

第二章 光的电磁描述及叠加

光的基本性质

定态光波及其数学描述

平面波和球面波

光的电磁理论基础

光波的叠加

光的偏振特性

2.1 光的基本性质

2.1.1 光源

光源：任何可以发光的物体叫光源。

按能量的补偿方式不同把光源分类：

(1) **热辐射：**在一定温度下处于热平衡状态的物体的辐射。

如太阳、白炽灯等。

(2) **非热辐射：**热辐射以外的辐射。

非热辐射光：

电致发光：气体发光管是靠电场补给能量，
如水银灯等；

荧光：在放射线、X射线、紫外线、可见
光等照射或轰击下的发光（光致发光），
如日光灯管壁的荧光粉，示波管等

磷光：在各种照射下可以在一段时间内连续
发光，如夜光表的磷光物质；

化学发光：由于化学反应而发光的过程，坟地的
“鬼火”；

生物发光：生物体发光或生物体提取物发光，特
殊类型的发光过程，
如萤火虫发光，深海鱼类，水母，珊瑚等。

2.1.2 光的波长和波速

波长 光波是电磁波的一种，波的空间分布具有周期性，这个周期性用波长来描述。

最小的周期为一个波长，用 λ 表示。

可见光波长范围：4000~7600 Å

可见光波长范围

760 630 600 570 500 450 430 400 (nm)



波速：波在介质中的传播速度。

由麦克斯韦理论,波速

$$v = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}} \begin{cases} \epsilon_r : \text{相对介电常数}, \epsilon_0 : \text{真空介电常数} \\ \mu_r : \text{相对磁导率}, \mu_0 : \text{真空磁导率} \end{cases}$$

真空中光波传播速度=光速

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \quad c = 299792458 \text{ m/s} \sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

可得

$$v = c \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r \mu_r}} \quad \text{一般地, } \mu_r \sim 1 \quad \epsilon_r > 1$$

光在介质中速度变慢

由折射定律定义

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \sim \sqrt{\epsilon_r}$$

折射率与材料性质相关

$$\lambda = v / \nu$$

其中 ν : 频率, v : 速度

光通过不同介质中时, 其**频率保持不变**,
因此频率是光最基本的物理量。

真空中 $\lambda_0 = c / \nu$

于是, 介质中 $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}$

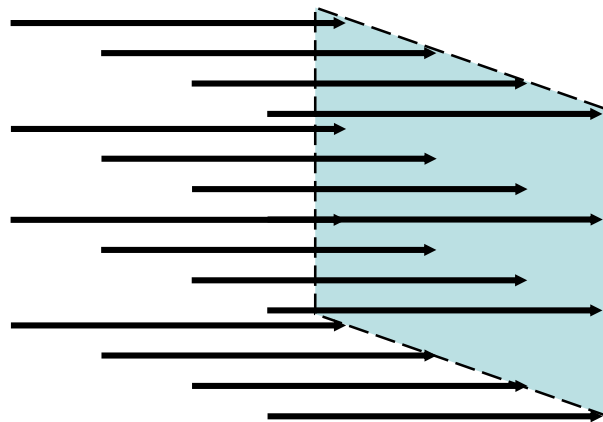
因此, **光在介质中波长变短**

2.1.3 光强和光谱

1. 光通量与光强

光波传播能量

- **光通量**：单位时间内，通过某一截面的能量，或通过某一截面的**光功率**；也称**能流**
- **光强**：单位面积上**光通量**的**平均值**，实际上就是**平均能流密度**



能流密度

$$S = |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| = \sqrt{\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{\mu_r \mu_0}} E^2 \quad \begin{cases} \varepsilon_r : \text{相对介电常数}, \varepsilon_0 : \text{真空介电常数} \\ \mu_r : \text{相对磁导率}, \mu_0 : \text{真空磁导率} \end{cases}$$

$$S = \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0} n |\mathbf{E}|^2 = \frac{n}{c \mu_0} |\mathbf{E}|^2 \quad \begin{matrix} \sqrt{\varepsilon_r} \approx n \\ \mu_r \approx 1 \end{matrix} \quad c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

坡印廷矢量大小表示的是能流密度的**瞬时值**，这一数值以光的频率作周期性变化。

光强是指能流密度的平均值

$$I = \langle |\mathbf{S}| \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau |\mathbf{S}| dt$$

