# 第三章 光的干涉

光的干涉初步分析

光的相干叠加 相干条件

杨氏干涉（分波前干涉）

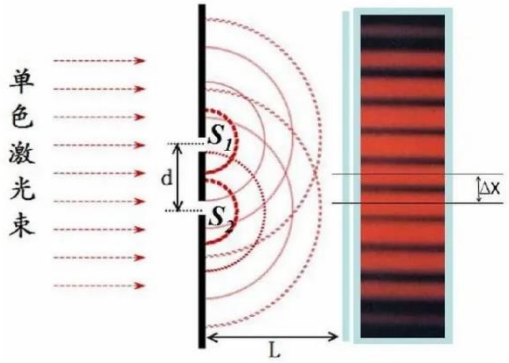
薄膜干涉（分振幅干涉）

干涉装置

# 3.1　光的干涉初步分析

## 3.1.1　光的干涉现象

两列光波空间相遇叠加后出现黑白或彩色条纹



## 3.1.2 两单色光波叠加

对于同频率、同振动方向的单色光波的叠加

1．代数法:瞬时值相加

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega t - \varphi_1(P)) \quad E_2 = E_{02}\cos(\omega t - \varphi_2(P))$$

合振动 $E = E_1 + E_2 = E_0\cos(\omega t - \varphi(P))$

满足 $\cos\omega t$ $\sin\omega t$ 系数相等

可得 振幅 $E_0^{\ 2} = E_{01}^{\ 2} + E_{02}^{\ 2} + 2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

位相 $$\tan\varphi = \frac{E_{01}\sin\varphi_1 + E_{02}\sin\varphi_2}{E_{01}\cos\varphi_1 + E_{02}\cos\varphi_2}$$

