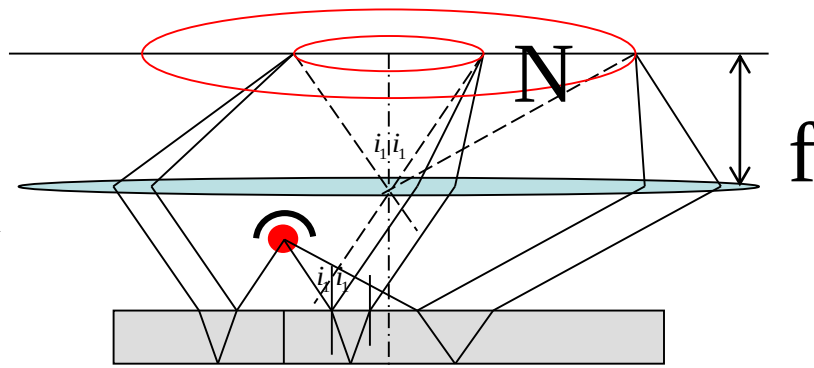
(2) 对于同一点，即 i_1 不变 $\begin{cases} h \downarrow, j \downarrow, & \text{条纹被中心吸收} \\ h \uparrow, j \uparrow, & \text{条纹从中心冒出} \end{cases}$

(3) 干涉圆环半径

屏上等倾圆环对透镜光心的张角就是入射角 i_1



$$\text{中心处 } 2n_2h = \begin{cases} j\lambda & \text{暗纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{亮纹} \end{cases} \quad j\text{级}$$



假如为亮纹，由中心处向外的第N条亮纹的干涉级为 $j' = j - N$

$$2n_2h \cos i_2 = (2j' + 1)\frac{\lambda}{2}$$

相减可得

$$2n_2h(1 - \cos i_2) = N\lambda \quad \text{角度很小时, 有 } \cos i_2 = 1 - \frac{i_2^2}{2}$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2, \rightarrow n_1 i_1 = n_2 i_2$$