若光波做简谐振动， E_0 为简谐振动的振幅，

$$\langle |\mathbf{E}|^2 \rangle = \frac{1}{2} E_0^2$$

则光强 $I = \langle \mathbf{S} \rangle = \frac{n}{2c\mu_0} E_0^2 \propto nE_0^2$

在同一种均匀介质中，通常取 $I = E_0^2$

注：比较不同媒质中的光强时，要考虑到比例系数中有一个与媒质有关的折射率 n 。

2. 光谱

单色光: 波长单一的光。（各种激光）

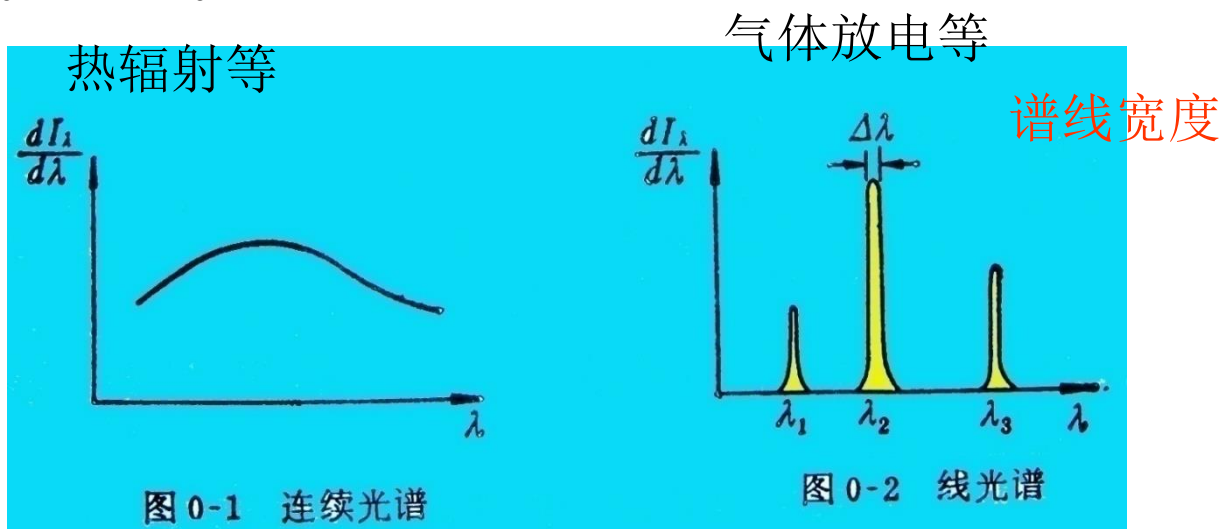
非单色光: 波长不单一的光。（普通光源）

光谱: 非单色光的强度按波长分布

谱密度: 在单位波长区间的光强 $i(\lambda) = \frac{dI_\lambda}{d\lambda}$

总光强: $I = \int_0^\infty dI_\lambda = \int_0^\infty i(\lambda) d\lambda$

谱线宽度: 光谱的分布有一定的波长范围, 用 $\Delta\lambda$ 表示。 $\Delta\lambda$ 越小, 谱线宽度越好。



白光: 具有和太阳连续光谱相近的多色混合光

2.2 单色光波及其描述

- 光是交变电磁波
- 波长400~800nm，频率 $\sim 10^{14}\text{Hz}$
- 从传播的角度看，是波动，是振动的传播
用速度、传播方向、波长、振幅等参数描述
- 从物理量分布的角度看，是空间场
是电场强度、磁场强度等物理量在空间的周期性分布
- 时间、空间是描述波的重要参量