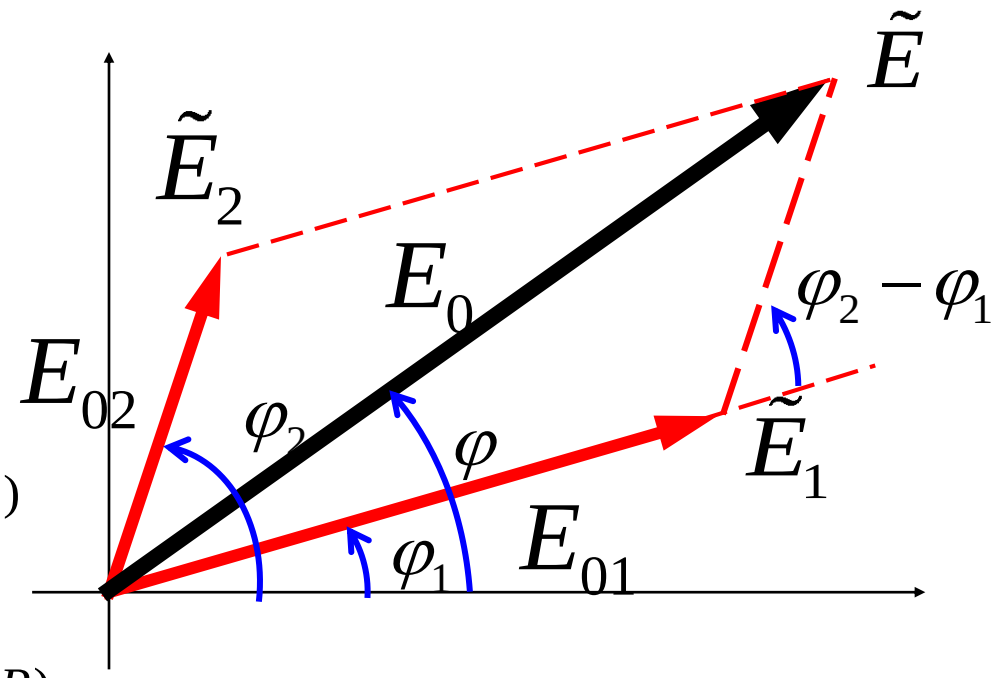
叠加之后，仍是定态光波

## 2．振幅矢量法:复振幅的矢量相加

（复数法略）

在复空间中，复振幅用矢量表示

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2$$

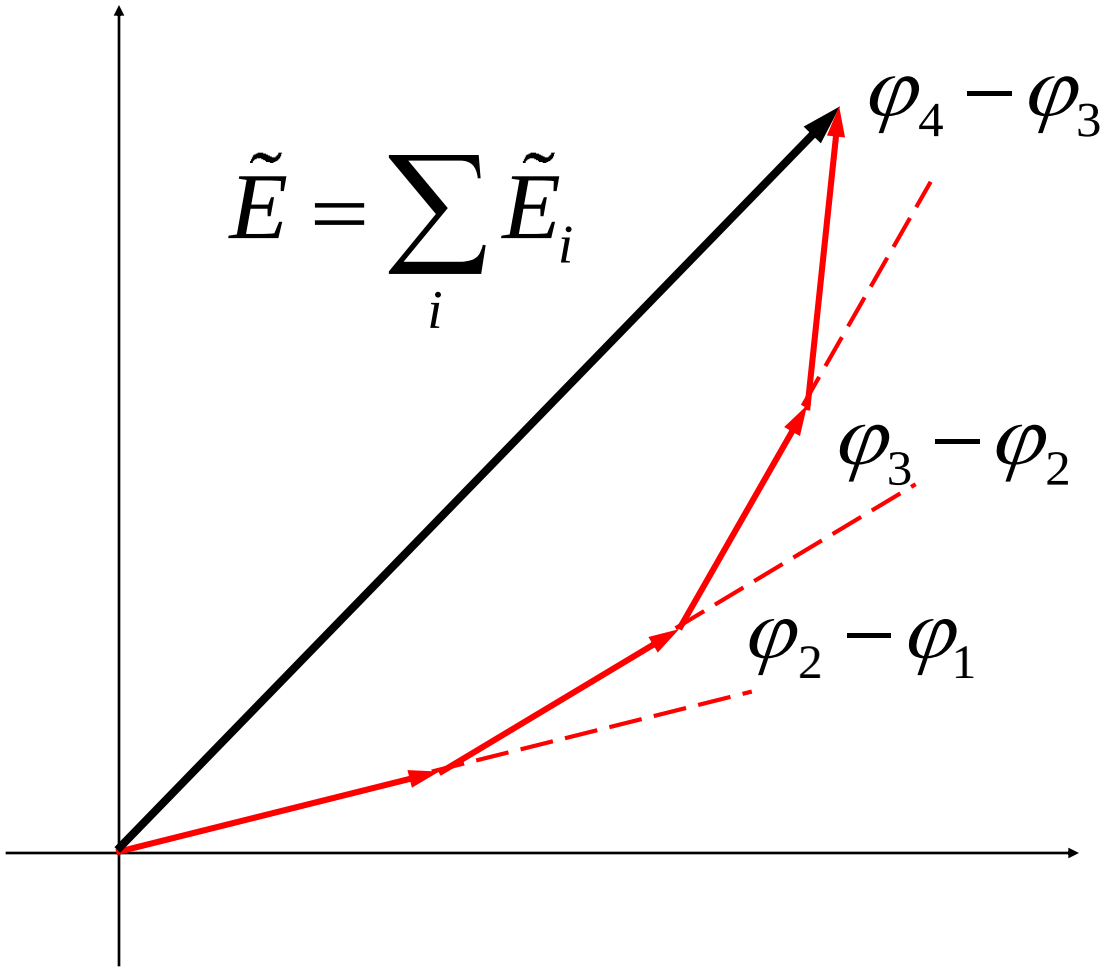



$$\tilde{E}_1(P) = E_{01}(P)e^{i\varphi_1(P)}$$

$$\tilde{E}_2(P) = E_{02}(P)e^{i\varphi_2(P)}$$

$$\tilde{E}(P) = E_0(P)e^{i\varphi(P)}$$

# 连续多个振幅矢量的叠加




各个矢量首尾相接，夹角为相应的位相差

# 3.1.3　光的相干叠加和相干条件

光的相干叠加

⇩

**光的干涉**：当两束或两束以上的光波在**一定的条件下**相遇而叠加，引起**光强**在空间的**重新分布**，出现了明暗相间或彩色的条纹。

光的干涉现象：太阳光下的彩色油膜，肥皂泡

能发生干涉的光叫相干光

# 3.1.4 光波的叠加的强度

（同频率、同振动方向的光波叠加）

$$E_0^{\ 2} = E_{01}^{\ 2} + E_{02}^{\ 2} + 2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\tan\varphi = \frac{E_{01}\sin\varphi_1 + E_{02}\sin\varphi_2}{E_{01}\cos\varphi_1 + E_{02}\cos\varphi_2}$$

是瞬时值的叠加

- 可见光的频率是$10^{14}$ Hz（T~$10^{-14}s$），其变化周期比仪器的响应时间 $\Delta t \sim 10^{-9}s$ 小得多
- 光强的测量值只能是一定时间内的平均值
- 定态光波的光强，就是电场强度振幅平方的平均值

在观察时间或仪器响应时间 $\tau$ 内 $(\tau >> T)$

$$I = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} E_0{}^2 \mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} [E_{01}{}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)]\mathrm{d}t$$

$$= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\cos\Delta\varphi \mathrm{d}t$$

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ 两列波在空间P点的**位相差**

两列波在空间P点位相差的讨论

1、$\Delta\varphi$在观察时间内不是定值，而是随时间改变，是时间的随机函数

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi(t)$$

则 $\cos\Delta\varphi$ 在[−1，1]随机取值

$$\int_0^{\tau} \cos\Delta\varphi \mathrm{d}t = 0$$

这时 $I = E_{01}^2 + E_{02}^2$

$$I = I_1 + I_2$$

是两列光的强度简单相加，没有干涉现象，或者说它们是不相干的。如普通光源

2、$\Delta\varphi$在观察时间内不随时间改变

$$\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\cos\Delta\varphi\mathrm{d}t=\cos\Delta\varphi$$

$$I=E_{01}^2+E_{02}^2+2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi\neq I_1+I_2$$

$\Delta\varphi$只与空间位置有关，即不同的空间点具有不同的位相差，因而$\cos\Delta\varphi$有不同的数值。

即两列波在空间不同的地点有不同的位相差，叠加后有不同的强度，光场有明暗分布，出现**干涉**现象。

$2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi$　　干涉项

1) $\Delta\varphi = 2j\pi \qquad \cos\Delta\varphi = 1 \qquad j = 0, \pm1, \pm2\ldots$

$$I = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} = (E_{01} + E_{02})^2$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} > I_1 + I_2$$

