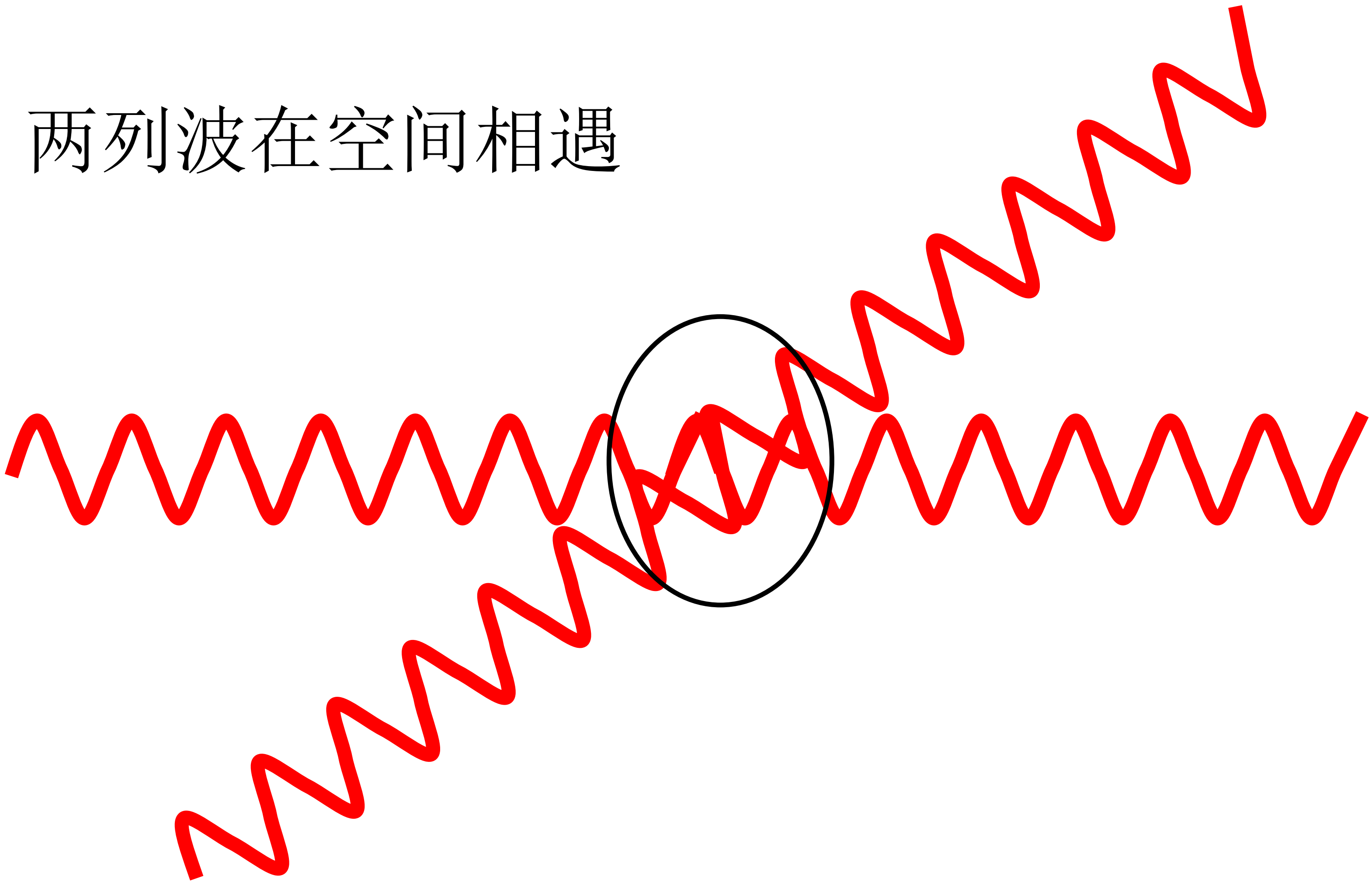
2.3 光的叠加原理

两列波在空间相遇



2.3.1 光的线性叠加原理

- 波的叠加原理

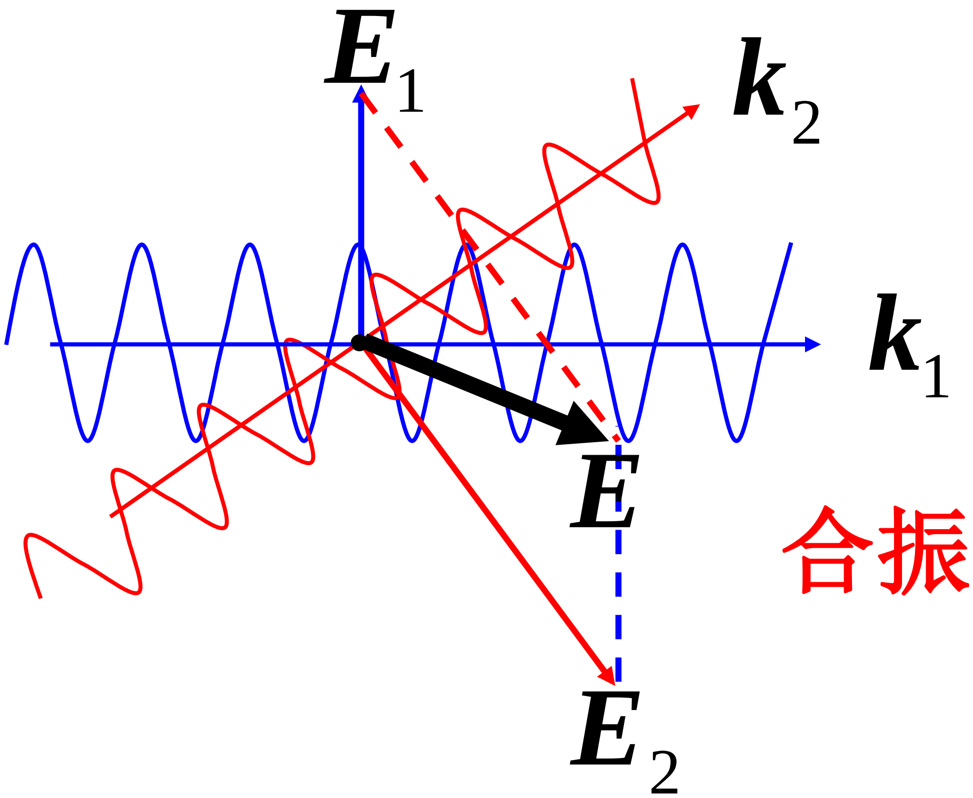
  几列波在相遇点所引起的扰动是各列波独自在该点所引起的扰动的线性叠加（矢量的线性叠加，矢量和）。

- 成立的条件

➢ 传播介质为线性介质。

➢ 振动不十分强。在振动很强烈时，线性介质会变为非线性的

振动在相遇点的叠加



$$E = E_1 + E_2$$

注意要点：

- 不是**强度**的叠加，也不是**振幅**的简单相加，而是振动矢量的叠加。
- 对于电磁波，就是电场强度（电场分量，光矢量）、磁场强度的各自矢量叠加。

2.3.2 惠更斯—菲涅耳原理

光源发出球面波

1.惠更斯原理

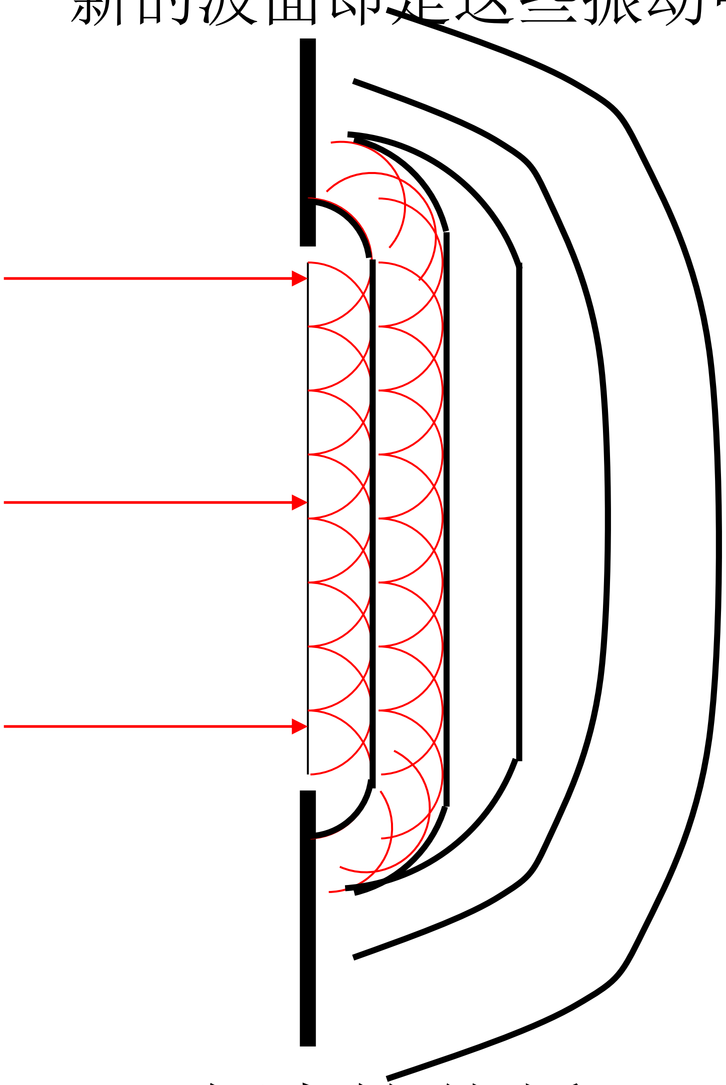
- 光波在空间传播，是振动的传播，波在空间各处都引起振动。
- 波场中任一点，即波前上的任一点，都可视为新的振动中心。
- 这些新的振动中心发出的光波，称为**次波**。

振动中心又称“次波中心”