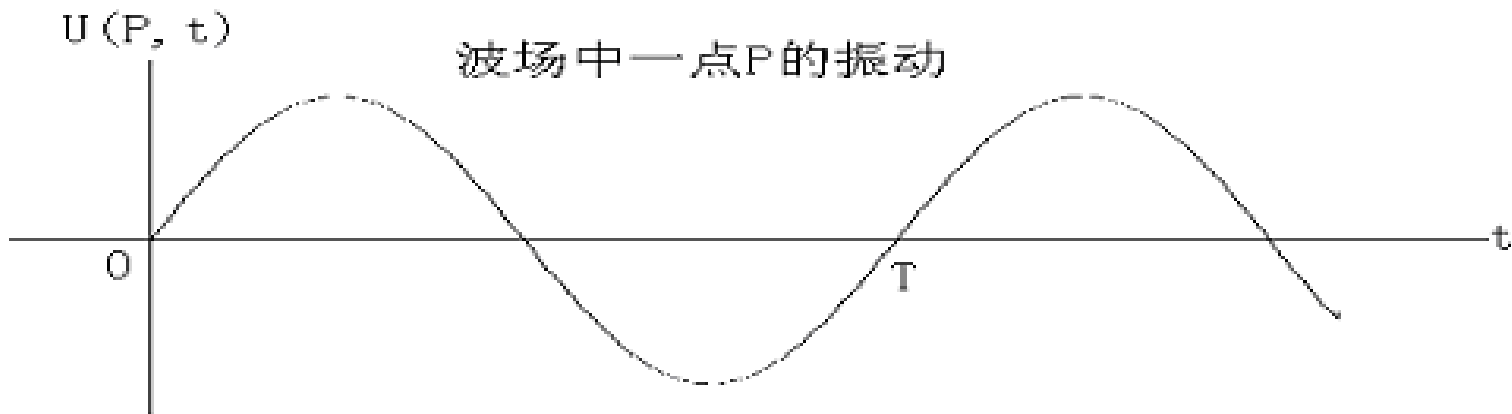
2.2.1 光波具有时间和空间周期性

1. 波场具有空间、时间两重周期性

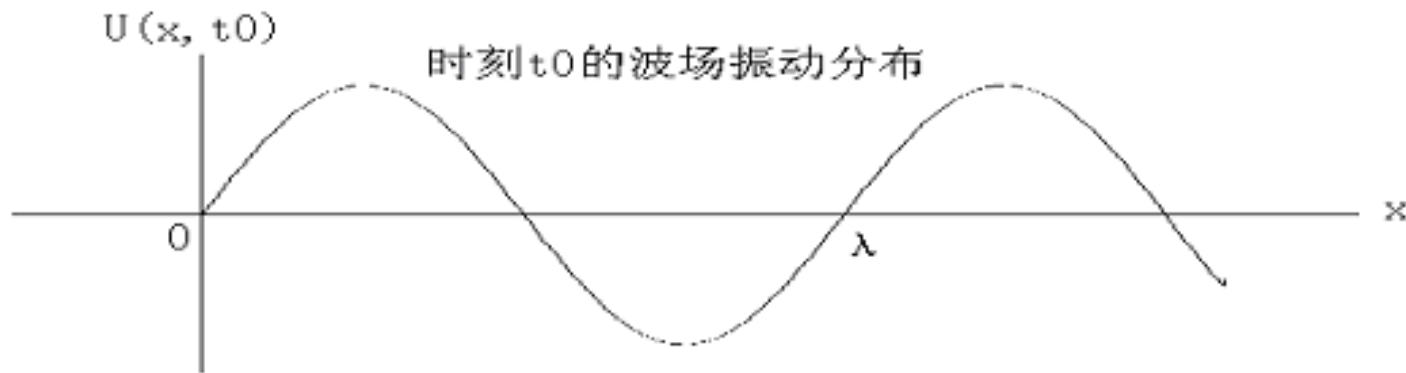
波是振动的传播，**振动**在空间传播形成物理量在**空间的分布**（波场）。

- **时间周期性**：波场中任一点的物理量，随时间做周期变化，具有时间上的周期性

时间周期： T ；时间频率： $\nu = 1/T$ ，单位时间内变化（振动）的次数



- **空间周期性：**某一时刻，波场物理量的分布，随空间作周期性变化，具有空间上的周期性



空间周期：波长 λ ；

空间频率：波数， $\tilde{\nu} = 1/\lambda$

单位距离内的变化次数。

2. 波的数学描述

振动的数学描述

振动是物理量在其平衡值（某一数值）附近做周期性变化

简谐振动的数学描述：

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$$

A: 振幅

ω : 圆频率

$\omega t + \varphi_0$: 位相

φ_0 : 初位相

T: 时间周期

$\nu = 1/T$: 时间频率

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi / T$$

简谐振动的特点：

等幅振动

周期振动

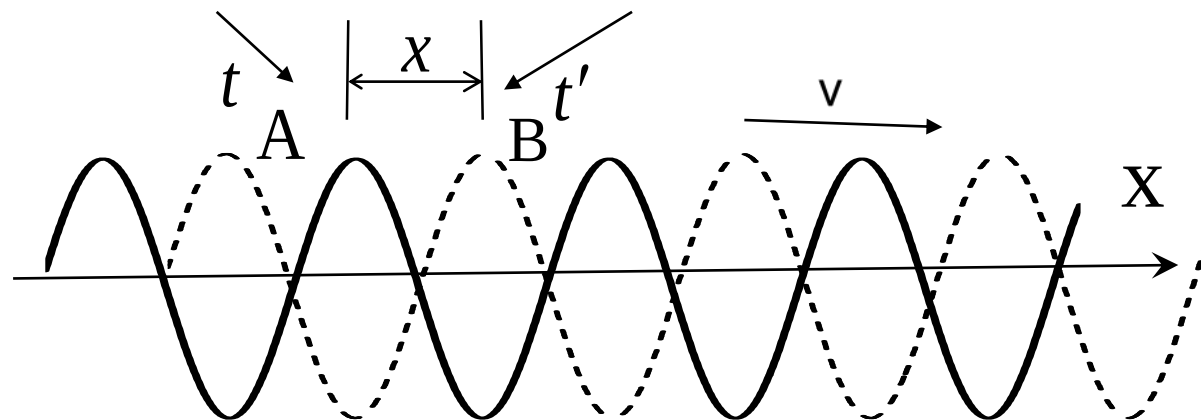
波的数学描述

波（动）是振动的传播，表达式必须同时反映时间和空间的周期性。

波的数学描述函数

波函数 $U(P, t)$

最简单波是简谐波



$$U_A(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos(2\pi \nu t + \varphi_0) \quad \text{振动}$$

$$U_B(x, t) = A \cos(\omega t' + \varphi_0) = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

$$= A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

$$\lambda = vT$$

$$\text{或} \quad = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\omega = 2\pi \nu = 2\pi / T$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