得第N条亮纹的角半径（半径对透镜中心所张开的角，入射角）：

$$i_{1N} = \frac{1}{n_1} \sqrt{\frac{n_2 N \lambda}{h}}$$

相应的干涉圆环半径：

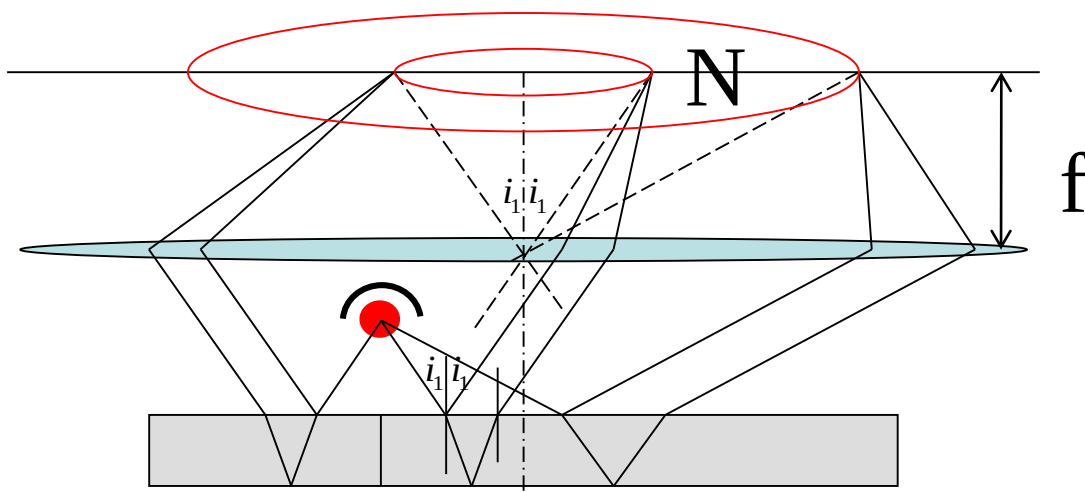
$$r_N = i_{1N} f$$

相邻亮纹的角间距：

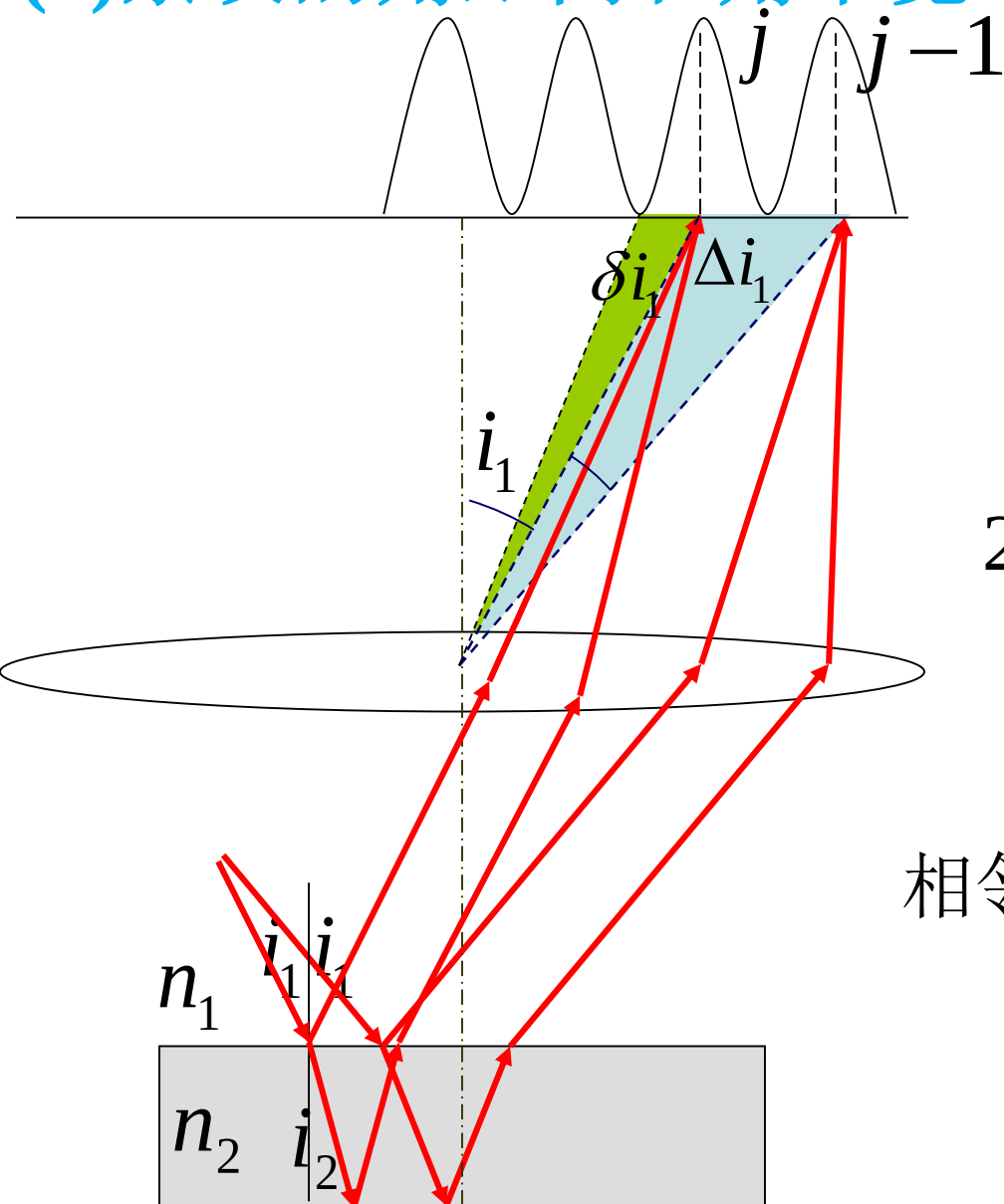
$$\Delta i_{1N} = \frac{n_2 \lambda}{2n_1^2 h i_{1N}}$$