**干涉相长**

**对应亮纹**

2) $\Delta\varphi = (2j+1)\pi \qquad \cos\Delta\varphi = -1$

$$I = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} = (E_{01} - E_{02})^2$$

$$= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} < I_1 + I_2$$

**干涉相消**

**对应暗纹**

两列波在空间相遇，使得光的能量重新分布，出现明暗条纹，称为干涉现象。

能够产生干涉现象的光，称为**相干光**

干涉的位相判据：

$$\begin{cases} \Delta\varphi = 2j\pi & \text{干涉相长} \quad \text{亮纹} \\ \Delta\varphi = (2j+1)\pi & \text{干涉相消} \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

$$j = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

$$I = E_{01}^{2} + E_{02}^{2} + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi$$

干涉场的空间光强分布随位相差的取值不同而处于干涉相长和干涉相消的光强之间。

## 3.1.5 光的相干条件

（1） ω相同——必要条件

（2）Δφ稳定——干涉花样的稳定性

（3）振动方向相同

或存在相互平行的振动分量 ——矢量波

# 3.1.6 干涉条纹的反衬度（可见度）

## 1. 几个概念

干涉场：两列或多列相干光波交叠区域。

干涉花样：干涉场中光强随空间位置的分布。

等强度面：强度相等的点构成的三维空间的曲面。

当$\Delta\varphi$随空间位置变化具有周期性时，

干涉场的光强变化亦具有周期性。

## 2. 条纹的反衬度 （条纹清晰程度的表征）

- 反衬度的定义：在接收屏上一选定的区域中，取光强最大值和最小值，有

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$I_{\min} = 0 \Longrightarrow \gamma = 1$ 条纹清晰

$I_{\min} \sim I_{\max} \Longrightarrow \gamma = 0$ 条纹不清晰

$$I_{\max} = (E_{01} + E_{02})^2, I_{\min} = (E_{01} - E_{02})^2$$

$$\gamma = \frac{2E_{01}E_{02}}{E_{01}^{2}+E_{02}^{2}} = \frac{2\dfrac{E_{01}}{E_{02}}}{1+\left(\dfrac{E_{01}}{E_{02}}\right)^{2}}$$

- 当$E_{01}=E_{02}$时， $\gamma$ =1，反衬度最大

- 当 $E_{01} \ll E_{02}$,或$E_{02} \ll E_{01}$ 时，

即$E_{01}$ 、 $E_{02}$ 相差悬殊时， $\gamma$ =0，反衬度最小

若记 $I_0 = I_1 + I_2 = E_{01}^2 + E_{02}^2$

则干涉后光波的光强分布为

$$I = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi$$

$$= (E_{01}^2 + E_{02}^2)[1 + \frac{2E_{01}E_{02}}{E_{01}^2 + E_{02}^2}\cos\Delta\varphi]$$

$$= I_0(1 + \gamma\cos\Delta\varphi) \qquad \gamma = \frac{2E_{01}E_{02}}{E_{01}^2 + E_{02}^2}$$

——双光束干涉中光强分布的另一种标量表达式

# 3.1.7 两个相干球面波的干涉

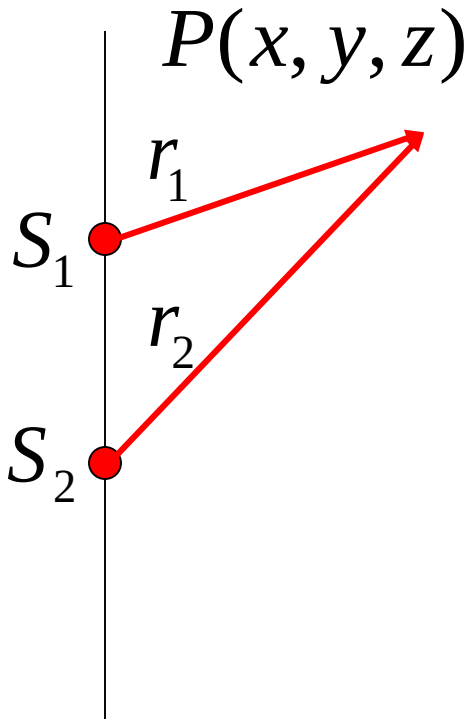
## 两个相干点光源的干涉

球面波，在场点P相遇。

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega t - k_1 r_1 + \varphi_{01})$$

$$E_2 = E_{02}\cos(\omega t - k_2 r_2 + \varphi_{02})$$

$E_{01} \approx E_{02}$




在P点干涉条纹的明暗由位相差决定，

可令 $\varphi_{01} = \varphi_{02}$

$$\Delta\varphi = k_2 r_2 - k_1 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$$