表沿x方向传播的余弦波

波的数学描述

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - kx + \varphi_0]$$

$\omega = 2\pi\nu$ 2π 时间内的频率，圆频率（角频率）

$k = 2\pi / \lambda$ 2π 长度内的波数，圆波数（角波数）
 $\tilde{\nu} = 1 / \lambda$

φ_0 初位相

$A(P)$ 为振幅，与光强相关

$$U(P, t) = A(P) \cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0]$$

- (1) x 每改变 λ ,位相改变 2π ，波函数复原；
- (2) t 每改变 T ,位相改变 2π ，波函数复原。

时间、空间周期性

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - kx + \varphi_0]$$

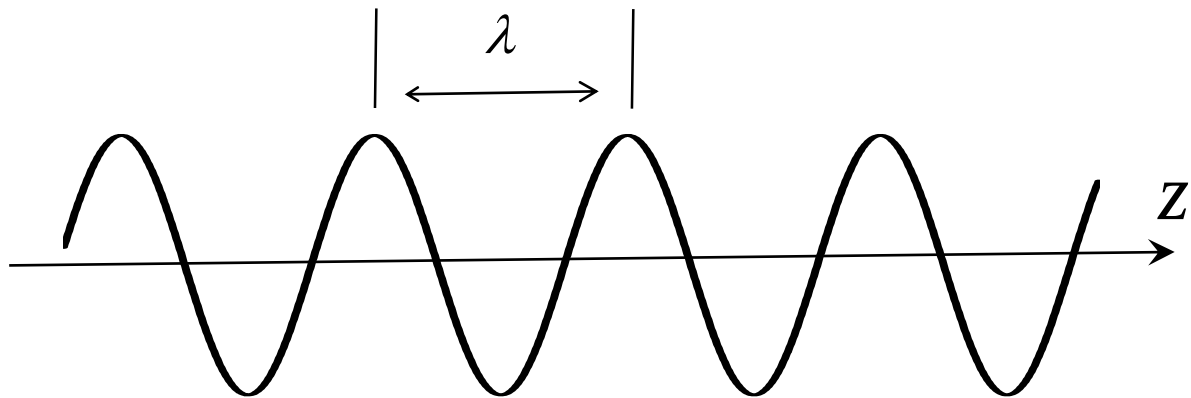
令 $\varphi(P, t) = \omega t - kx + \varphi_0$ 波的位相
与时间和空间相关

$\varphi(P) = kx - \varphi_0$ 波的空间位相部分

$$\begin{aligned} U(P, t) &= A(P) \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \\ &= A(P) \cos[\omega t - \varphi(p)] \\ &= A(P) \cos[\varphi(P, t)] \end{aligned}$$

波的传播不是振源（质元）的传播，是振动状态的传播，振动状态取决于位相，所以

振动的传播就是位相的传播



振动状态相同的点，相邻波长为 λ ，位相差 2π ，沿波的传播方向，位相依次落后。

波传播的过程中，振动状态的传播就是恒定位相的传播

$$U(P, t) = A(P) \cos(\omega t - kz) \quad \varphi_0 = 0$$

某一振动状态，不同时刻 t 出现在不同地点 z ，始终满足

$$\omega t - kz = \text{常数}$$

两边取微分 $\omega dt - k dz = 0$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = v$$

波速，相速（位相传播速度）

2.2.2 单色光波

$$E(P, t) = E_0(P) \cos[\omega t - \varphi(P)]$$

1. 单色光波

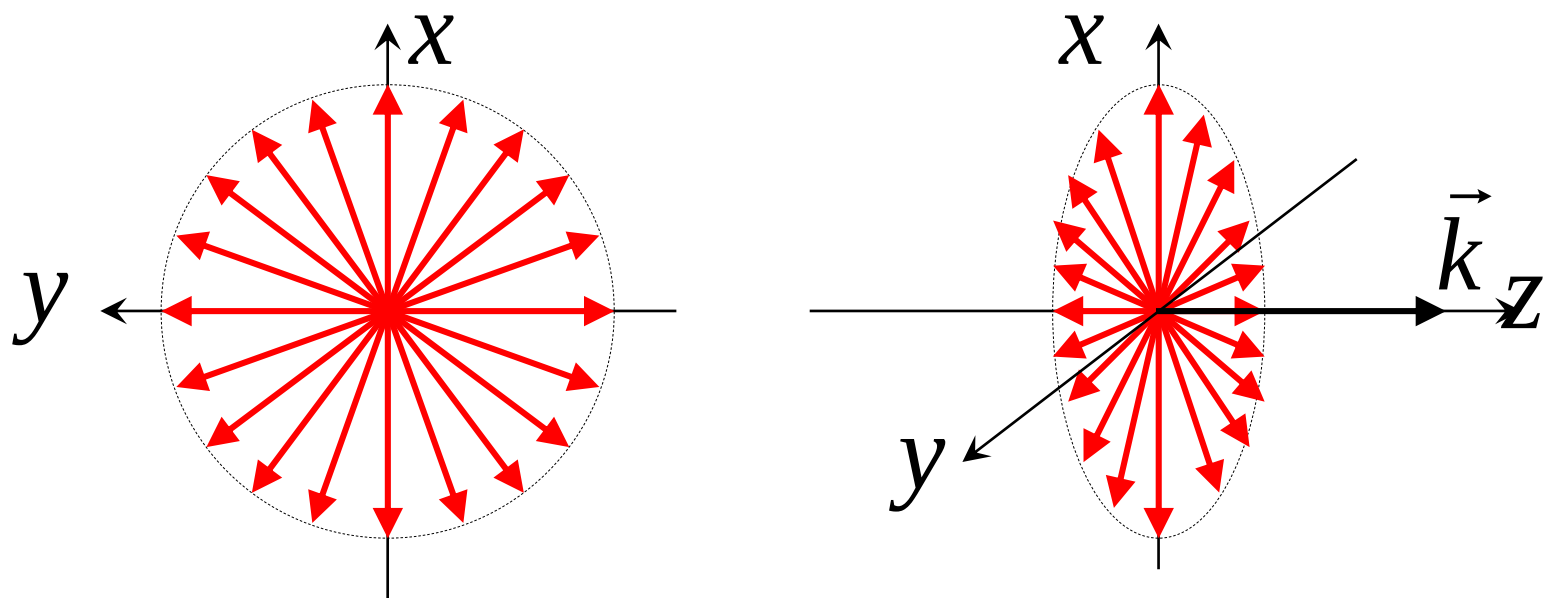
具有下述性质的波场为单色光波（定态波场）

- （1）空间各点的振动是**同频率(ω)的简谐振动**
- （2）波场中各点振动的**振幅不随时间变化**
在空间形成一个稳定的振幅分布
- （3）**初始位相的空间分布与时间无关**
- （4）光波**波列充满全空间**，是无限长的单色波列