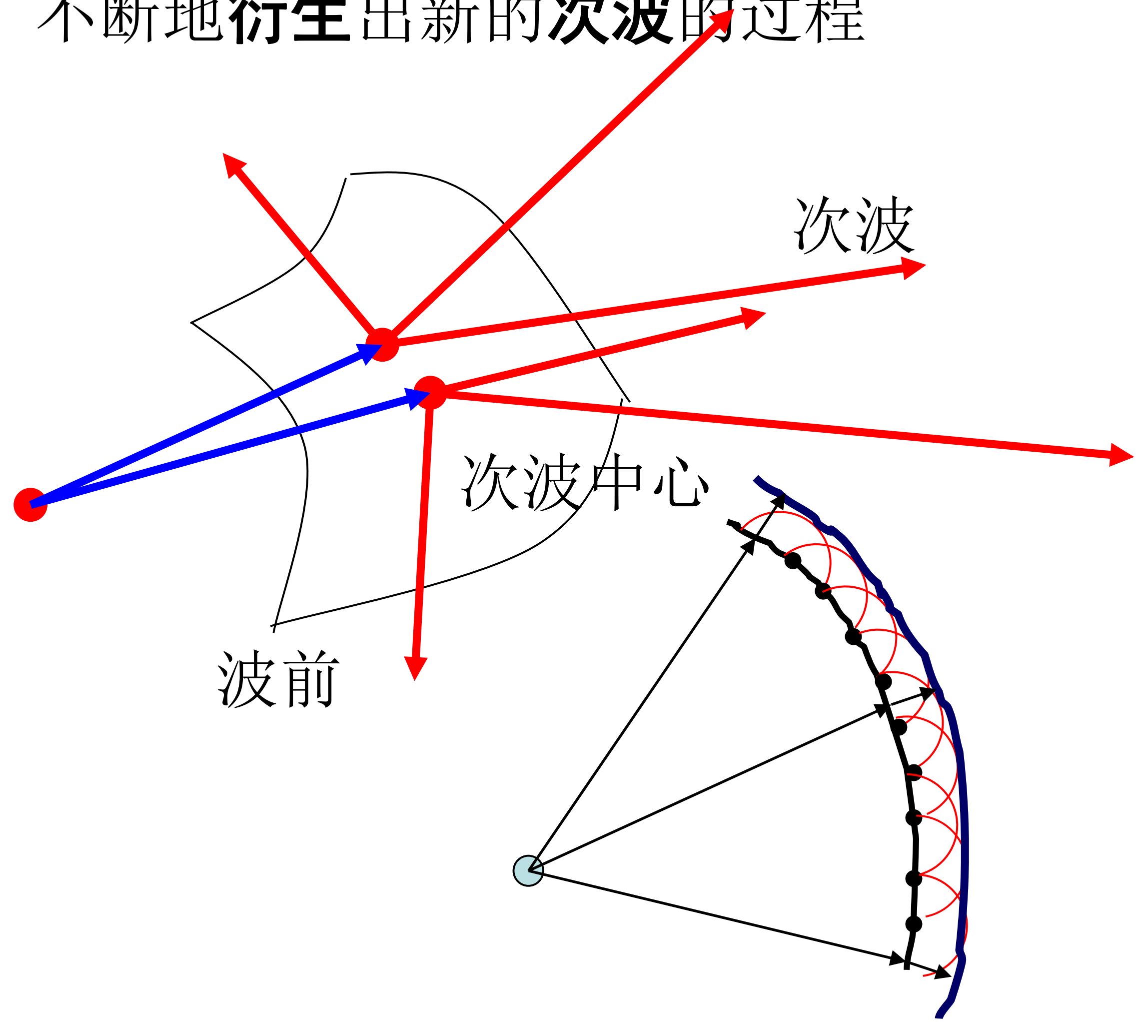
次波又可以产生新的振动中心，继续发出次波，使得光波不断向前传播。

新的波面即是这些振动中心发出的各个次波波面的**包络面**。

波的传播过程，可以看作是**次波中心**不断地**衍生**出新的**次波**的过程



次波的传播



- 用次波的模型可以很容易解释光可以绕过障碍物传播的现象（衍射）现象。
- 波前上的两个次波中心，即使是邻近的，发出的次波也是不同的。
- 严格地说，在波动光学的范畴，是没有“**光线**”或“**光束**”之类的概念的。

光波的传播：

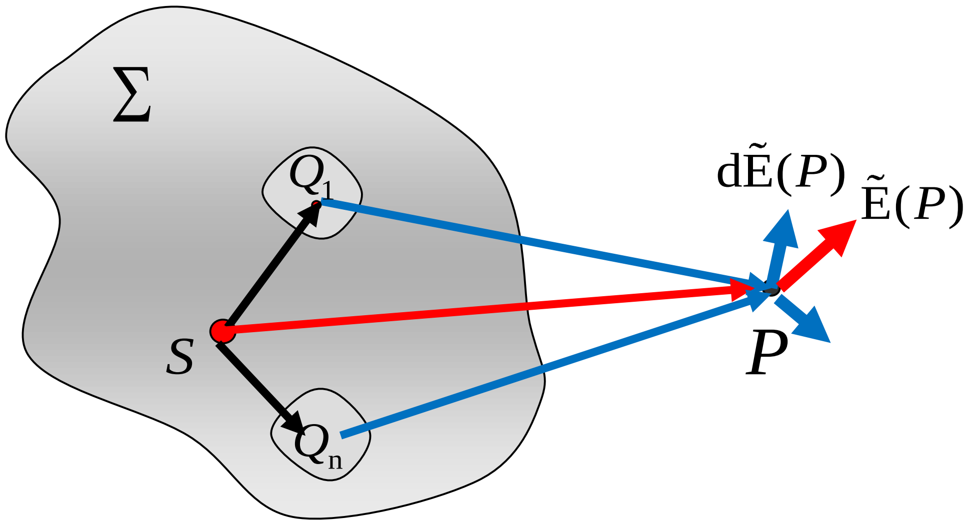
点光源 → 次波 → 振动中心 → 次波

2. 惠更斯—菲涅耳原理

次波的线性叠加

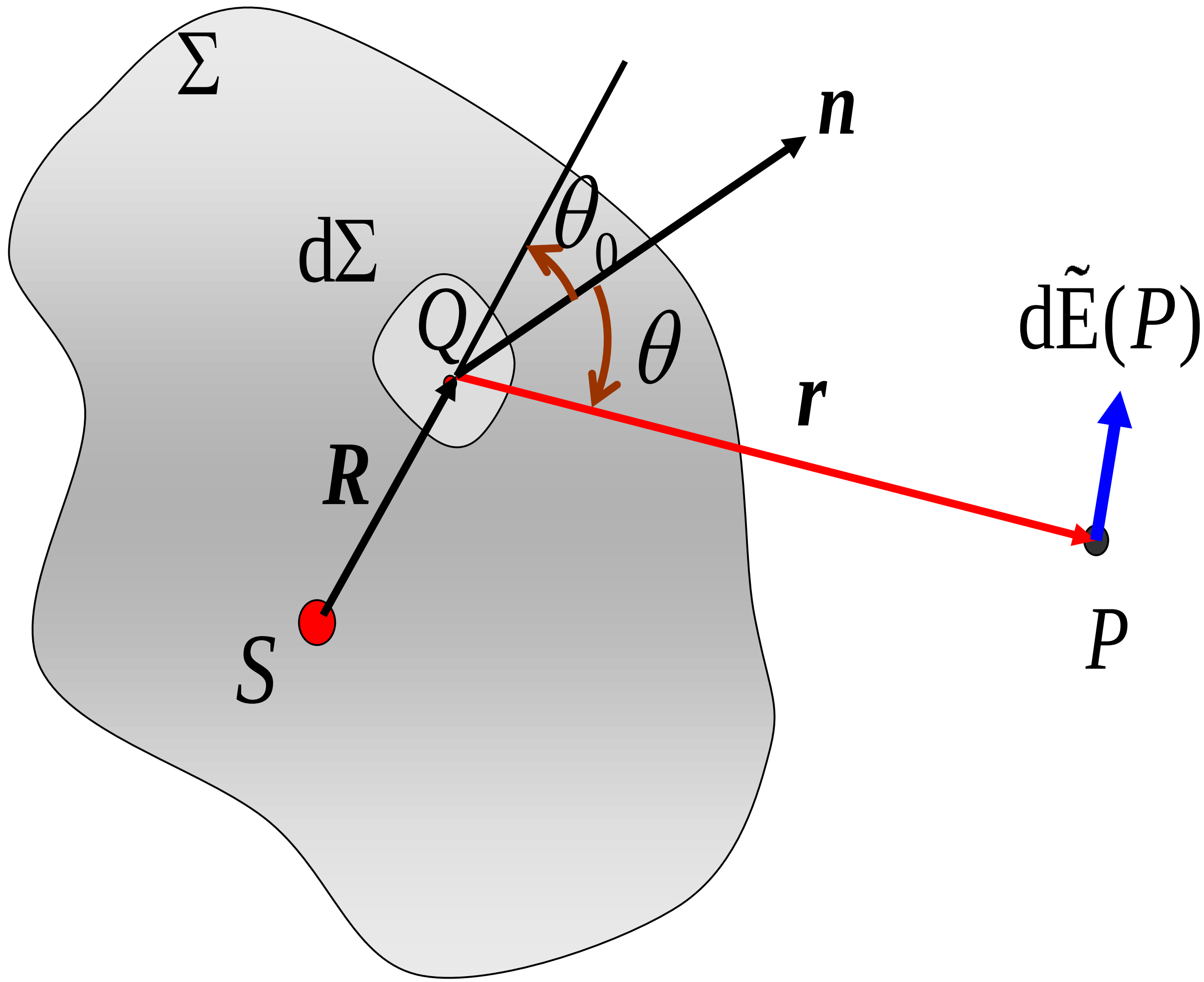
- 原理表述：

在光源S周围作任一封闭曲面Σ，S在场点P引起的振动就是Σ上所有次波中心发出的次波在P点引起的振动的矢量和。



1）次波引起的振动

波前Σ上任一个次波中心Q，及Q点周围一面积元dΣ，可以先求出该面积元发出的球面次波在场点P处引起的复振幅 $d\tilde{E}(P)$



复振幅四要素：

$$\mathrm{d}\tilde{\mathrm{E}}(P) \propto \tilde{E}_0(Q)$$

瞳函数

$$\mathrm{d}\tilde{\mathrm{E}}(P) \propto \mathrm{d}\Sigma$$

次波中心面元面积

$$\mathrm{d}\tilde{\mathrm{E}}(P) \propto \frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}$$

球面波

$$\mathrm{d}\tilde{\mathrm{E}}(P) \propto F(\theta_0, \theta)$$

倾斜因子

$$\mathrm{d}\tilde{\mathrm{E}}(P) = KF(\theta_0, \theta)\tilde{E}_0(Q)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

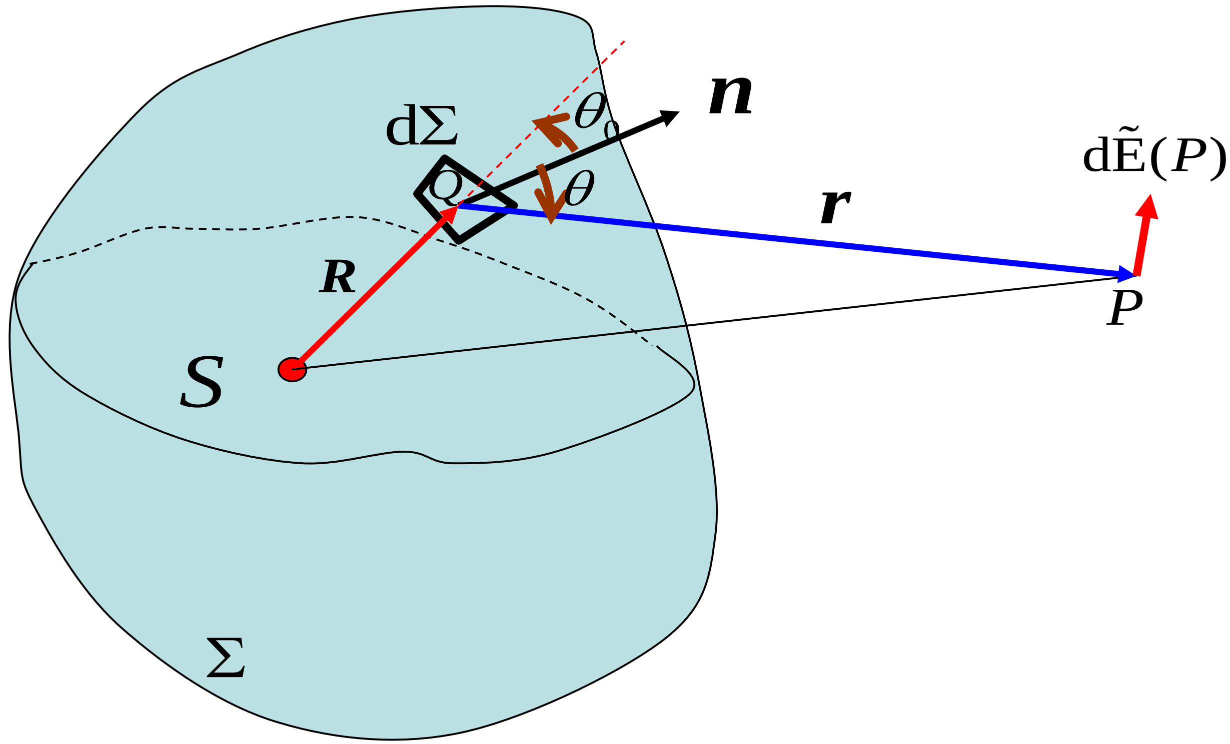
将波前上所有次波中心发出的次波在P点的振动叠加，即得到该波前发出的次波传到P点时的振动。

这就是**惠更斯—菲涅耳原理**。

2） 次波的线性叠加

$$\tilde{E}(P) = \oiint_{\Sigma} \mathrm{d}\tilde{\mathrm{E}}(P) = \oiint_{\Sigma} KF(\theta_0, \theta)\tilde{E}_0(Q)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

- 将波前上所有次波中心发出的次波在P点的振动线性叠加，即可得到P点的振动
- 由于次波中心在波前上连续分布，因而叠加（求和）的过程就变为求积分的过程，得到惠更斯一菲涅耳积分公式。