$\lambda_0$为真空波长，一般 $\lambda_0 \to \lambda$

光程差 $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$

由**位相判据**

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1) = \begin{cases} 2j\pi & \text{干涉相长 亮纹} \\ (2j+1)\pi & \text{干涉相消 暗纹} \end{cases}$$

⇩

**光程判据**

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 = \begin{cases} 2j\dfrac{\lambda}{2} = j\lambda & \text{干涉相长 亮纹} \\ (2j+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉相消 暗纹} \end{cases}$$

$j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\ldots$ 干涉级数

如果在真空中 $n_1 = n_2 = 1$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$\delta = r_2 - r_1$$

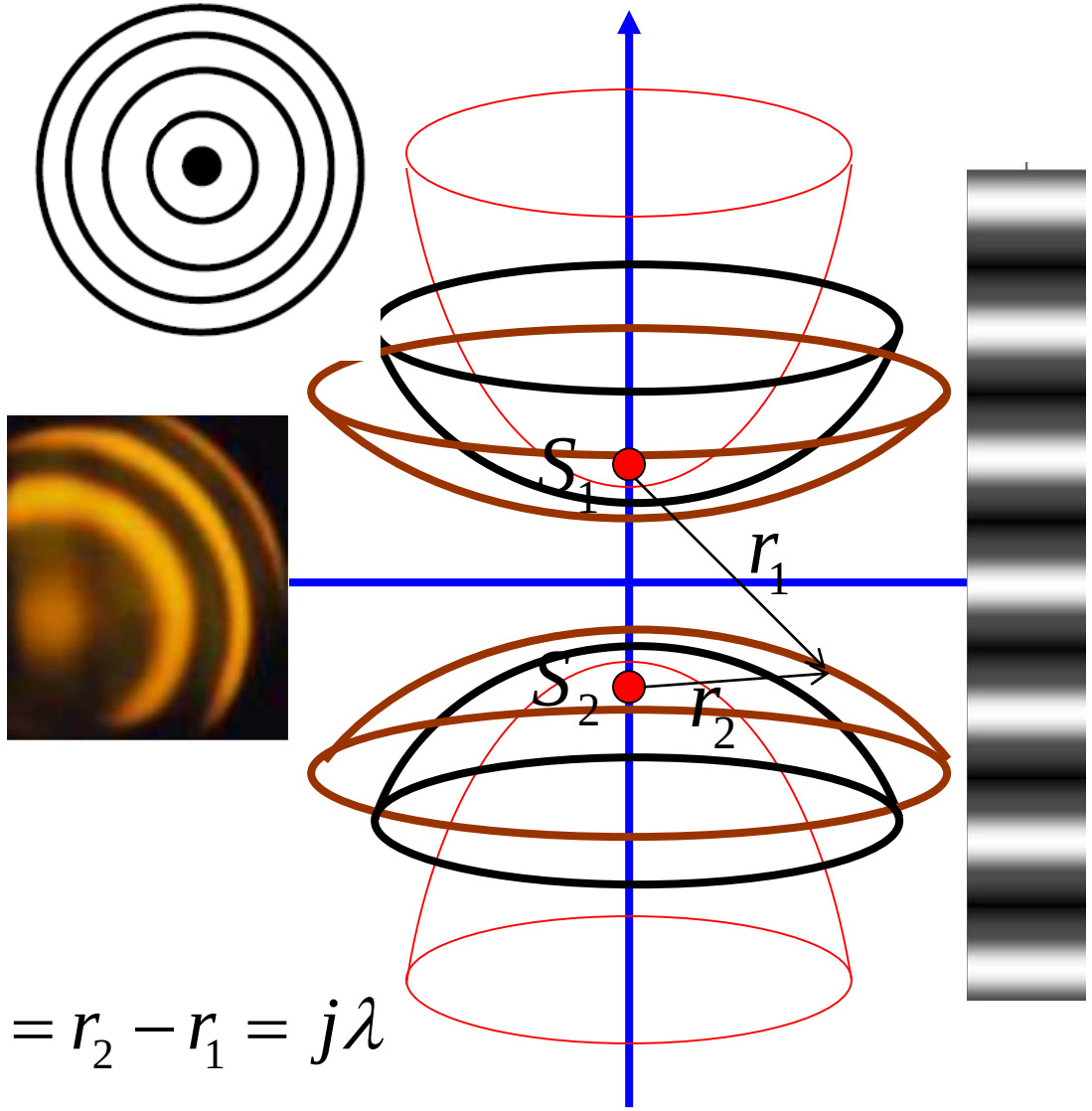
干涉相长 $$\delta = r_2 - r_1 = j\lambda$$

干涉相消 $$\delta = r_2 - r_1 = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

# 干涉花样：

交错的亮条纹和暗条纹在空间形成一系列双叶旋转双曲面。在平面接收屏上为一组双曲线，明暗交错分布。




**干涉条纹为非定域的，空间各处均可见到。**

$$\delta = r_2 - r_1 = j\lambda$$

$$\delta = r_2 - r_1 = (2j+1)\frac{\lambda}{2} \qquad j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

# 3.2. 杨氏干涉 （分波前干涉）

相干光有一定的条件，普通光源是不相干的

1、普通光源是自发辐射

2、即使频率相等，也是非相干的

3、所发出的波列之间相位无关联

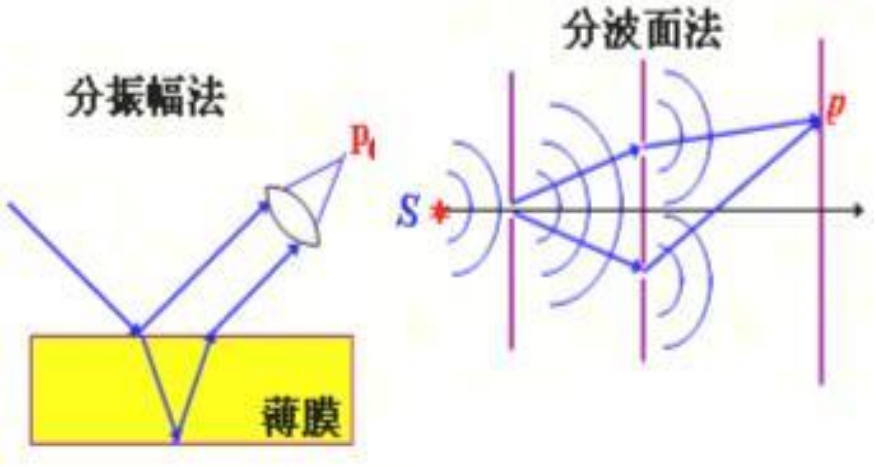
光源中大量的原子，间歇、随机发光。
不同原子发出的光波是不相干的。
同一原子在不同时刻所发出的光波也是不相干的。