- ◆满足上述要求的光波应当充满全空间，是无限长的单色波列。当波列的持续时间比其扰动周期长得多时，可将其当作无限长波列处理。
- ◆任何复杂的非单色波都可以分解为一系列单色波的叠加。

2. 单色光波的描述

电磁波是矢量波，应该用矢量表达式描述。但当光波没有偏振性，即各个方向的电场分量都相同，可用标量表达式描述（标量描述）。



光的振动方向相对于传播方向具有均匀性。

标量描述其实是在一个取定平面内描述定态光波的振动。

单色光波（电场分量）的标量表达式

$$E(P, t) = E_0(P) \cos[\omega t - \varphi(P)]$$

$E_0(P)$ 振幅的空间分布

$\varphi(P)$ 位相的空间分布

均与时间 t 无关

2.2.3 单色光波按波面分类

1. **波面**：某一时刻，波场空间中**位相相同**的曲面构成光波的**等位相面**，即**波面**或**波阵面**。

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - \varphi(P)]$$

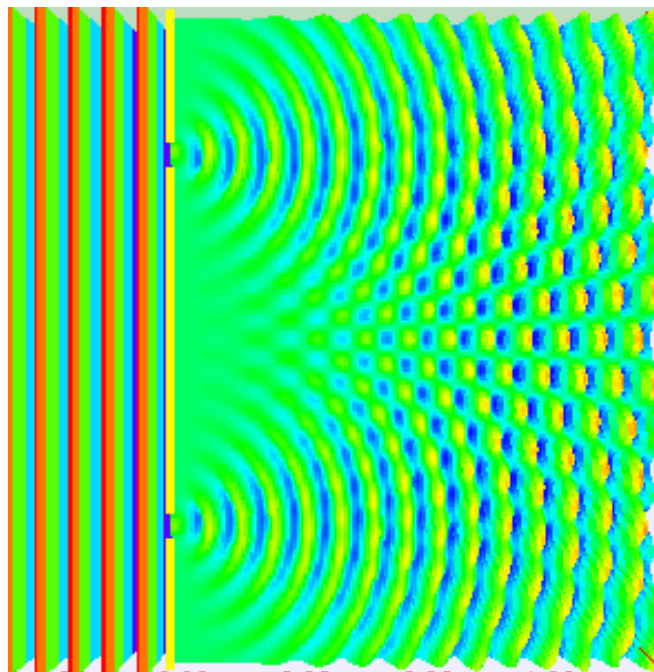
位相相同的空间点应满足下述方程（相同时刻）

$$\varphi(P) = \text{Const.} \quad \text{波面方程}$$

场点 $P(x, y, z) = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$

可根据波面的形状将光波分 **平面波**和**球面波**

1. 平面波：波面是平面



单色平面波是最基本，但又最重要的波

任何波都可以看成是不同频率、不同方向的
单色平面波的叠加。

单色平面波特征：振幅为常数， $A(P) = A$

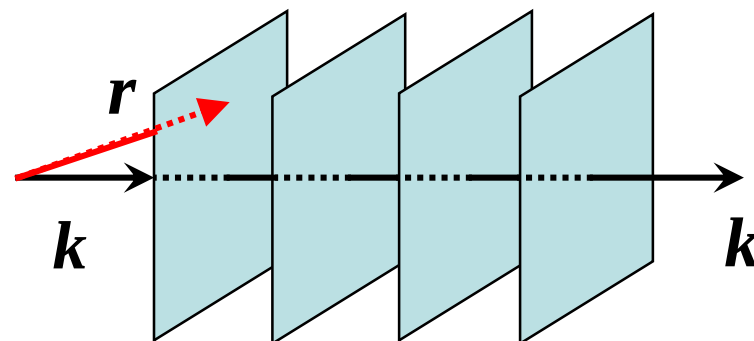
空间位相为直角坐标的线性函数

$$\begin{aligned}\varphi(P) &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \varphi_0 \\ &= k_x x + k_y y + k_z z - \varphi_0\end{aligned}$$