Σ为封闭曲面（波前），故光源S在场点P所引起的复振幅与该波前所发出的全部次波在P点所引起的复振幅是等价的。

2.4 频率相同、振动方向相互垂直的两光波叠加——光的偏振状态

只考虑光的电矢量（光矢量）

2.4.1 光的偏振状态

根据振动方向对传播方向显示出不对称性的特点。

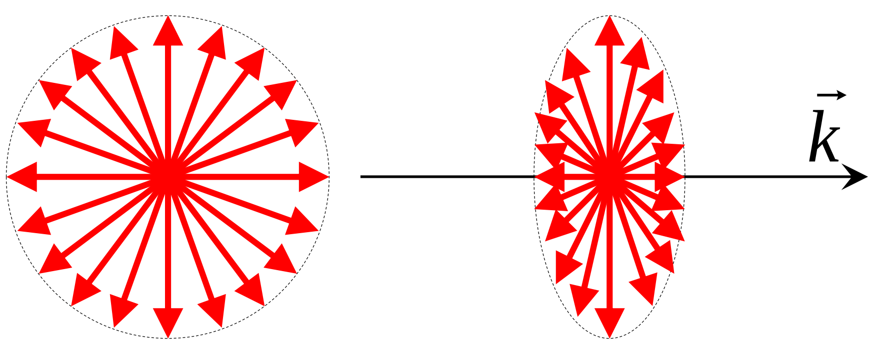
常见的光的偏振态：

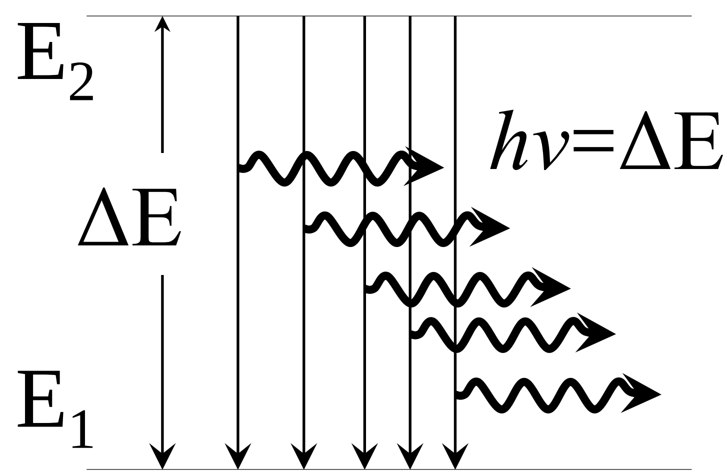
自然光
线偏光（平面偏振光）
部分偏振光
圆偏振光
椭圆偏振光

1. 自然光

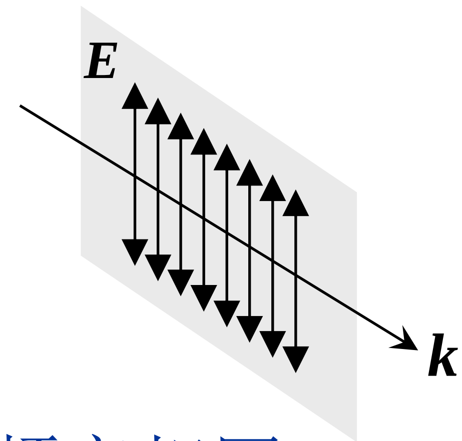
自然光：振动方向随机，相对于波矢对称。(非偏振光)

- 普通光源发出非偏振光
- 大量原子发出的光源集合,发光原子间无关联
- 是**自发辐射**过程，相位、光矢量振动方向随机
- 平均来说，振动方向对于传播方向成轴对称分布，哪个方向也不比其它方向优越。





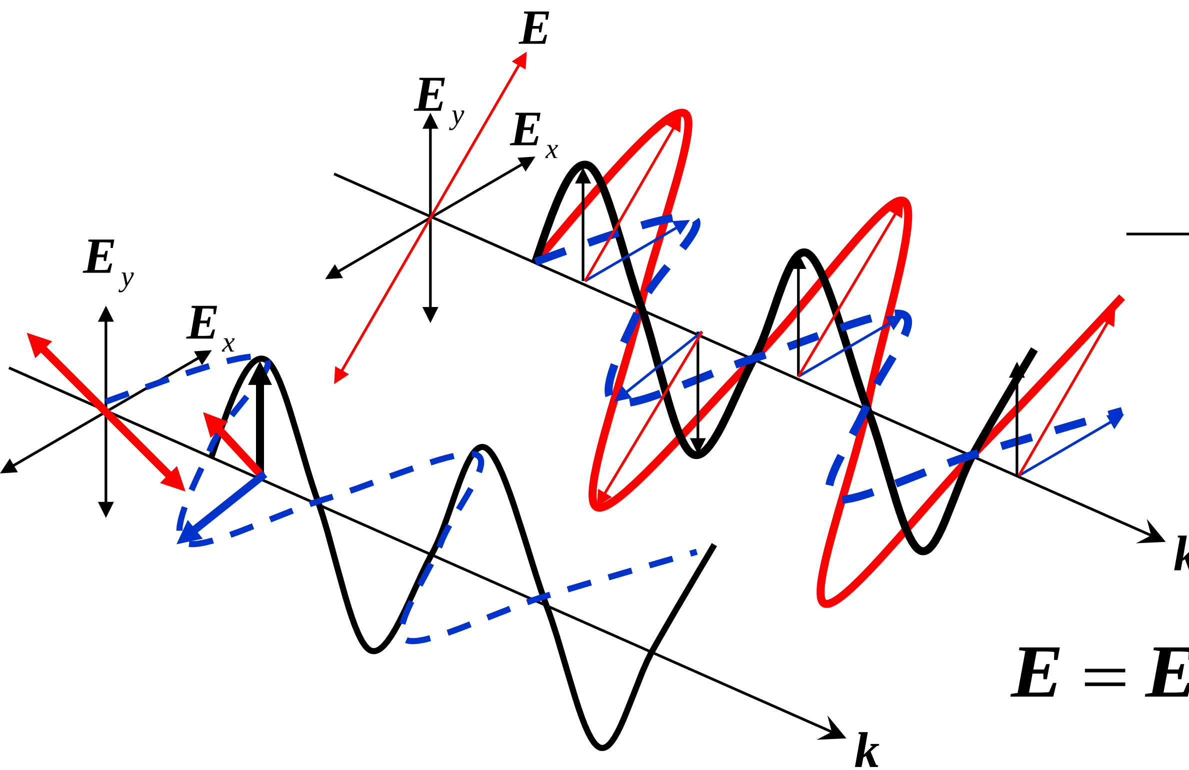
2. 线偏振光（平面偏振光）

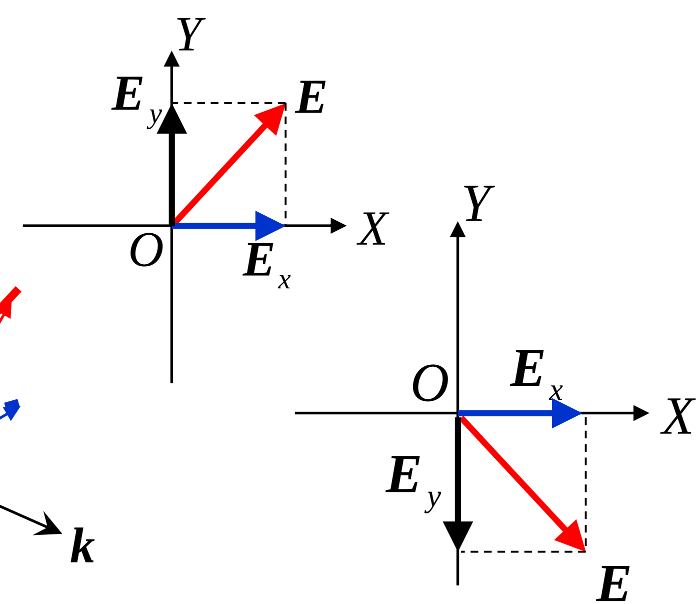


- 只包含单一振动方向的光叫线偏光。
- 光矢量只在一个固定的平面内振动

线偏光的分解和合成：

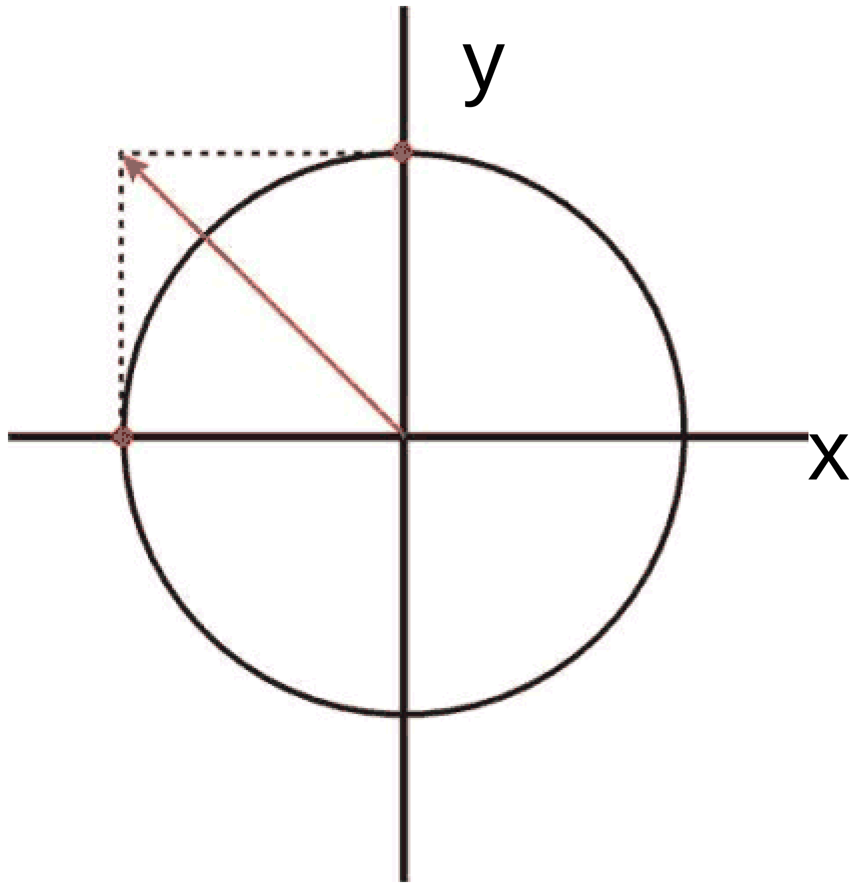
任一线偏光可分解为两个传播方向相同、频率相同、振动面相互垂直的线偏振光的叠加。



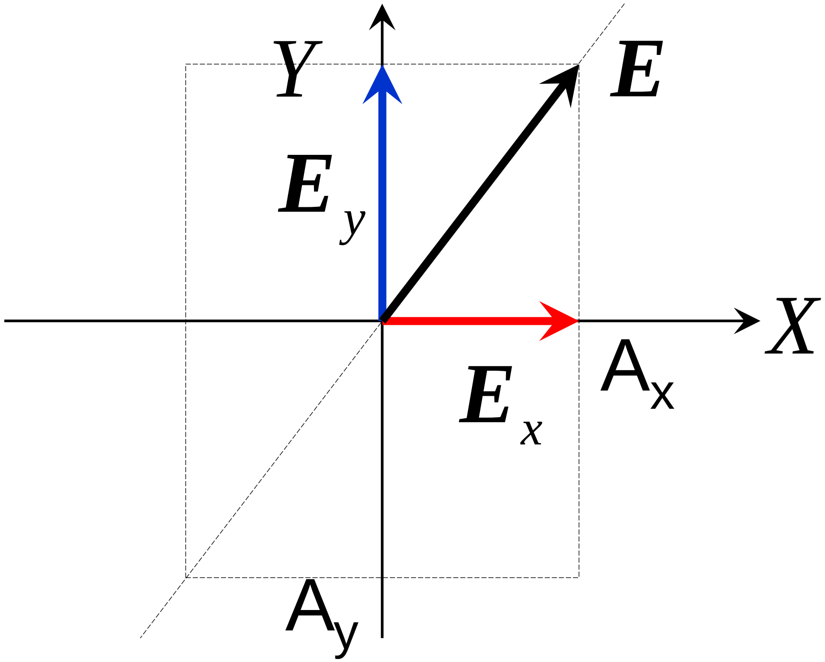


$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_x+\boldsymbol{E}_y=E_x\hat{x}+E_y\hat{y}$$