各处光强均匀，没有明暗分布，没有干涉

# 3.2.1 相干光的获得

- 如果将同一列波都分为几部分，经过不同的路径传播，然后进行叠加
- 这几部分是相干的，所以是相干叠加，就可以实现干涉

分波列法
- 分波前法
- 分波幅法

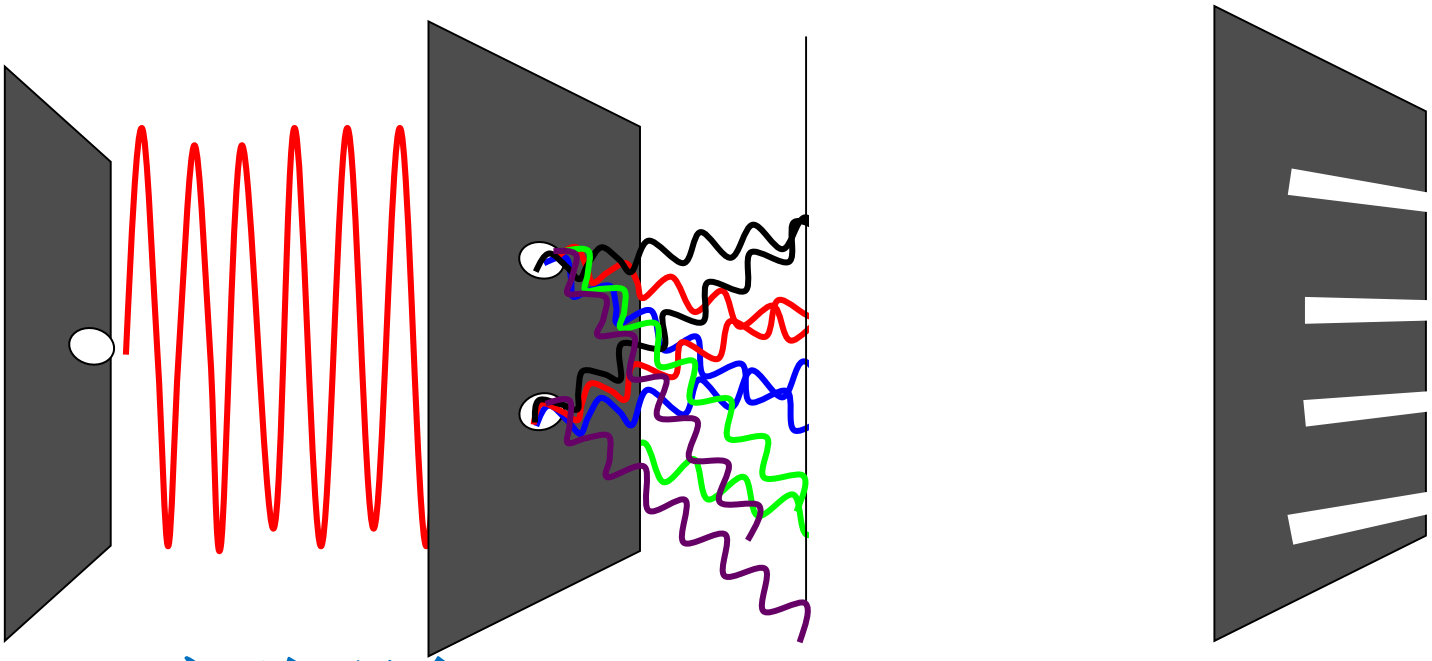



分波前法：将光源的波前分割成为两部分，使之通过两个光具组，经反射、折射或衍射后交叠起来，在一定的区域内产生干涉。

# 3.2.2 杨氏双缝干涉

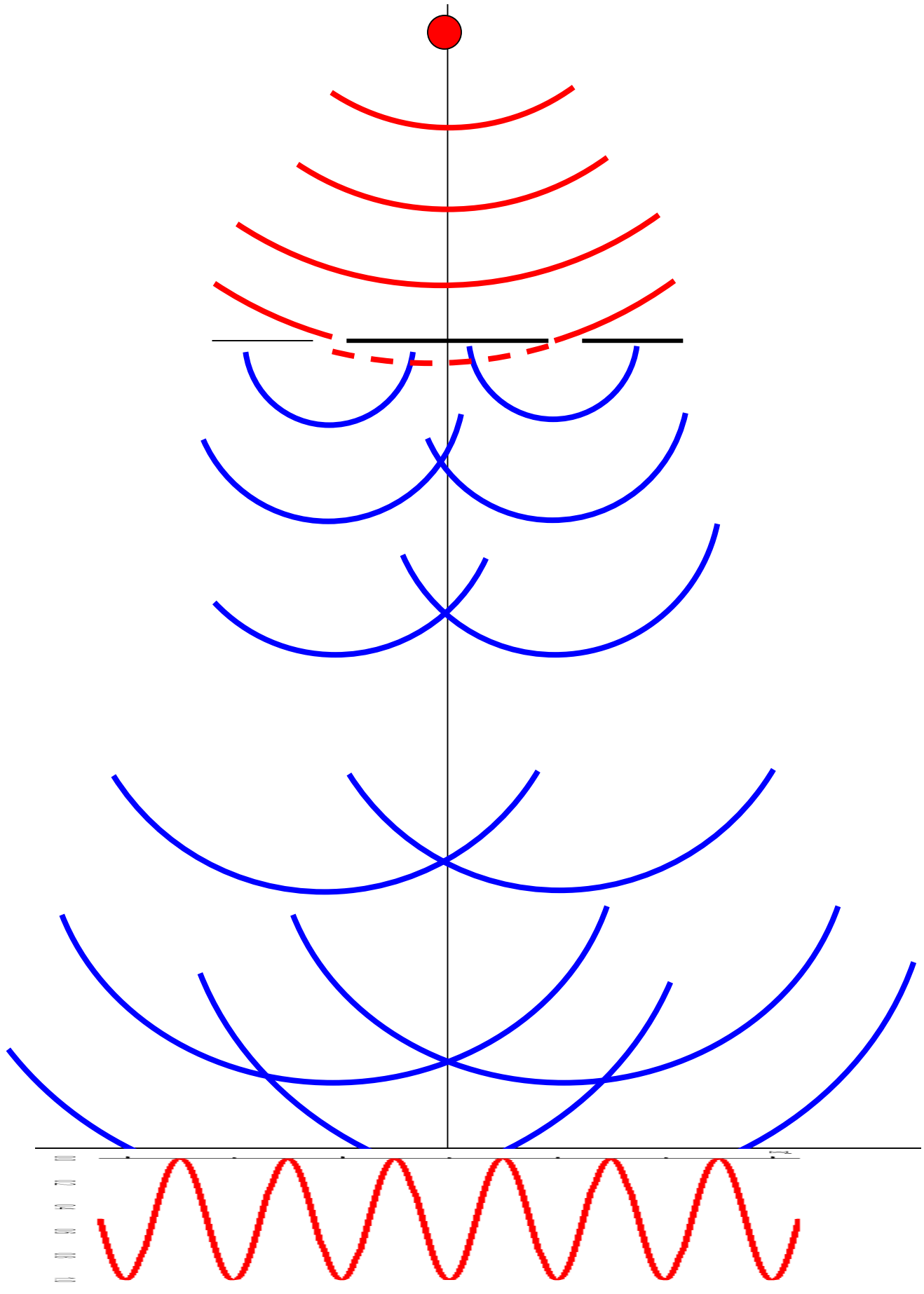
## 1. 实验装置

- 挡板上的孔、缝将一列波分成了几列
- 是相干光，进行干涉



## 2. 实验现象：

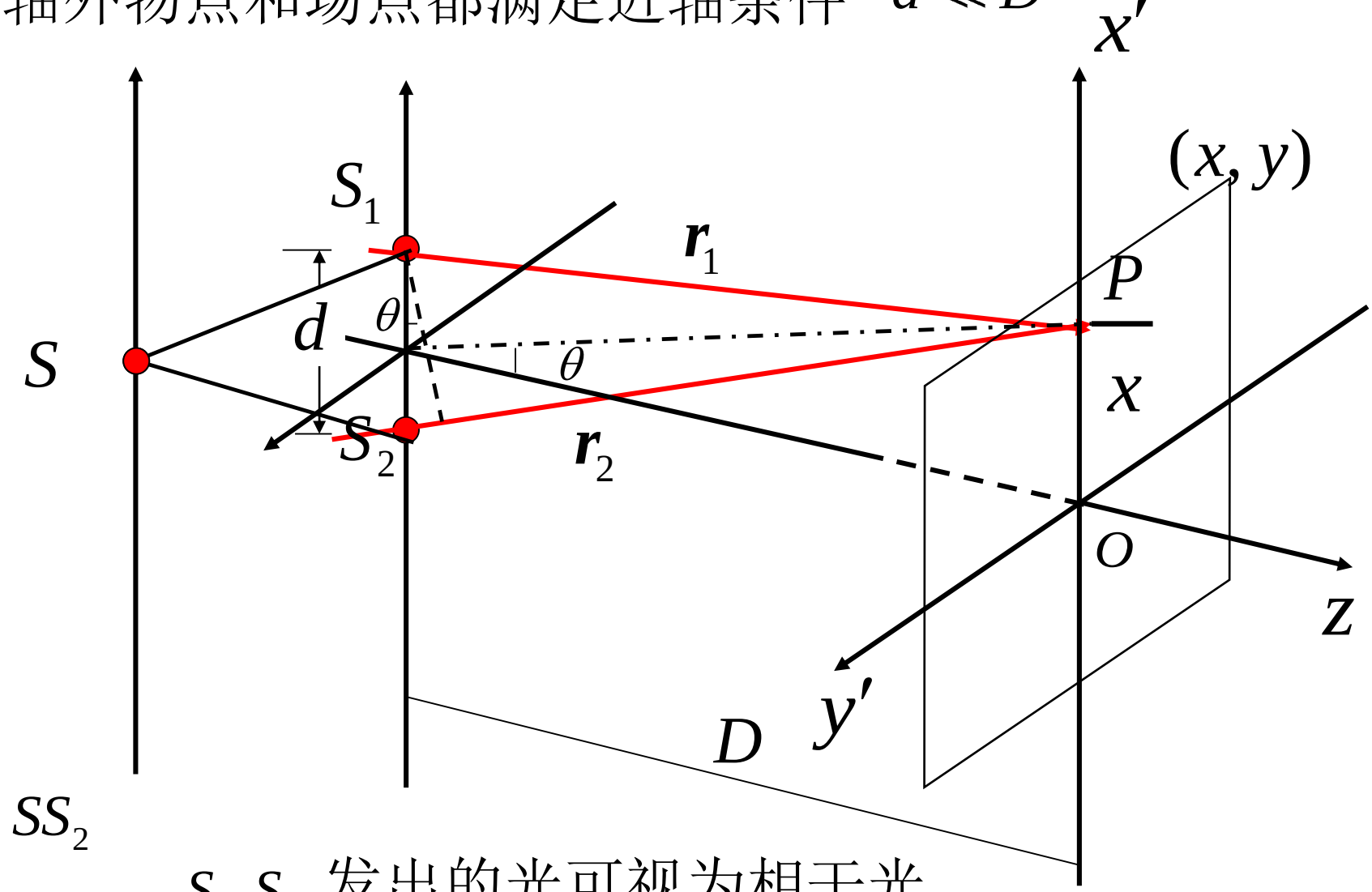
接收屏上出现相互平行、明暗相间、等间距的直条纹



## 3. 分析、解释　　杨氏双缝干涉花样分布

$d \sim mm$　　$D \sim 10^1 m$

- 轴外物点和场点都满足近轴条件　$d \ll D$

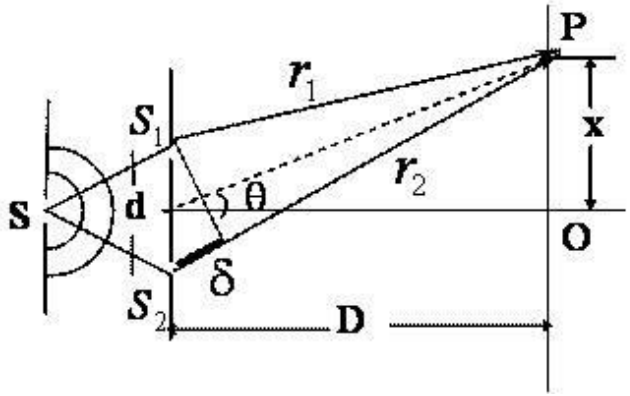



$SS_1 = SS_2$

$S_1, S_2$ 发出的光可视为相干光

- $S_1, S_2$ 发出的光在屏上叠加后的光强由其位相差决定

因 $SS_1 = SS_2$ $S_1, S_2$ 处的光等位相。




用光程差判据

$$\delta = r_2 - r_1 = \begin{cases} 2j\dfrac{\lambda}{2} = j\lambda & \text{亮纹} \\ (2j+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$

P点位置不同，有明暗差异。

近轴条件下

$$\begin{cases} \delta = r_2 - r_1 = d\theta \\ x = D\theta \end{cases} \Rightarrow \quad x = \frac{D}{d}(r_2 - r_1)$$