相邻亮纹间距：

$$\Delta r_N = \Delta i_{1N} f$$



(4)条纹的角距离和角半宽



第 j 级亮条纹

$$2n_2h\cos i_2 = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$$

第 $j-1$ 级亮条纹

$$2n_2h\cos(i_2 + \Delta i_2) = (2j-1)\frac{\lambda}{2}$$

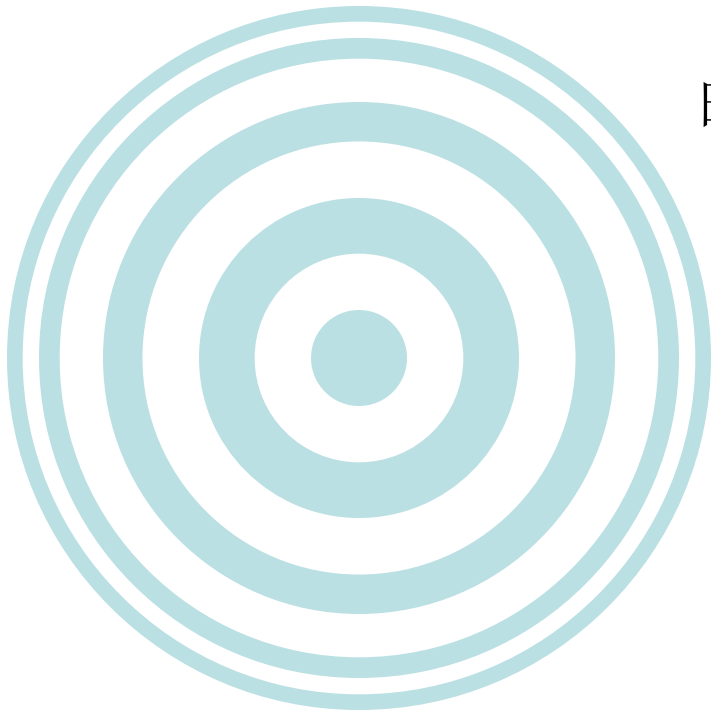
$$2n_2h\sin i_2\Delta i_2 = \lambda$$

相邻条纹间的角距离

$$\Delta i_2 = \frac{\lambda}{2n_2h\sin i_2}$$

条纹间的角半宽

(亮条纹中心到相邻暗条纹中心的角距离)



$$\text{亮纹} \quad 2n_2h \cos i_2 = (2j+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{暗纹} \quad 2n_2h \cos(i_2 + \delta i_2) = j\lambda$$