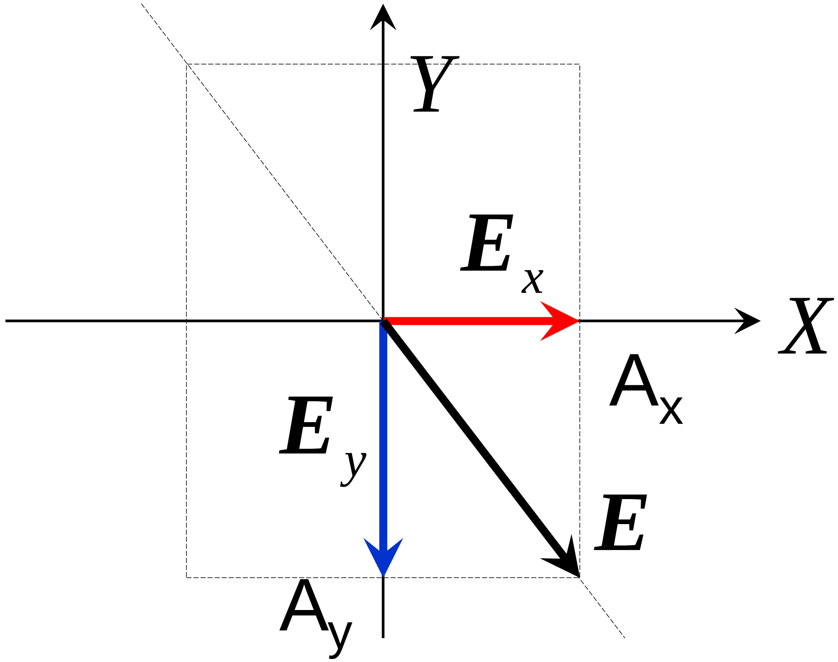
任一线偏振光可以看成成两个振动方向相互正交的线偏光的合成



等位相，在I,III象限



位相相反，在II,IV象限



$$\begin{cases} E_x(z,t) = A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y(z,t) = A_y \cos(\omega t - kz) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x(z,t) = A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y(z,t) = A_y \cos(\omega t - kz \pm \pi) \end{cases}$$

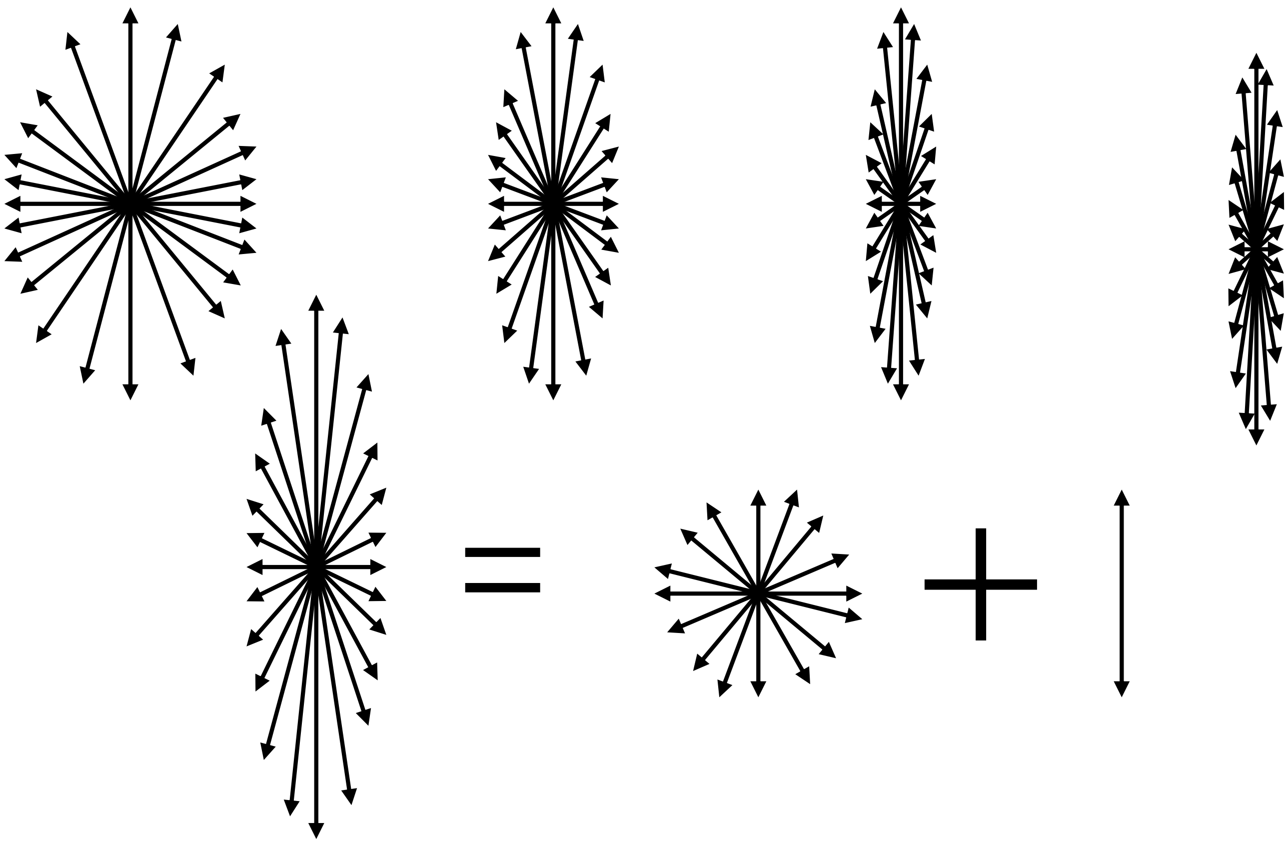
总是在一个固定点合成，可略去空间位相

$$\begin{cases} E_x(t) = A_x \cos \omega t \\ E_y(t) = A_y \cos \omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x(t) = A_x \cos \omega t \\ E_y(t) = A_y \cos(\omega t \pm \pi) \end{cases}$$