带入光程差判据，得

相长干涉（亮条纹）

$$x_j = j\frac{D}{d}\lambda$$

$\Rightarrow$ 明暗相间

相消干涉（暗条纹）

$$x_j = (2j+1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2}$$

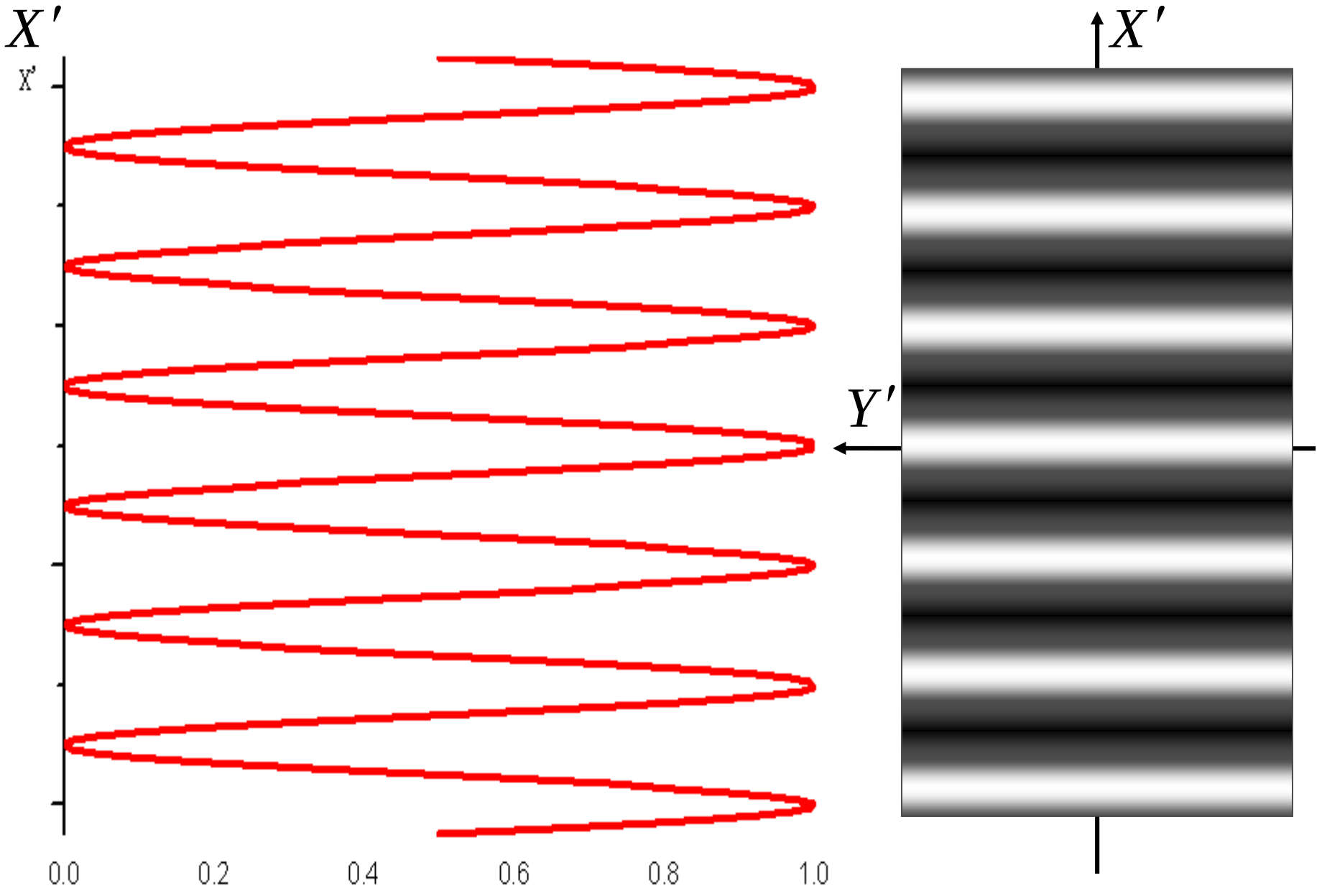
中心处 $j = 0, x = 0$ 亮纹

**条纹的疏密程度**

亮纹间隔 $\Delta x = x_{j+1} - x_j = \frac{D}{d}\lambda$

暗纹间隔 $\Delta x = x_{j+1} - x_j = \frac{D}{d}\lambda$

一系列等间隔的平行直条纹


X′
X'
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
X′
Y′

# 影响条纹的疏密程度的因素

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

**1. d, D固定（杨氏装置一定）**

$\lambda \uparrow, \Delta x \uparrow$　　条纹清晰

$\lambda \to 0, \Delta x \to 0$　　短波极限，几何光学

**2. $\lambda$, D固定，**

$d \downarrow, \Delta x \uparrow$　　条纹清晰

**3. $\lambda$ , d固定，**

$D \uparrow, \Delta x \uparrow$　　条纹清晰

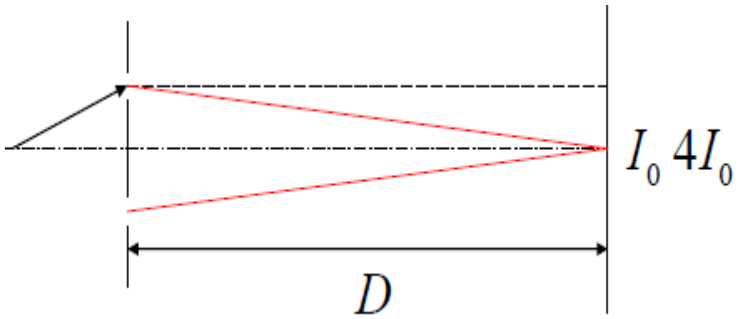
# 3.2.3 强度分布

$$\triangle\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\triangle\varphi$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x)$$

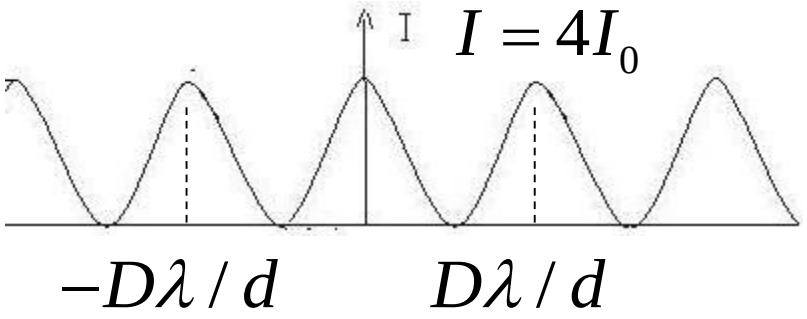
$$\delta = r_2 - r_1 = d\theta = \frac{dx}{D}$$




若 $I_1 = I_2 = I_0$

$$I = 2I_0 + 2I_0\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x)$$

$$= 4I_0\cos^2(\frac{\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x)$$




$$x = m\frac{D\lambda}{d}, I = 4I_0 \qquad x = (2m+1)\frac{D\lambda}{2d}, I = 0 \qquad m = 0, \pm1, \pm2\ldots$$

屏上光强最大处为 $4I_0$，是两光直接叠加的2倍；最小处为零。光强在空间进行重新分布。

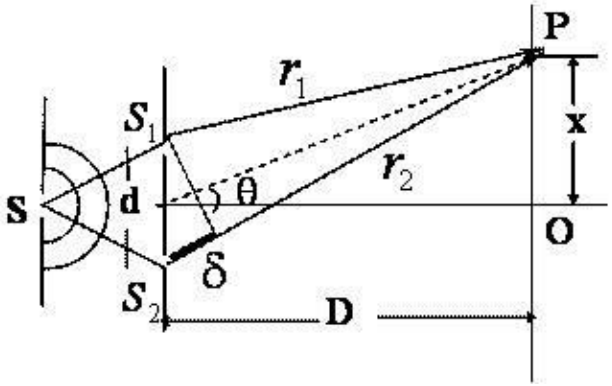
## 3.2.4 干涉的特点

- 干涉是一列一列分立的光波之间的相干叠加
- 干涉的结果，使得光的能量在空间重新分布，形成一系列明暗交错的干涉条纹。
- 干涉之后的光波场仍然是定态波场
- 干涉是非定域的，接收屏在各处可看到条纹。