$$2n_2h \sin i_2 \delta i_2 = \lambda / 2$$

$$\delta i_2 = \frac{\lambda}{4n_2h \sin i_2}$$

膜厚增大，条纹细锐

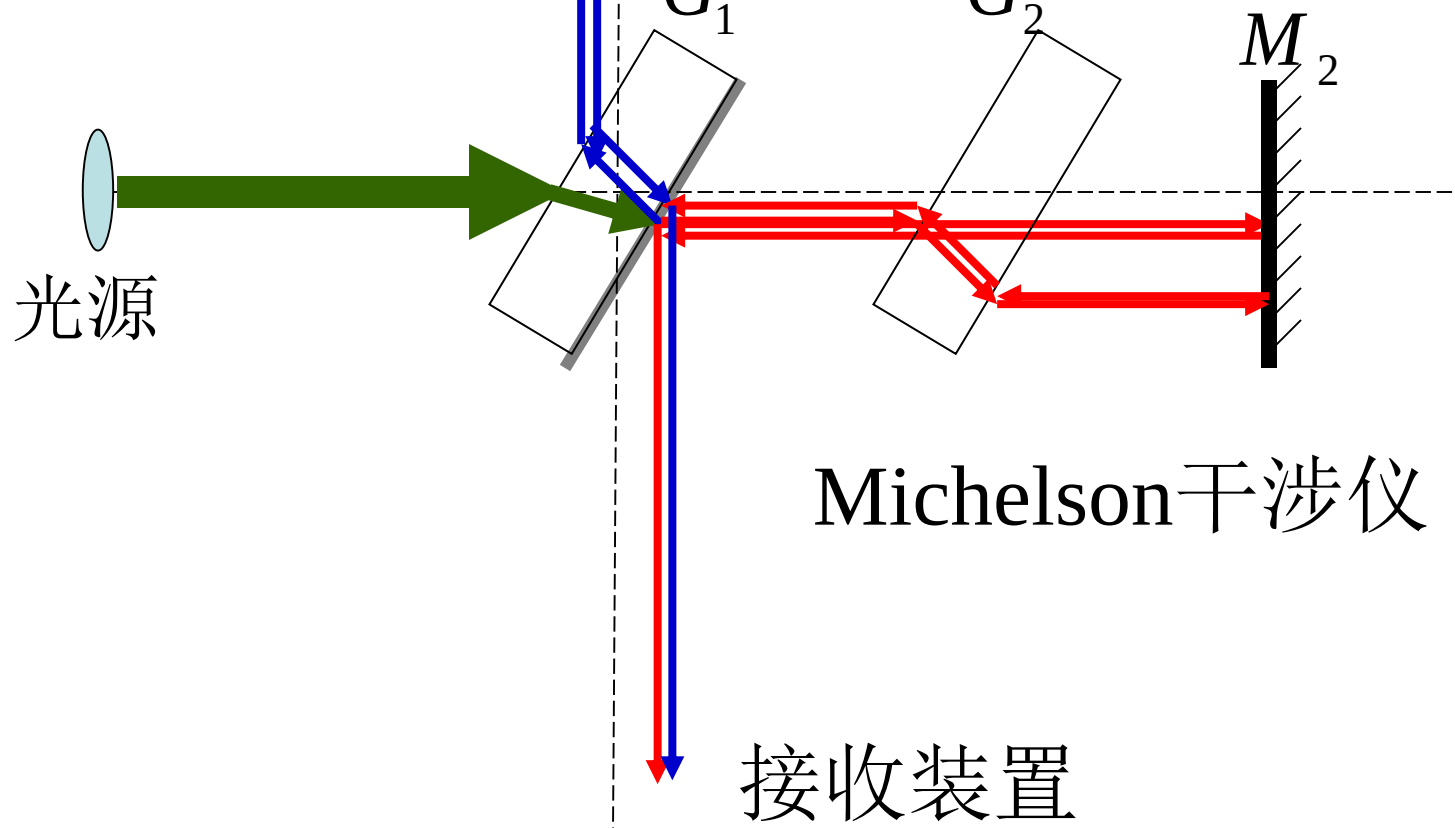
中心条纹没有周围细锐

条纹中心疏，周围密

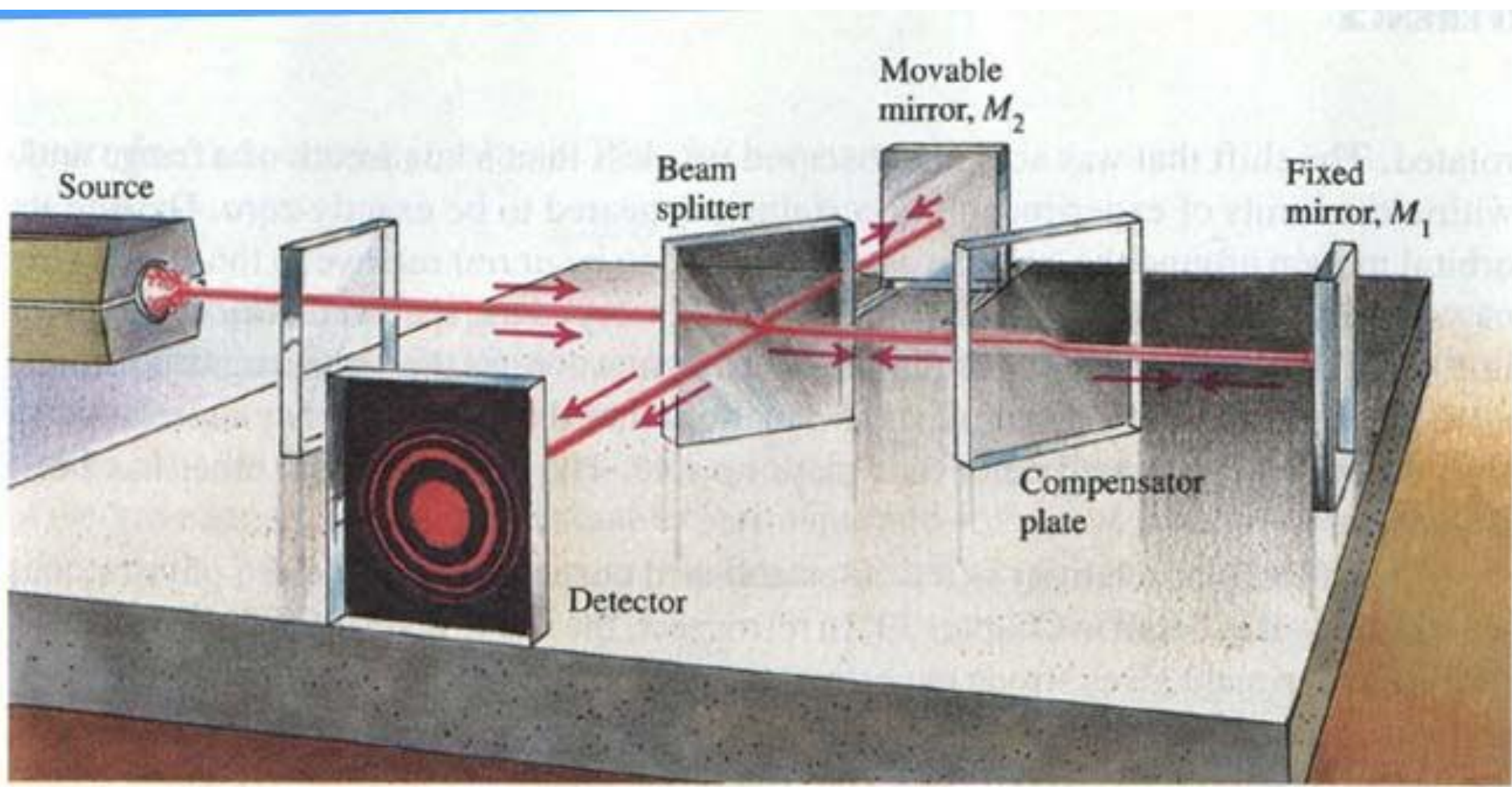
3.3.4 迈克尔逊(Michelson)干涉仪

M'_2 空气薄膜 (没有半波损失)
 M_1
$$\delta = 2h \cos i = j\lambda$$

实验装置

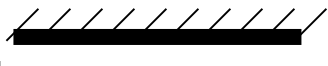


Michelson干涉仪装置示意图



实验现象：同心圆环或直条纹

M_2' 

$M_1 \perp M_2$ 等倾干涉，同心圆环 M_1 

M_1 不垂直 M_2 等厚干涉，近似直条纹

分析干涉条纹分布

平面镜很薄，不考虑折射，空气膜

$$\begin{aligned} n_1 &= n_2 = 1 \\ i_1 &= i_2 = i \end{aligned}$$

等倾或等厚干涉，（不计半波损失）

$$2h \cos i = \begin{cases} j\lambda & \text{亮纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$

中心处 $2h = \begin{cases} j\lambda & \text{亮纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$ 中心处条纹可明可暗

$$\begin{cases} h \downarrow, j \downarrow, & \text{条纹被中心吞进} \\ h \uparrow, j \uparrow, & \text{条纹从中心吐出} \end{cases}$$