3. 部分偏振光

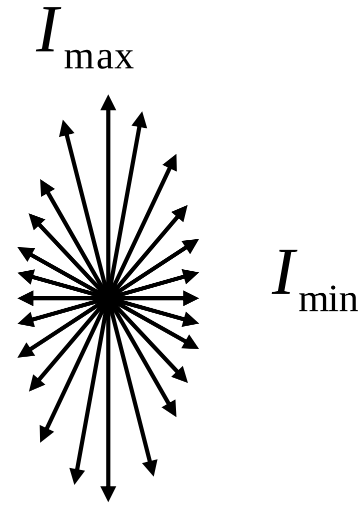
- 偏振特性介于自然光和平面偏振光之间



可看作是自然光和平面偏振光的叠加

偏振度

$$P=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}$$

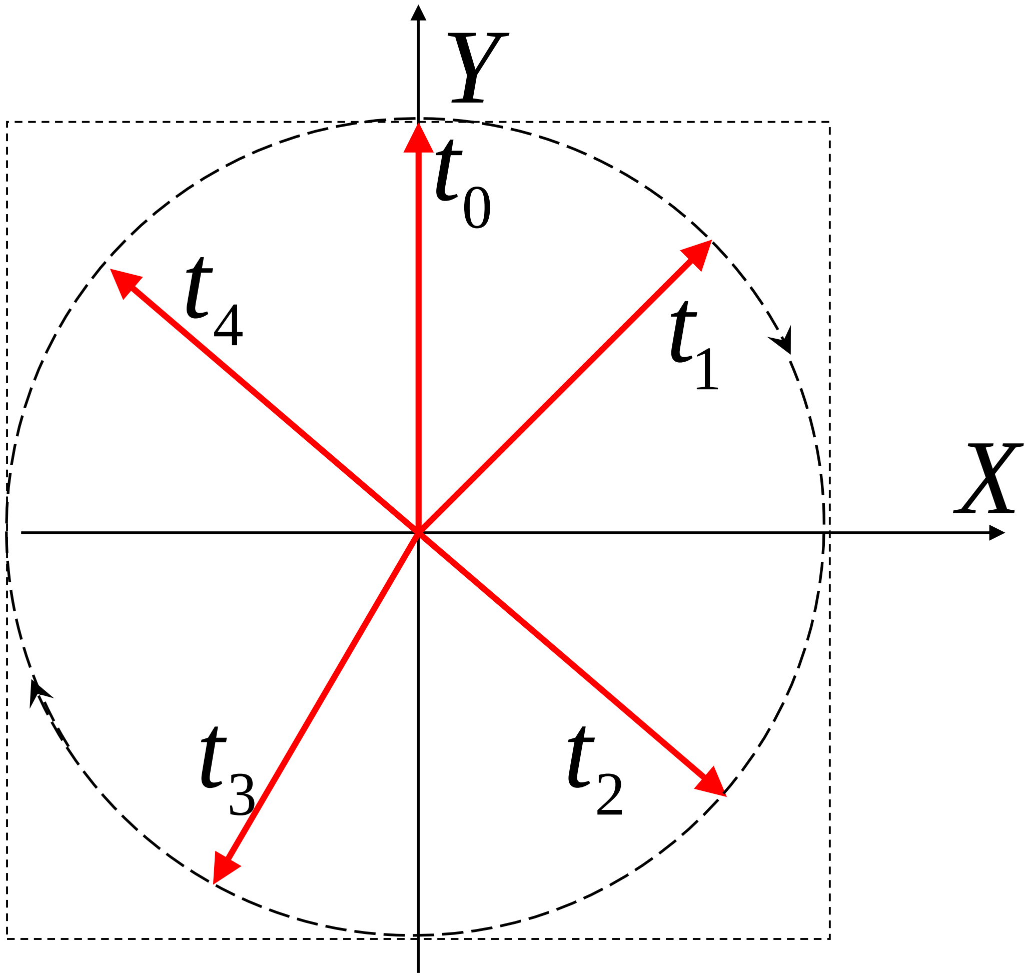


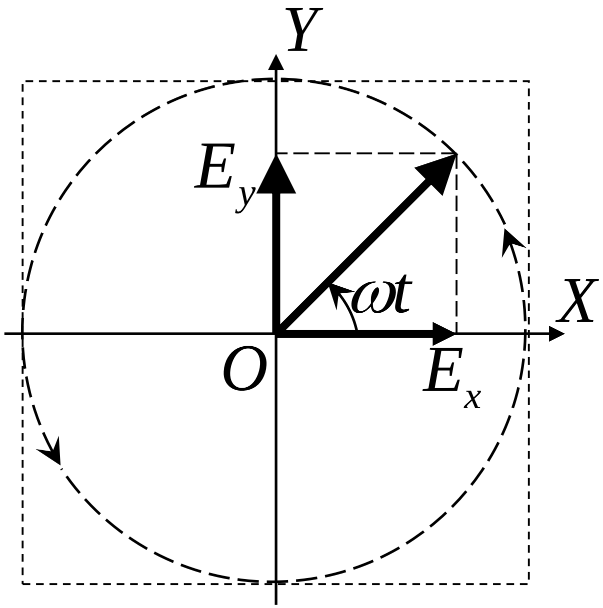
一般 $0\le P\le 1$

$$\begin{cases} P=0 & \text{非偏振光，自然光} \\ P=1 & \text{全偏振光，线偏光} \end{cases}$$

4. 圆偏振光

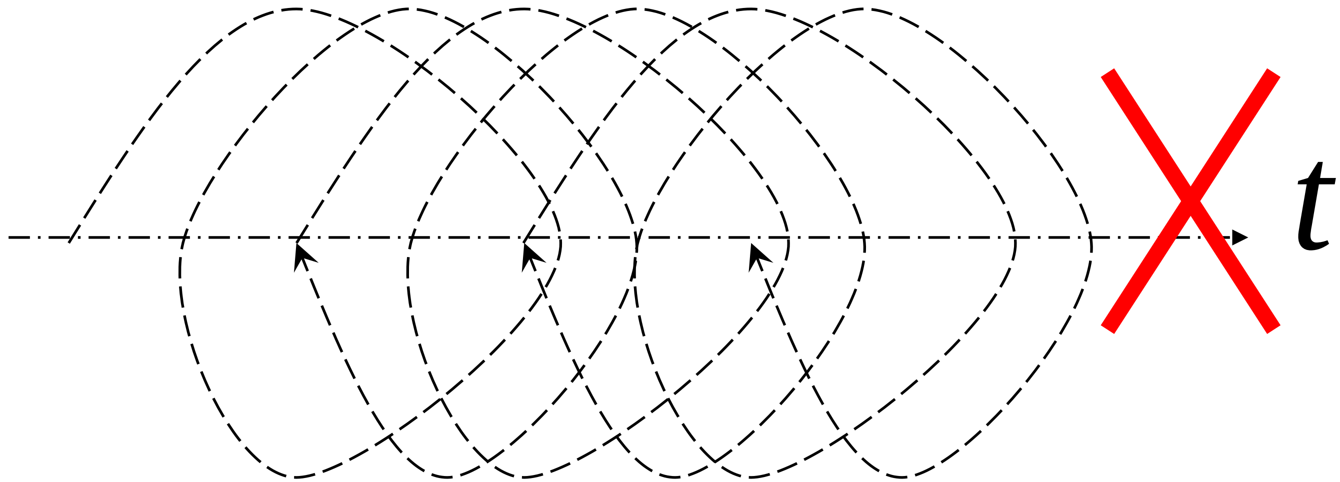
- 光矢量的瞬时值大小不变，光矢量的振动方向以角速度 ω 匀速绕光的传播方向旋转，在一个垂直于波矢的固定平面内，端点轨迹是圆。



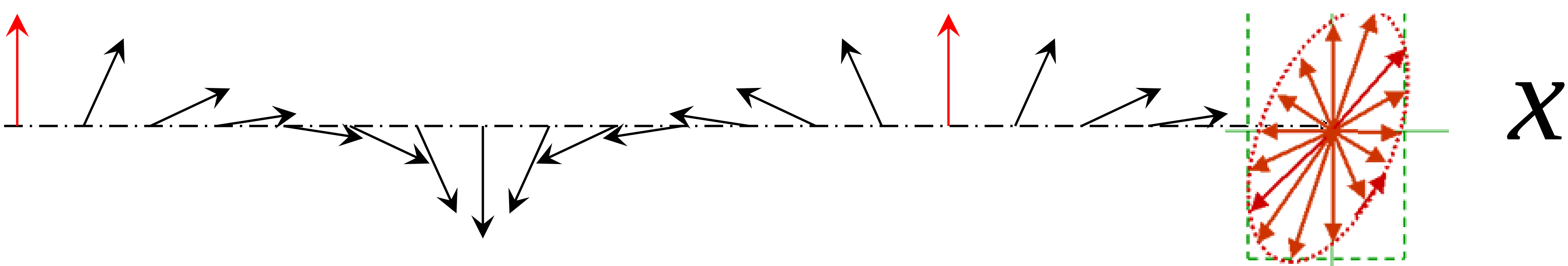


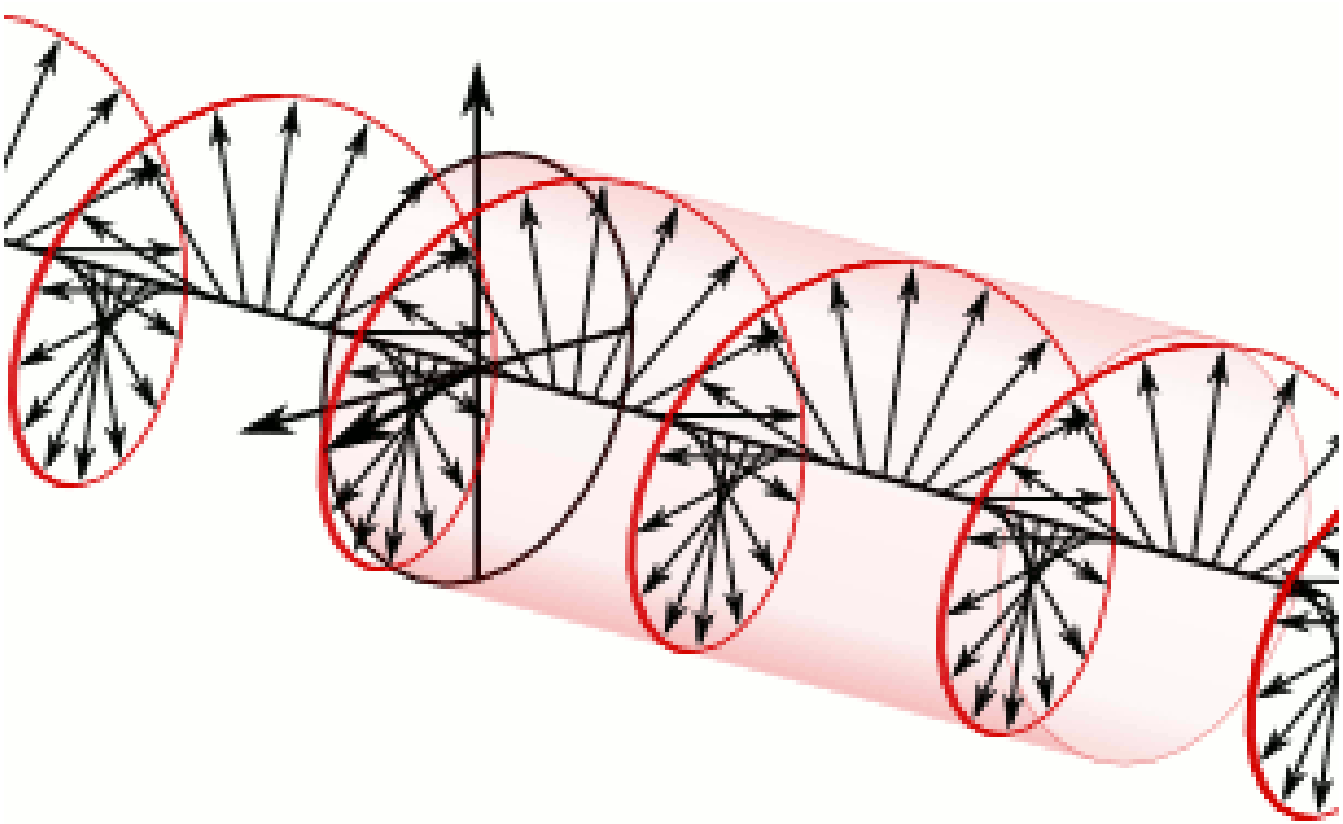
圆偏光的物理图象

- 某一光矢量端点随时间变化的轨迹不是螺旋线



- 在某一时刻，所有光矢量的端点是螺旋线
- 在空间每一点，光矢量绕传播方向以ω转动

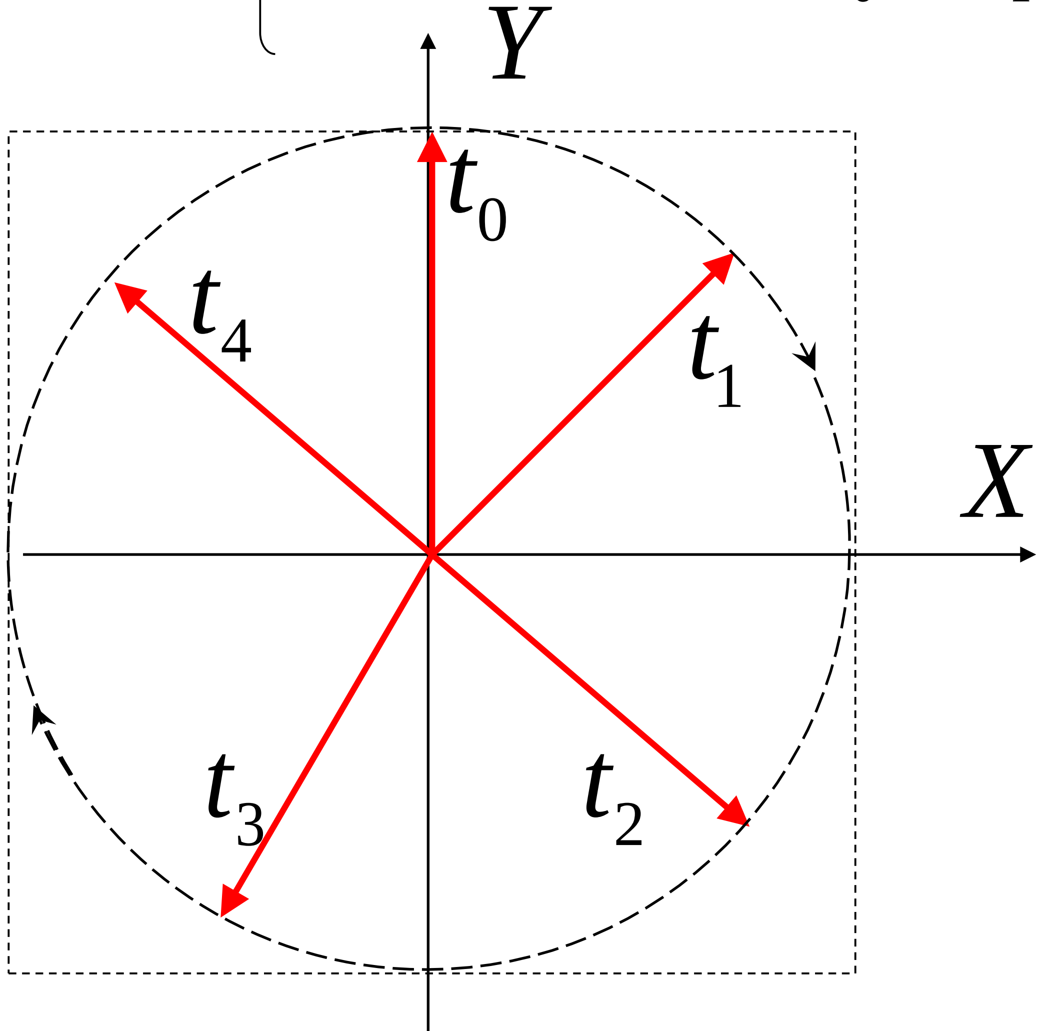




1) 圆偏振光的分类

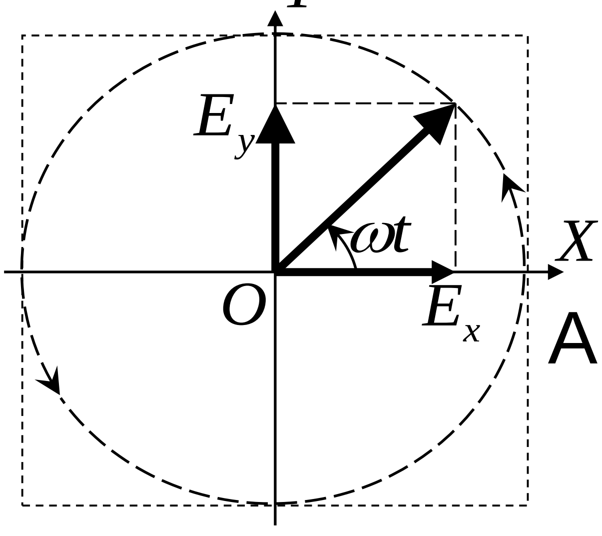
迎光传播方向看

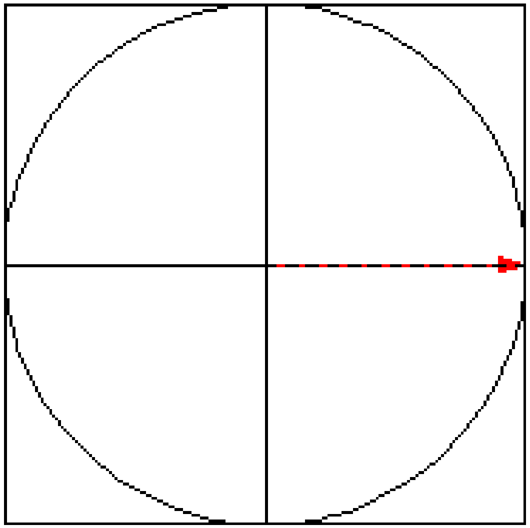
- 左旋圆偏振光 $t_0 \rightarrow t_4 \rightarrow t_3 \rightarrow t_2 \rightarrow t_1$
- 右旋圆偏振光 $t_0 \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow t_4$