## 3.2.5 几点讨论

### 1. 两列波的初位相不同

$$\triangle\varphi = \triangle\varphi_0 + \triangle\varphi' \qquad \triangle\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$




以亮纹为例

$$\delta = r_2 - r_1 + \delta' = j\lambda \quad \Rightarrow \quad r_2 - r_1 = j\lambda - \delta'$$

亮纹位置

$$x_j = \frac{D}{d}(j\lambda - \delta') = \frac{D}{d}j\lambda - \frac{D}{d}\delta'$$

条纹间距 $\triangle x = \frac{D}{d}\lambda$

条纹移动，间距不变

## 2. 非单色光入射 $(\lambda \to \lambda + \Delta\lambda)$

中央零级 $x = 0, j = 0$ $x_j = \dfrac{D}{d} j\lambda$ 对任意波长，零级条纹不变

任意j级

亮纹

$$\begin{cases} x_j(\lambda) = \dfrac{D}{d} j\lambda & \text{短波j级亮纹位置} \\ x_j(\lambda + \Delta\lambda) = \dfrac{D}{d} j(\lambda + \Delta\lambda) & \text{长波j级亮纹位置} \end{cases}$$

j级亮纹展宽

$$x_j(\lambda + \Delta\lambda) - x_j(\lambda) = \frac{D}{d} j\Delta\lambda$$

当 $x_{j'}(\lambda + \Delta\lambda) = x_{j'+1}(\lambda)$

长波的 $j'$ 级亮纹和短波的 $j'+1$ 级亮纹重合

$j'$ 级暗纹被亮纹全覆盖

视场一片明亮

即 $$j'\frac{D}{d}(\lambda+\triangle\lambda)=(j'+1)\frac{D}{d}\lambda$$

$$\Rightarrow \quad j'=\frac{\lambda}{\triangle\lambda}$$

$j'$ 后 条纹不可分辨

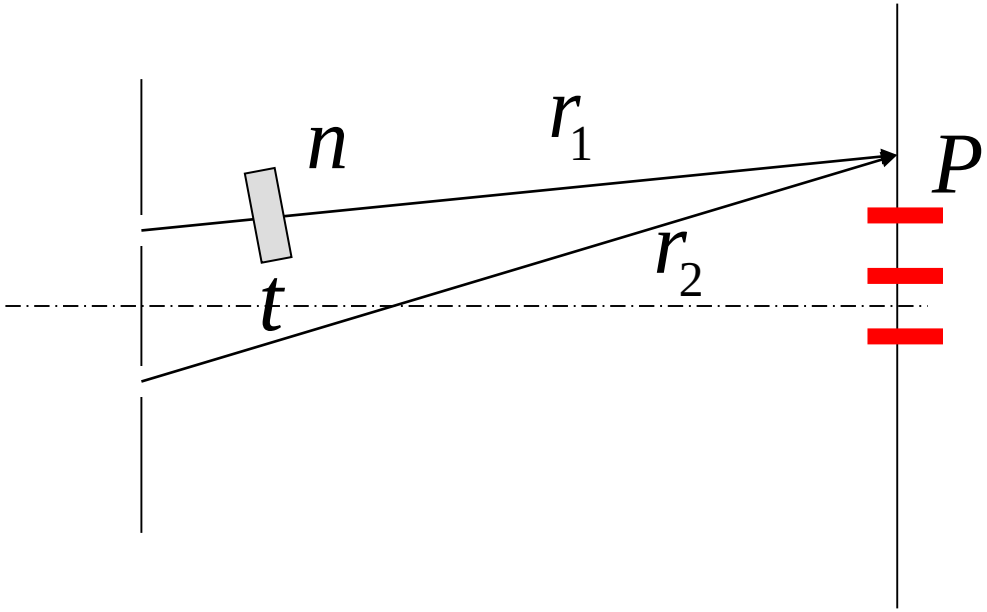
**最大相干光程差：**

$$\delta=r_2-r_1=j'\lambda=\frac{\lambda^2}{\triangle\lambda}$$

# 3.光源和接收屏之间充满介质(折射率为n)

则亮条纹位置为 $x_j = j\dfrac{D}{d}\dfrac{\lambda}{n}$

相邻亮（暗）条纹间隔 $\Delta x = \dfrac{D}{d}\dfrac{\lambda}{n}$



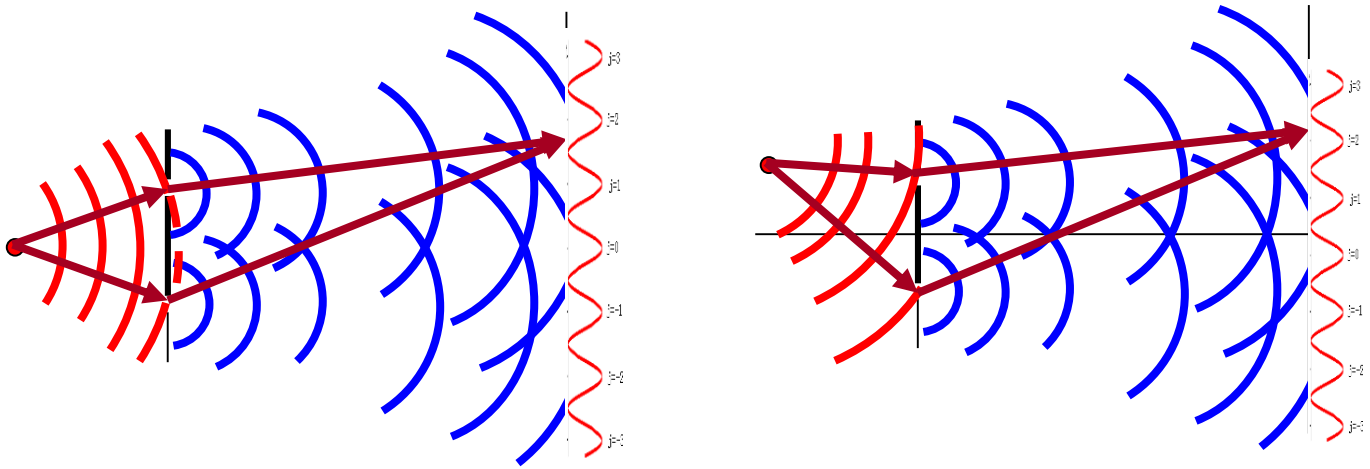

$S_1$缝后放入透明薄板

$$(r_1) = r_1 - t + nt$$
$$= r_1 + (n-1)t$$
$$\delta(P) = (r_2 - r_1) - (n-1)t$$
$$\delta = r_2 - r_1 = j\lambda$$