波面方程

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z = \text{Const.}$$

满足上式的点构成与波矢垂直的一系列平面。



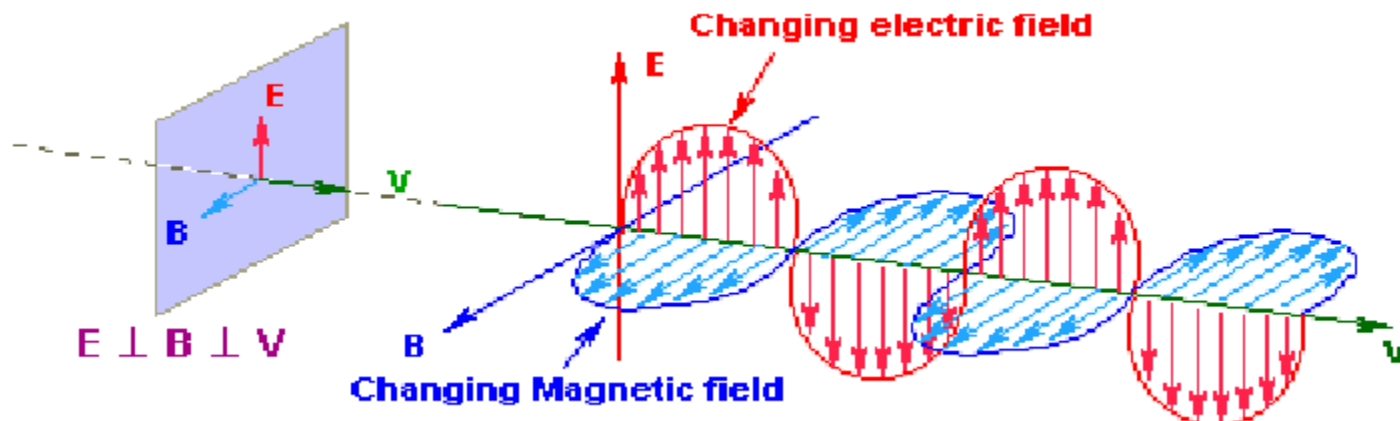
三个重要性质：

$$E(P,t) = E_0(P) \cos[\omega(t - \frac{z}{v}) + \varphi_0] \quad B(P,t) = B_0(P) \cos[\omega(t - \frac{z}{v}) + \varphi_0]$$

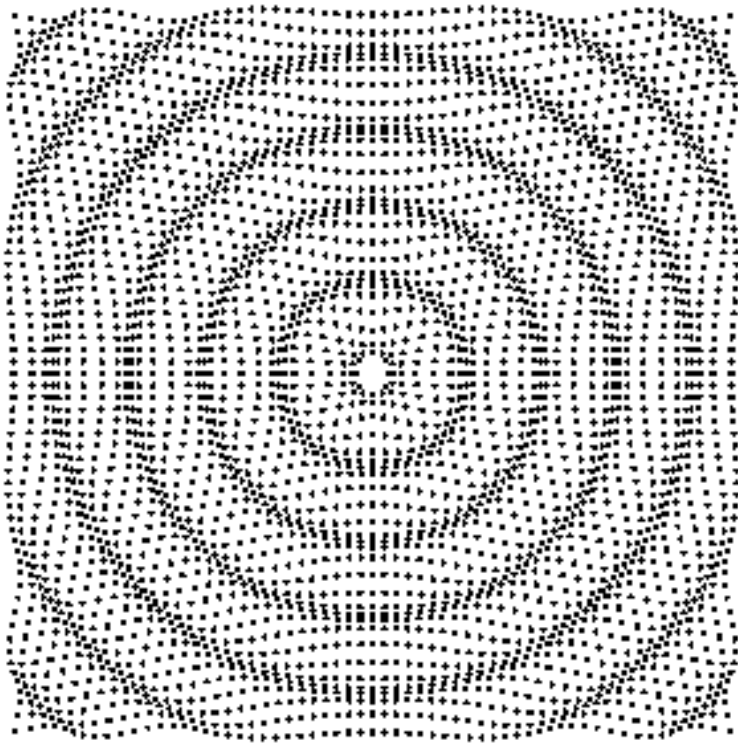
- 1) E 、 B 、 k (v) 三者相互垂直；
- 2) 电、磁场和波的传播方向，构成右手系；单色平面波振幅为常数， $\sqrt{\epsilon}E_0 = \sqrt{\mu}H_0$ 介质中