2) 圆偏振光的合成

- 圆偏光可看作是两频率相同、振幅相同、相位差为±π/2、振动方向相互垂直的平面偏振光（正交分量）的叠加。





$$\begin{cases} E_x(t) = A\cos\omega t \\ E_y(t) = A\cos(\omega t \pm \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$$

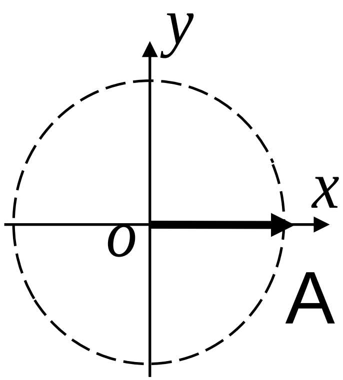
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_x + \boldsymbol{E}_y = E_x x + E_y y$$

3) 旋转方向的判断

$$\begin{cases} E_x(t) = A\cos\omega t \\ E_y(t) = A\cos(\omega t \pm \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$$

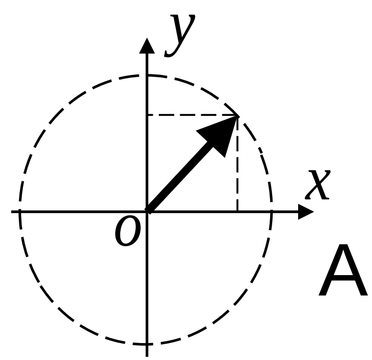
$$\begin{cases} \Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2} & \boxed{\text{右旋}} \\ \Delta\varphi = -\dfrac{\pi}{2} & \boxed{\text{左旋}} \end{cases}$$

如 $\boxed{\Delta\varphi = -\dfrac{\pi}{2}}$



$t = 0$

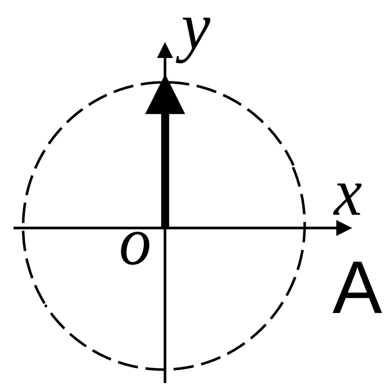
$$\begin{cases} E_x = A \\ E_y = 0 \end{cases}$$



$t = \dfrac{\pi}{4\omega}$

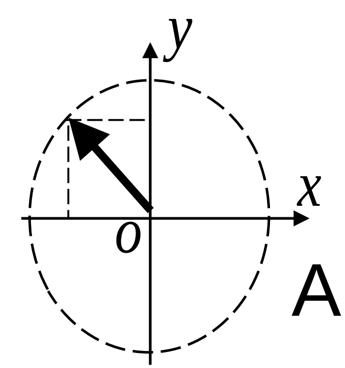
$$\begin{cases} E_x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}A \\ E_y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}A \end{cases}$$

$\boxed{\text{左旋}}$



$t = \dfrac{\pi}{2\omega}$

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = A \end{cases}$$

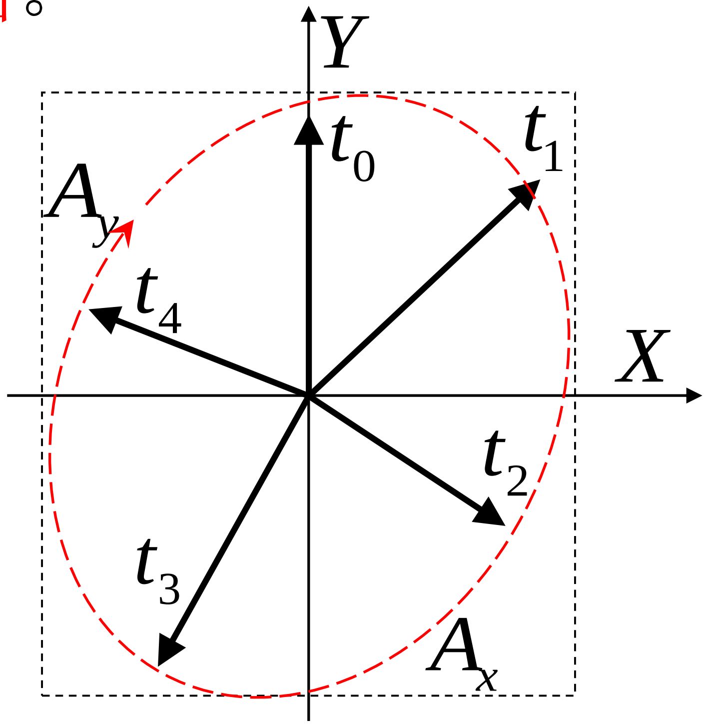


$t = \dfrac{3\pi}{4\omega}$

$$\begin{cases} E_x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}A \\ E_y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}A \end{cases}$$

5. 椭圆偏振光

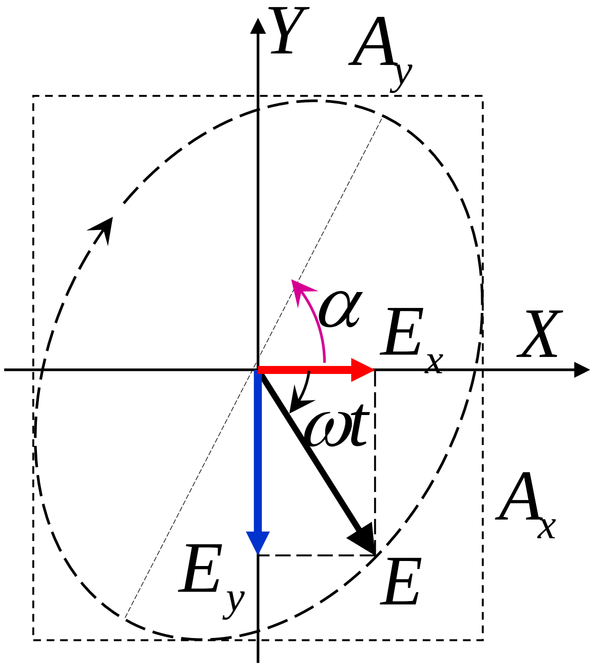
- 光矢量的瞬时值大小周期改变，光矢量的振动方向绕波矢旋转，在一个垂直于波矢的固定平面内，端点轨迹是椭圆。



1) 椭圆偏振光的分类

$$\left\{\begin{array}{l}\text{左旋椭圆光}\\ \text{右旋椭圆光}\end{array}\right.$$

2) 椭圆偏振光的合成



$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t) \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases}$$

$$\Delta\varphi \in [0, 2\pi]$$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_x + \boldsymbol{E}_y$$

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - \frac{2E_x E_y}{A_x A_y}\cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi$$

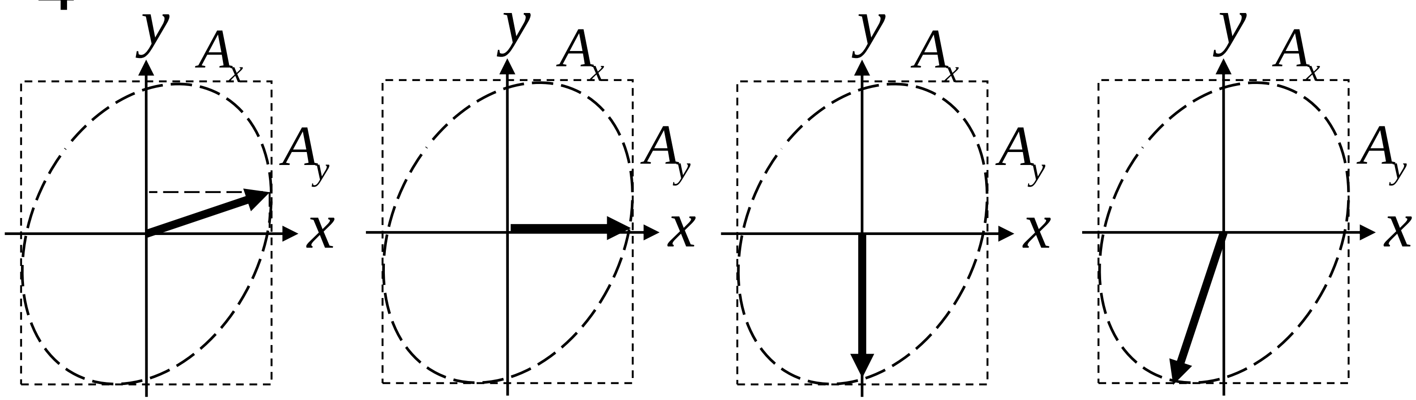
长短轴与坐标轴的夹角 $\tan 2\alpha = \dfrac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\Delta\varphi$

椭圆偏振光长短轴的取向以及旋转的方向与$\Delta\varphi$相关。

3) 旋转方向的判断

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t) \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases}$$

$\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{4}$ $\qquad \Delta\varphi \in \mathrm{I}$



$\omega t = 0$ $\qquad \omega t = \dfrac{\pi}{2} - \Delta\varphi$ $\qquad \omega t = \dfrac{\pi}{2}$ $\qquad \omega t = \pi - \Delta\varphi$

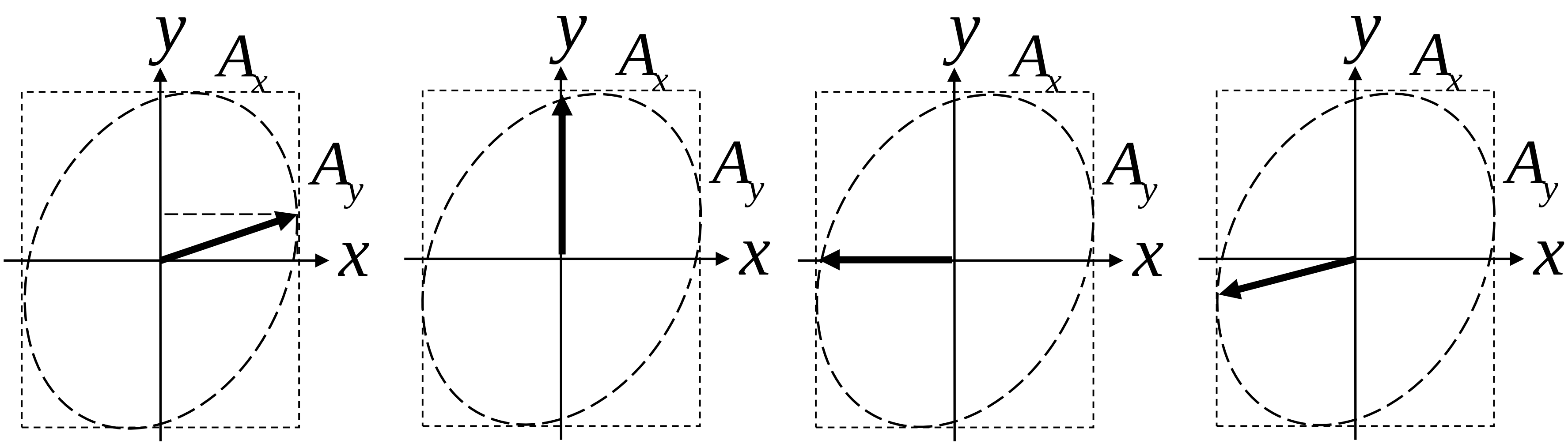
$$\begin{cases} E_x = A_x \\ E_y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} A_y \end{cases} \quad \begin{cases} E_x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} A_x \\ E_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} A_y \end{cases} \quad \begin{cases} E_x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} A_x \\ E_y = -A_y \end{cases}$$