**光程差每改变1个波长，条纹移动1个间隔**

# 3.2.7 其它分波前干涉装置

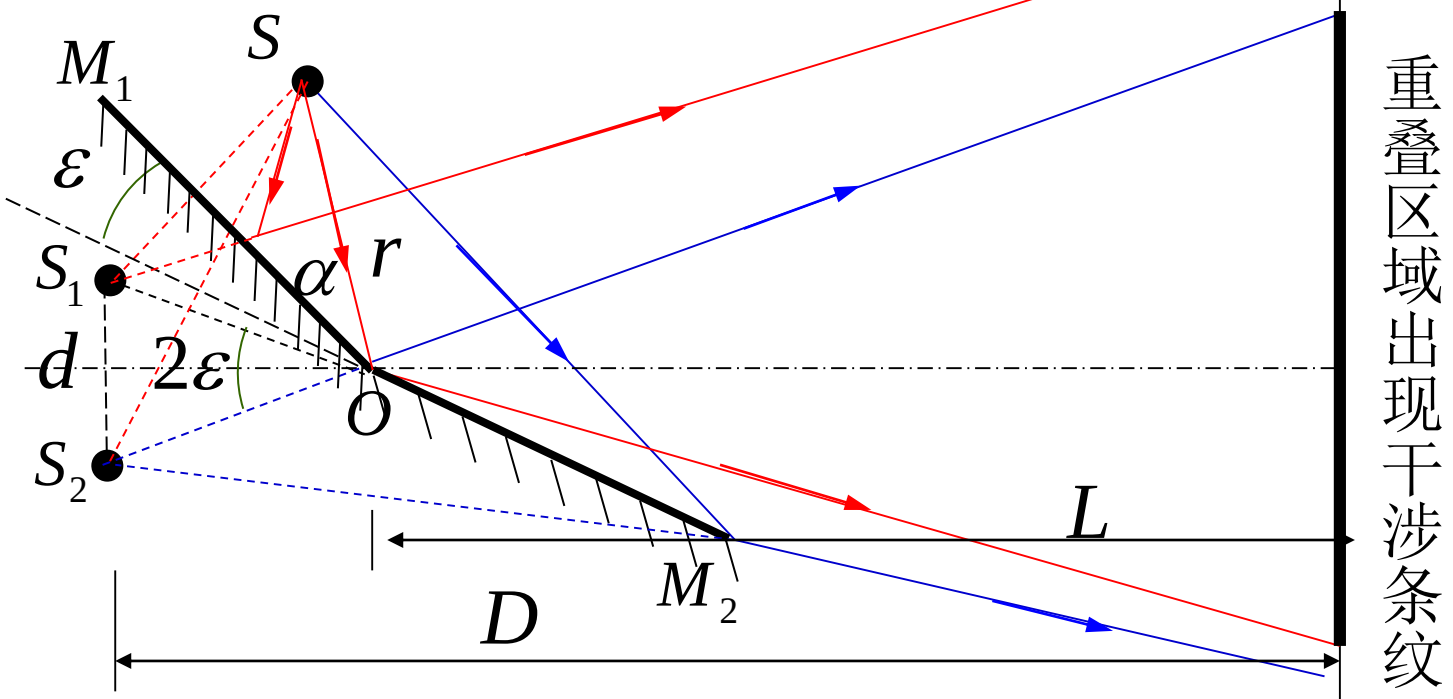
- 最典型的是杨氏装置
- 关键是设法获得两个或更多个相干的波列
- 将每一列光波分为两列，或多列
- 这些光波列之间有相关联的相位，因而是相干的
- 所有的干涉装置都是按照这一思路设计的



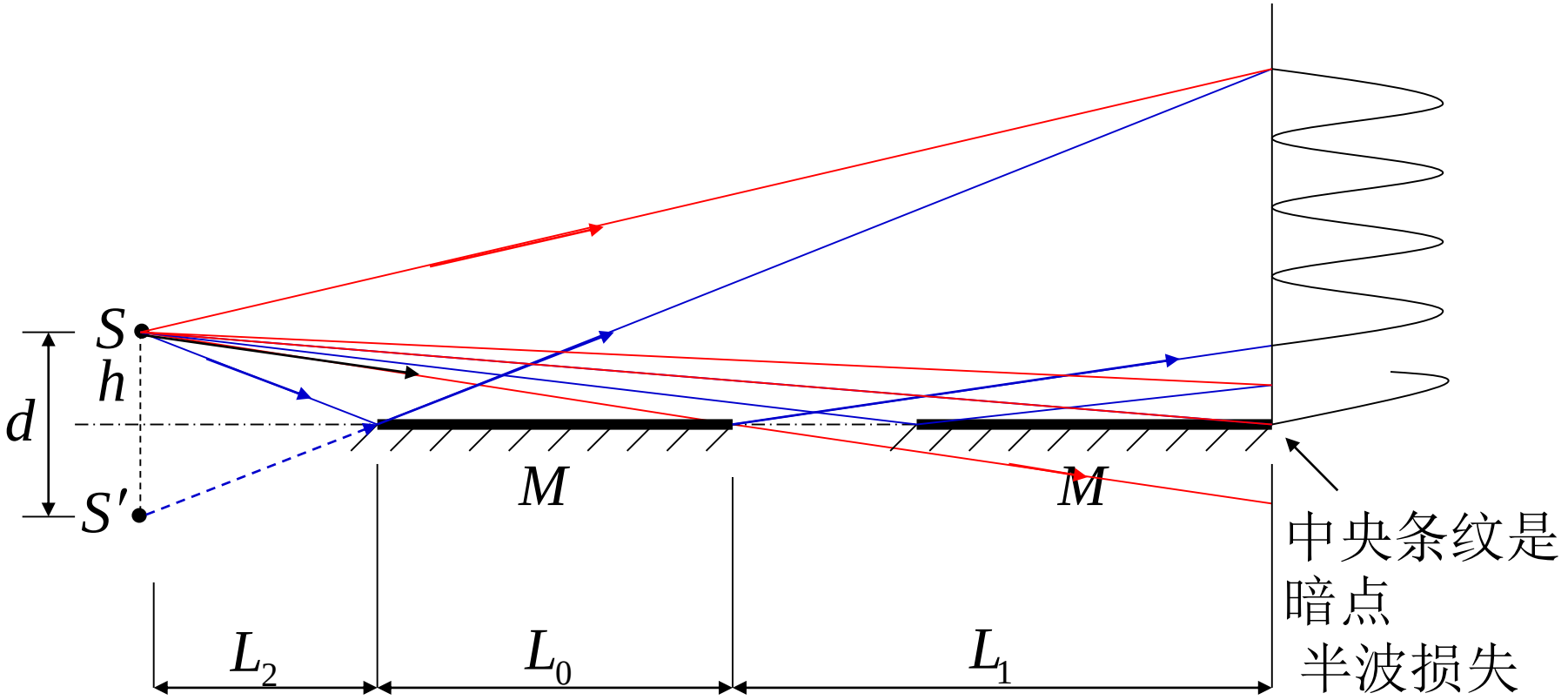
# 菲涅耳（Fresnel）双面镜

两反射镜面间夹角ε，光源到两镜面交线距离为$r$

由图可见，$\angle S_1OS=2\alpha$，$\angle S_2OS=2\alpha+2\varepsilon$，所以$\angle S_1OS_2=2\varepsilon$




$d=S_1S_2=2r\sin\varepsilon$　　$D=L+r\cos\varepsilon$　　$\Delta x=\dfrac{D}{d}\lambda$

两光源间隔　　光源到接收屏距离　　条纹间距

# 洛埃(Lloyd)镜