$$E_0 = cB_0 \quad \text{真空中}$$

- 3) E 、 B 同位相。



2. 球面波：波面是球面的波



球面波

$$E(P, t) = \frac{A_0}{r} \cos[\omega t - kr + \varphi_0]$$

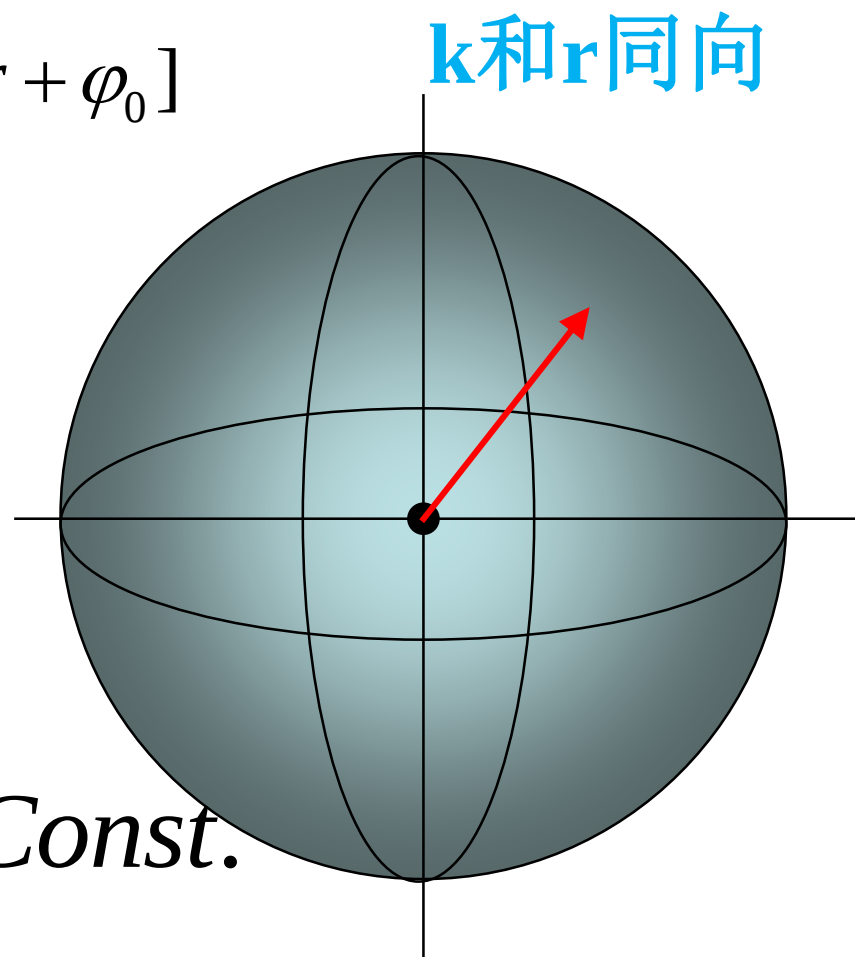
振幅 $E_0(P) = A_0 / r$

空间位相

$$\varphi(P) = kr - \varphi_0$$

波面方程

$$\varphi(P) = kr - \varphi_0 = \text{Const.}$$



特点： 1) 波面以振源为中心的球面

2) 振幅沿传播方向衰减

2.2.4 光波的复振幅描述

由于可以用复指数的实部或虚部表示余弦或正弦函数，所以可以用复数来描述光波的振动

$$E(P, t) = E_0(P)e^{\pm i[\varphi(P) - \omega t]}$$

指数取正号

$$= E_0(P)e^{i\varphi(P)}e^{-i\omega t}$$

$$e^{-i\omega t}$$

与时间、频率相关

$$E_0(P)e^{i\varphi(P)}$$

与空间位置相关

$$E(P, t) = E_0(P)e^{i\varphi(P)}e^{-i\omega t}$$

- 单色光波的频率都是相等的，可以不写在表达式中。
- 定态部分，即与时间无关部分为

$$\tilde{E}(P) = E_0(P)e^{i\varphi(P)} \quad \text{复振幅}$$

复振幅包含了**振幅**和**位相**，直接表示了定态光波的位相**在空间的分布**情况。

所以，对于定态光波，描述振动的传播，可以用复振幅表示。

单色平面波 $\tilde{E}(P) = E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \varphi_0)}$

球面波 $\tilde{E}(P) = \frac{A_0}{r} e^{i(kr - \varphi_0)}$ 发散球面波

$\tilde{E}(P) = \frac{A_0}{r} e^{-i(kr - \varphi_0)}$ 汇聚球面波

复振幅表示对光波叠加、光强计算带来很大便利

- 光波场在 P 点的强度

$$I(P) \propto \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle = \tilde{E}^*(P) \tilde{E}(P)$$