右旋椭圆偏振光

长轴在 I,III象限

$$\Delta\varphi = -\frac{\pi}{4} \qquad \Delta\varphi \in \mathrm{IV}$$

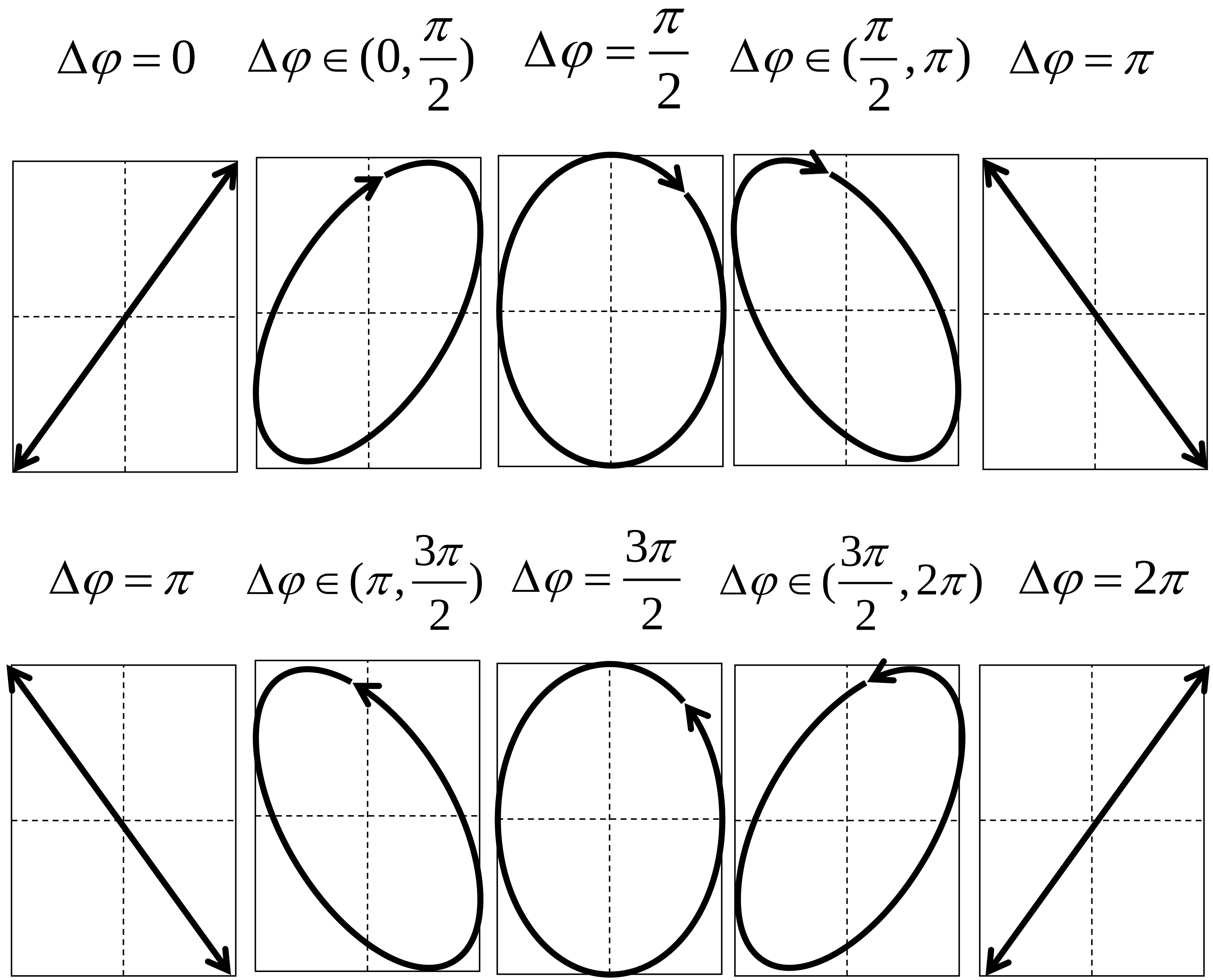
$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t) \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases}$$



$$\omega t = 0 \qquad \omega t = \frac{\pi}{2} \qquad \omega t = \frac{\pi}{2} - \Delta\varphi \qquad \omega t = \pi$$

$$\begin{cases} E_x = A_x \\ E_y = \frac{\sqrt{2}}{2} A_y \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \frac{\sqrt{2}}{2} A_y \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x = -\frac{\sqrt{2}}{2} A_x \\ E_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x = -A_x \\ E_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} A_y \end{cases}$$

左旋椭圆偏振光　　长轴在 I,III象限



$\Delta\varphi = 0$
$\Delta\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$
$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$
$\Delta\varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$
$\Delta\varphi = \pi$
$\Delta\varphi = \pi$
$\Delta\varphi \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$
$\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2}$
$\Delta\varphi \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$
$\Delta\varphi = 2\pi$

对于椭圆偏振光

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t) \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\varphi \in I, II, (0 \sim \pi) & \text{右旋} \\ \Delta\varphi \in III, IV, (\pi \sim 2\pi) & \text{左旋} \end{cases}$$

线偏光和圆偏光是椭圆偏振光的特例：

$$\begin{cases} A_x = A_y, \text{且}\Delta\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2} & \text{圆偏振光} \\ \Delta\varphi = 0, \pi & \text{线偏振光} \end{cases}$$