吞吐一条亮纹, $\Delta h = \frac{\lambda}{2}$

吞吐N条亮纹, $\Delta h = N \frac{\lambda}{2}$ Δh 为 M_1 的移动量

条纹角距离 $\Delta i = \frac{\lambda}{2h \sin i}$

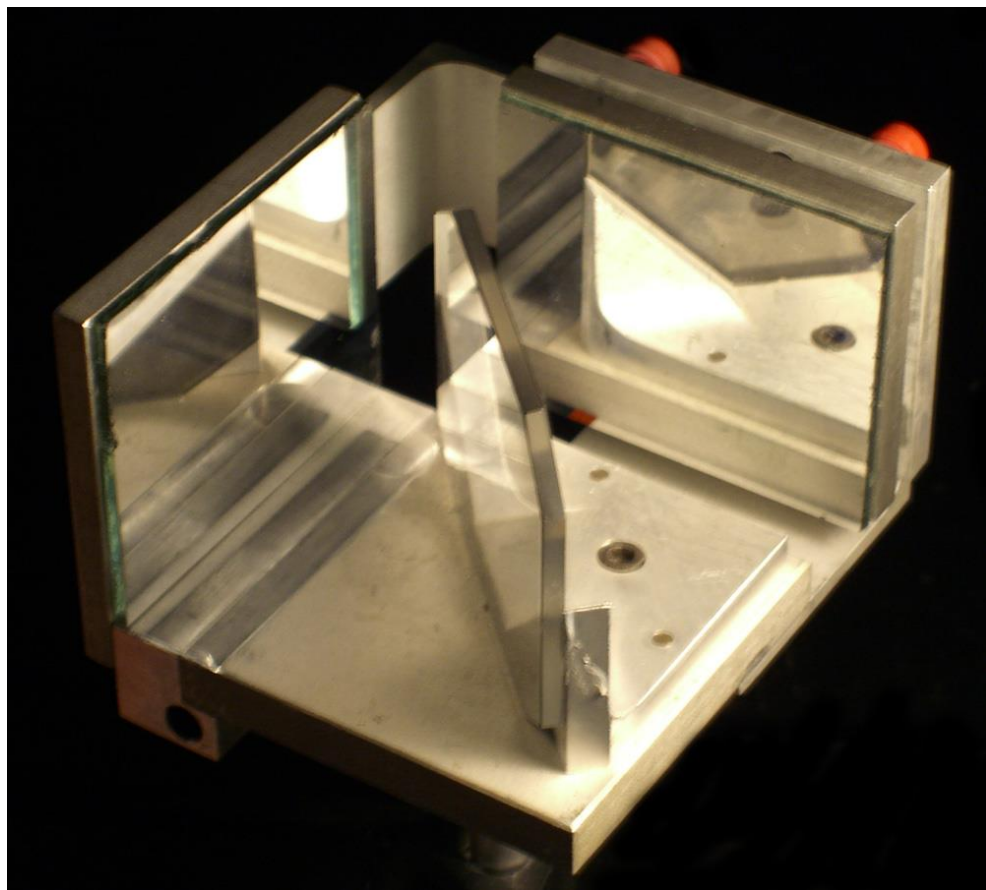
中心疏, 周围密, h不能太大

应用: 精确测量长度、波长。

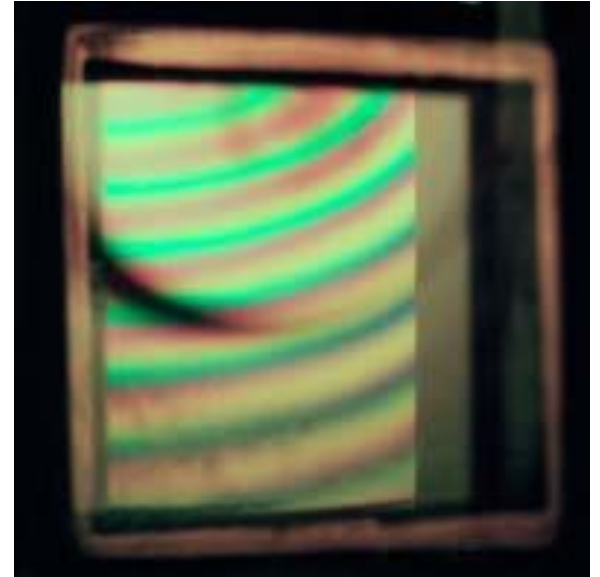
单色光 $l = N\lambda / 2$

非单色光 (测长量程) $l = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$

Na灯的干涉条纹

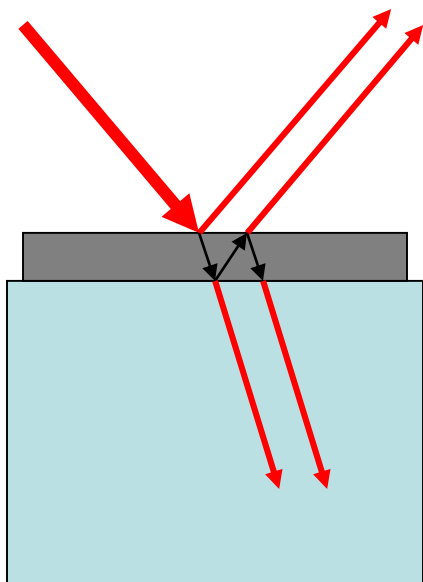


白光的干涉条纹

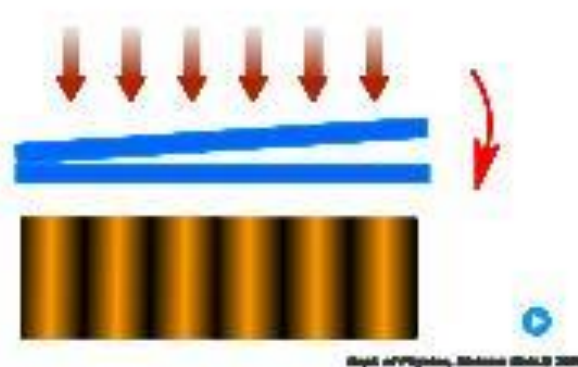


干涉滤波片和增透膜

利用干涉相长或干涉相消原理，对某些波长增透或增反，制成光学镜头或反射镜以及滤光镜。



厚度微测量



不平整度测量

本章小结

同频率、同振动方向的单色光波的叠加

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\tan \varphi = \frac{E_{01} \sin \varphi_1 + E_{02} \sin \varphi_2}{E_{01} \cos \varphi_1 + E_{02} \cos \varphi_2}$$

光的相干叠加

条件 { ω 相同
 $\Delta\varphi$ 稳定
振动方向相同或存在相互平行的振动分量

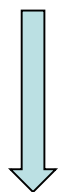
相干叠加 $\longrightarrow$ 能量在空间重新分布

相干光叠
加的强度分布:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$$

位相判据

$$\Delta\varphi = \begin{cases} 2j\pi & \text{干涉相长 亮纹} \\ (2j+1)\pi & \text{干涉相消 暗纹} \end{cases}$$



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

光程判据

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相长 亮纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相消 暗纹} \end{cases}$$