2.4.2 偏振光的产生和检偏

1. 横波的检验

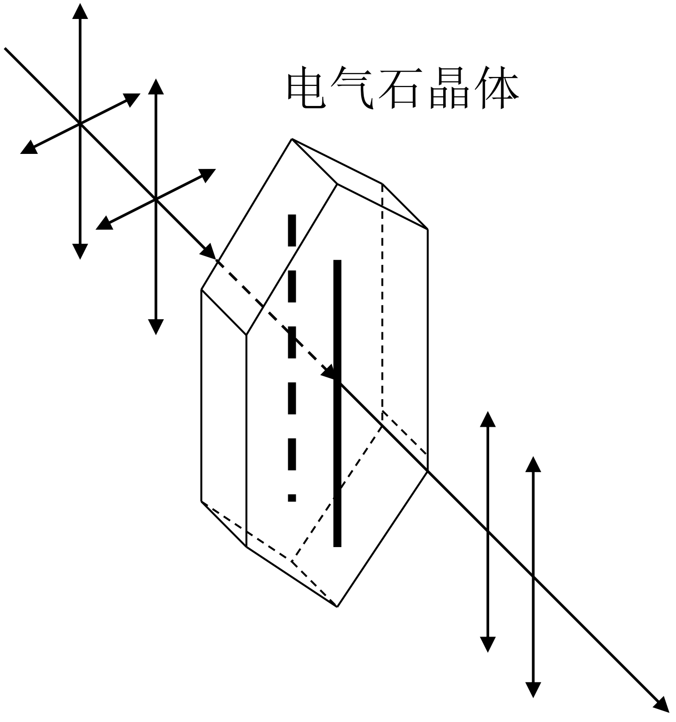
用二向色性晶体（电气石，硫酸典奎宁晶体等）

晶体的二向色性：有些晶体对不同方向的电磁波振动具有选择吸收的性质。

用电气石晶体对着由玻璃发射来的光，
转动电气石晶体，会发现透过的光强有强弱变化。

偏振的发现

- 通过二向色性晶体的光

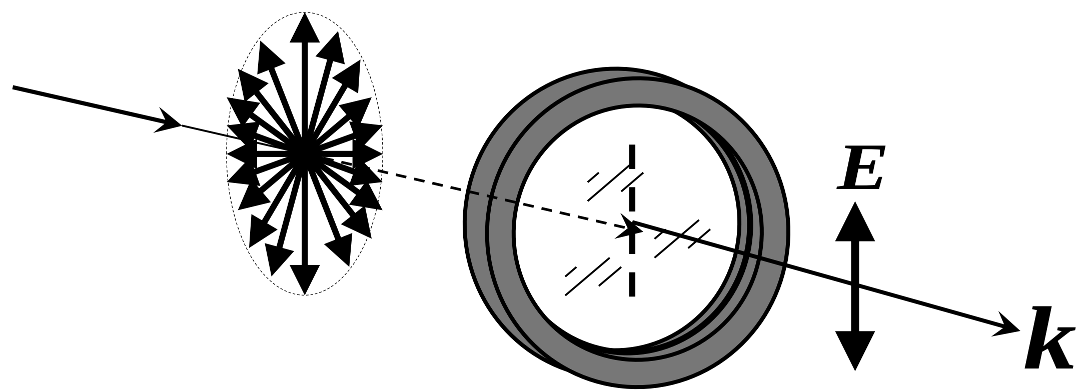


几个名词

偏振器（偏振片）：利用晶体的二向色性，让入射光的振动矢量只能在某些方向上通过，从而获得偏振光的光学器件。

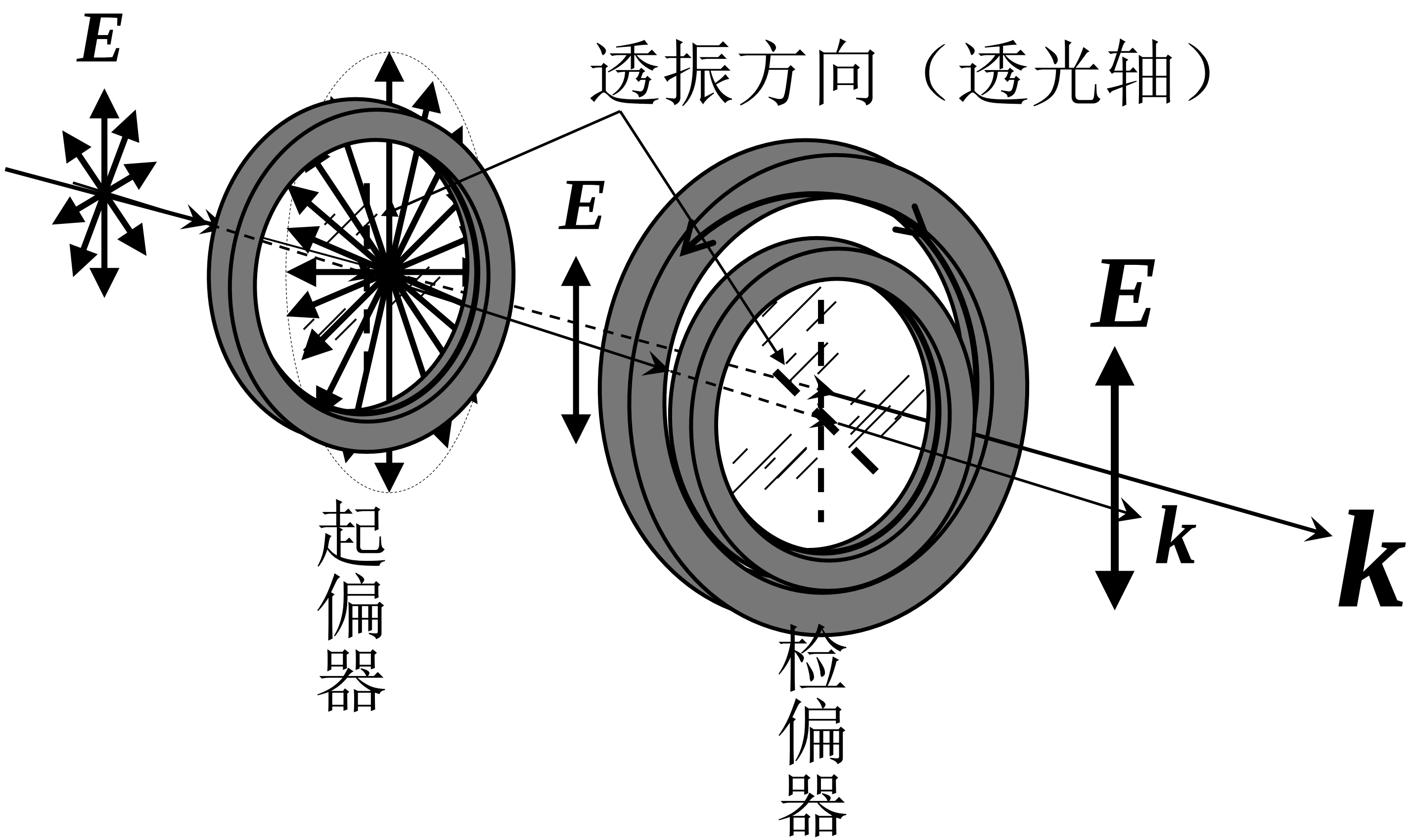
透振方向：透过偏振器的光的电矢量的振动方向。

偏振器
- 起偏器
- 检偏器



起偏与检偏

- 起偏：使没有偏振特性的光变为偏振光
- 检偏：检验光的偏振特性，观察光强变化



2. 偏振光的检测

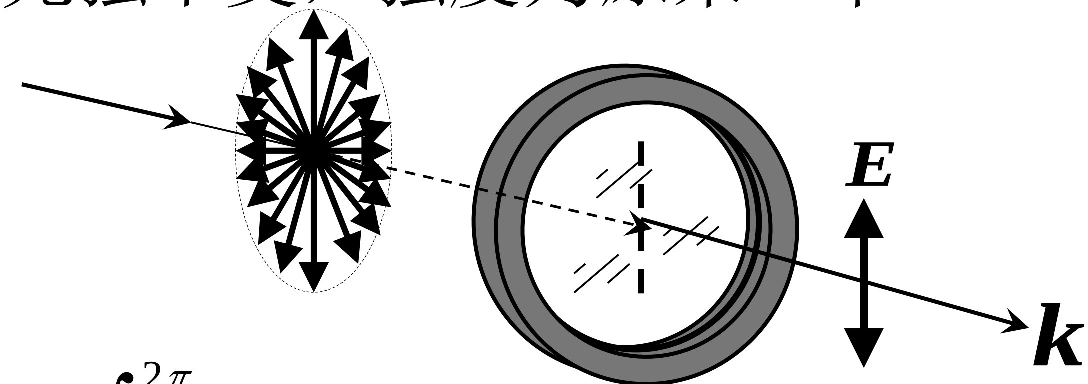
◆ 自然光

1) 自然光经过起偏器，变为偏振光

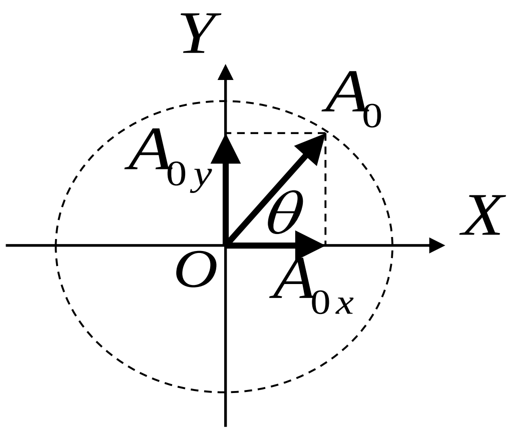
$$I=\frac{1}{2}I_0$$

2) 旋转偏振器，出射光强不变，强度为原来一半

自然光沿z传播，其在任一方向的振幅相同，为 A_0



$$I=\int_0^{2\pi}A_0^2\,\mathrm{d}\theta=2\pi A_0^2,$$



$$I_x=\int_0^{2\pi}(A_{0x}^{\theta})^2\,\mathrm{d}\theta=\int_0^{2\pi}A_0^2\cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta=\pi A_0^2$$

$$I_y=\pi A_0^2,\qquad I_x=I_y=\frac{1}{2}I_0$$

3) 自然光检测

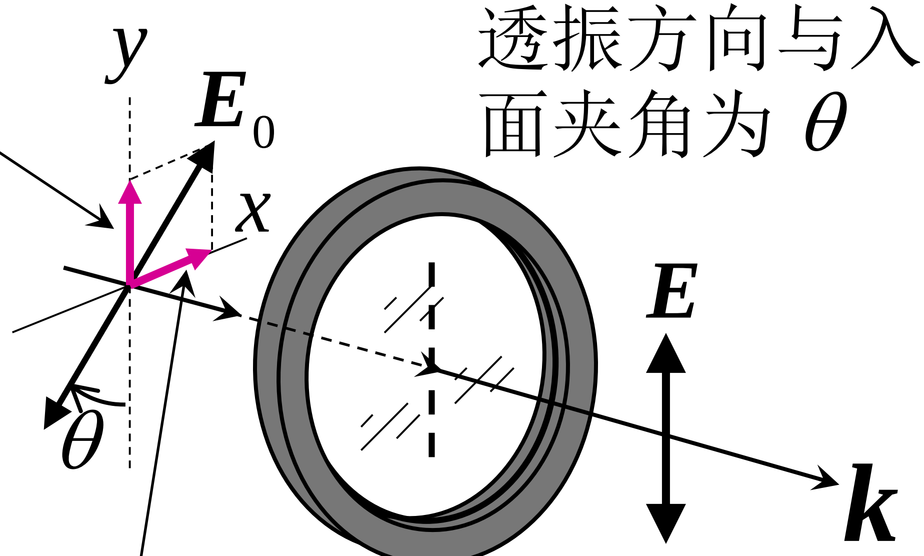
光垂直入射偏振片，转动偏振片，光强不变。

◆ 线偏光

1) 马吕斯定律

线偏振光垂直入射偏振片，透振方向与入射光的振动平面夹角为 θ

$$E_y = E_0 \cos\theta$$



$$E_x = E_0 \sin\theta$$

则透过偏振片的光强：

$$I_\theta = I_0 \cos^2\theta$$

$I_\theta = I_0, \theta = 0$ 光强最大

$I_\theta = 0, \theta = \dfrac{\pi}{2}$ 消光

2) 线偏光的获得

用偏振片可以获得线偏光，起偏用消光比来衡量起偏效果

消光比=最小透射光强/最大透射光强

3) 线偏光的检测

线偏光垂直入射偏振片，转动偏振片，有消光现象。

◆ 部分偏振光

光垂直入射偏振片，转动偏振片，
光强有强弱变化，但无消光现象。

◆ 圆偏振光

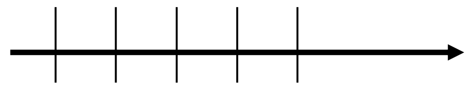
圆光入射偏振片，旋转偏振片，光强不变。

◆ 椭圆偏振光

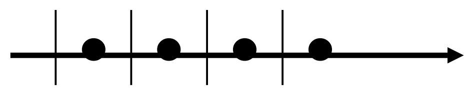
椭圆光入射偏振片，旋转偏振片，光强有强弱变化，
但无消光。

3. 几种偏振光的记号

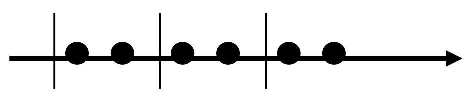
平面偏振光

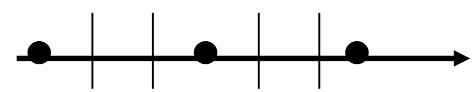


自然光



部分偏振光





4. 获得平面偏振光的方法

- 由自然光得到平面偏振光

1．利用偏振片

2．由反射和折射产生（布鲁斯特定律）

自然光入射，反射光和折射光为部分偏振光。

反射光中，垂直入射面振动的光（S分量）占优势。

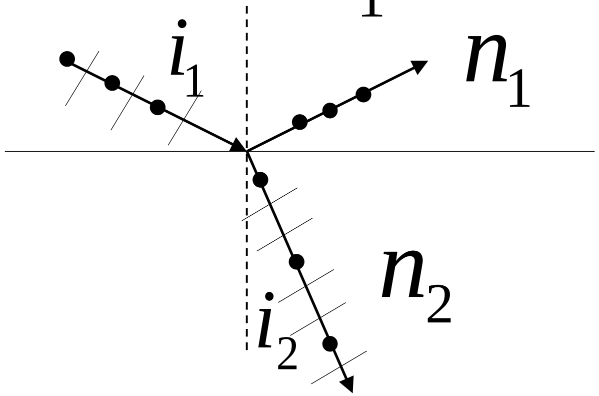
折射光中，平行入射面振动的光（P分量）占优势。

布儒斯特角定律

$i_1 + i_2 = 90^\circ$ 反射光中只有S分量，为线偏光。

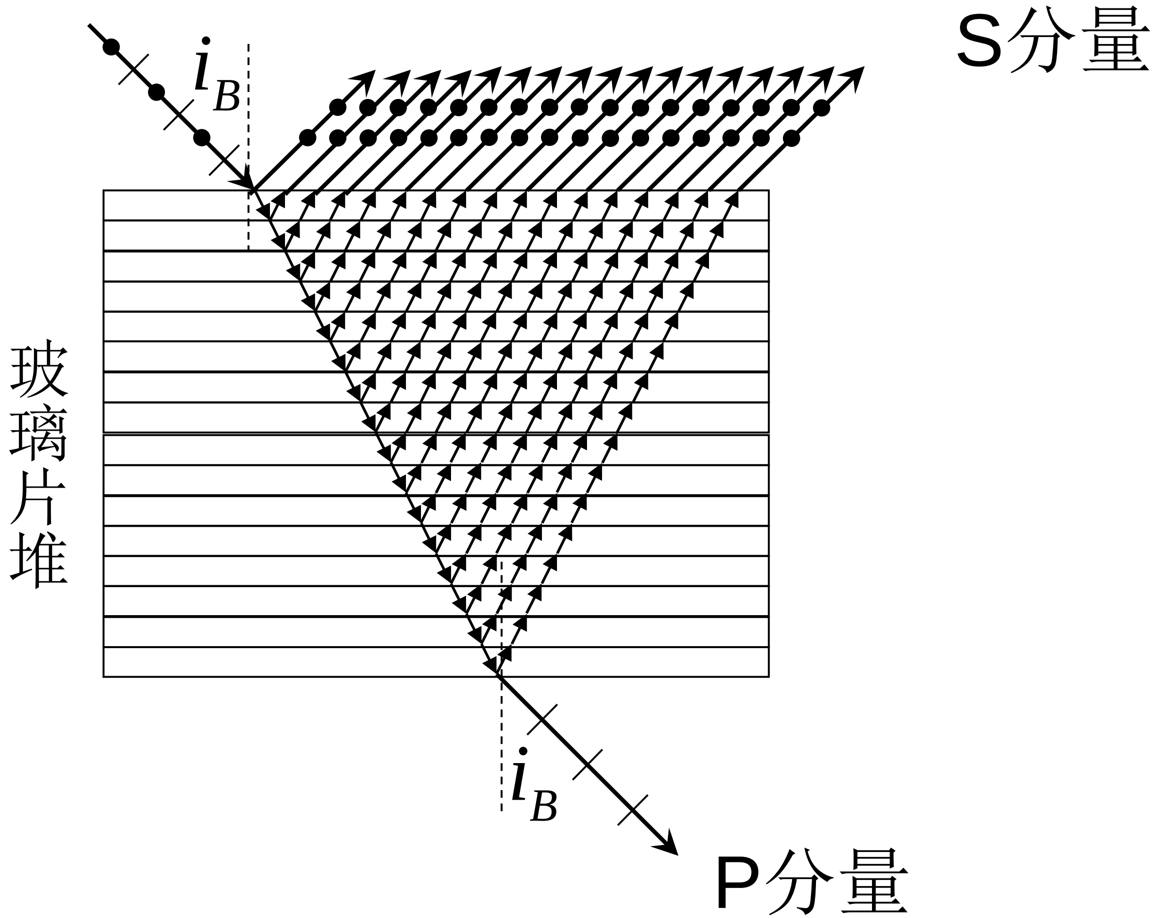
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_2 \cos i_1 \qquad \tan i_1 = \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_1 = i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$$



布儒斯特角i_B

透射光为部分偏振光，其中S分量较弱。



S分量
i_B
玻璃片堆
i_B
P分量