$$j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad \text{干涉级数}$$

相干光的获得

- 分波前干涉
- 分波幅干涉

杨氏双缝干涉： $x_j = j \frac{D}{d} \lambda$ 亮条纹

$x_j = (2j+1) \frac{D}{d} \frac{\lambda}{2}$ 暗条纹

$$\Delta x = x_{j+1} - x_j = \frac{D}{d} \lambda$$

分析影响条纹的疏密程度的因素

干涉的物理过程：

- 同一波列的相干叠加
- 不同波列的非相干叠加

干涉的特点：非定域干涉

分振幅干涉
(薄膜干涉) { 等倾干涉
 等厚干涉

定域干涉

半波损失

等倾干涉:

$$2n_2 h \cos i_2 = \begin{cases} j\lambda & \text{干涉相消} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉相长} \end{cases}$$

同心圆环

中心可明可暗

中间级次高

中心疏, 四周密

等厚干涉:

$$2n_2 h = \begin{cases} j\lambda & \text{相消} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{相长} \end{cases}$$

尖端为暗纹

等间距直条纹

相邻条纹间距

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2n_2 \sin \alpha}$$

分振幅干涉的装置

迈克尔逊干涉仪

(无半波损失)

等倾干涉
(同心圆环)

等厚干涉
(直条纹)

应用 (精确测量)

$$2h \cos i_1 = \begin{cases} j\lambda & \text{亮纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$

(空气膜)

$$2h = \begin{cases} j\lambda & \text{亮纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \quad n_1 = n_2 = 1$$

牛顿环

反射光
(半波损失)

折射光

(无半波损失)

$$2h = \begin{cases} j\lambda & \text{暗纹} \\ (2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{亮纹} \end{cases}$$
$$r_j = \sqrt{jR\lambda}$$
$$r_j = \sqrt{(j+1/2)R\lambda}$$

与上相反