2.2.5 有关光波的几个概念

波面： 位相相等的空间点构成的曲面，
也称波阵面。

波前： 光波场中的任一曲面。

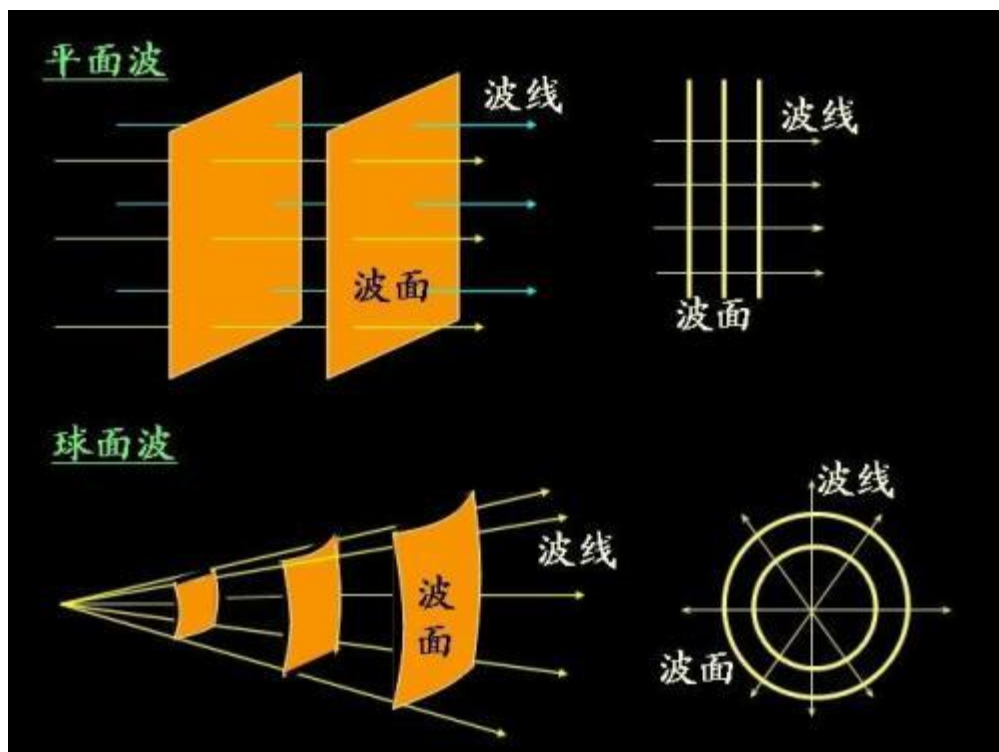
等幅面： 振幅相等的空间点构成的曲面。

波线

与波面垂直的直线，表示波的传播方向。

与波矢的方向是相同的。

在几何光学中，波线就是光线。

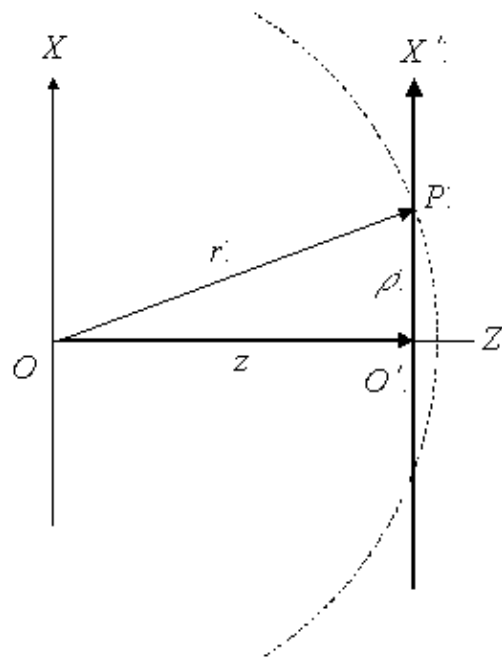


2.2.6 球面波向平面波转化——振幅条件和位相条件（近轴条件和远场条件）

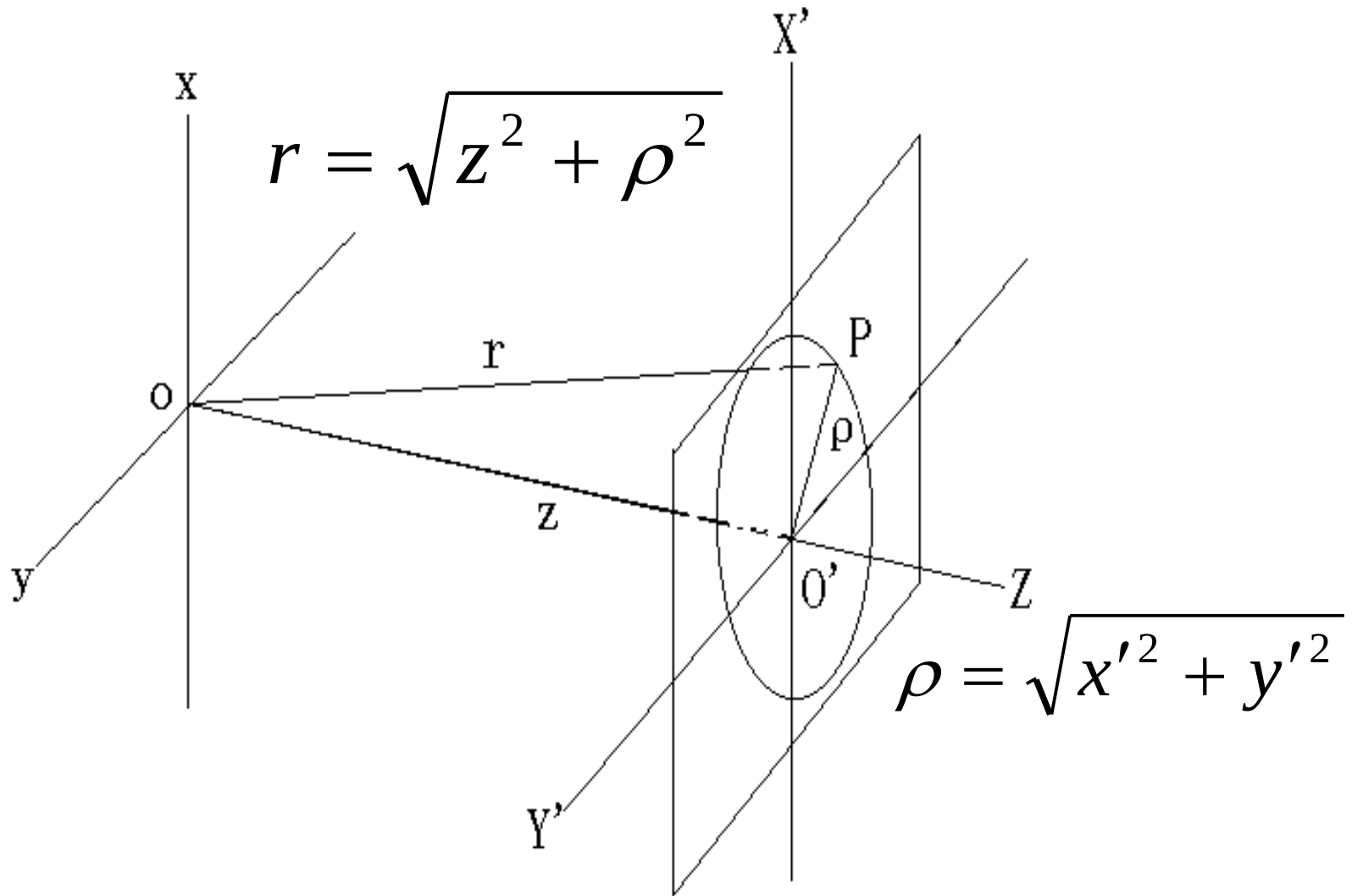
轴上物点发出的球面波

接收屏与物平面相距较远

$$\begin{aligned} E(P, t) &= E_0(P) \cos[\omega t - kr + \varphi_0] \\ &= \frac{A_0}{r} \cos[\omega t - kr + \varphi_0] \end{aligned}$$



$$E_0(P) = \frac{A_0}{r} = A_0 / \sqrt{z^2 + \rho^2} = A_0 / [|z| \sqrt{1 + (\rho/z)^2}]$$



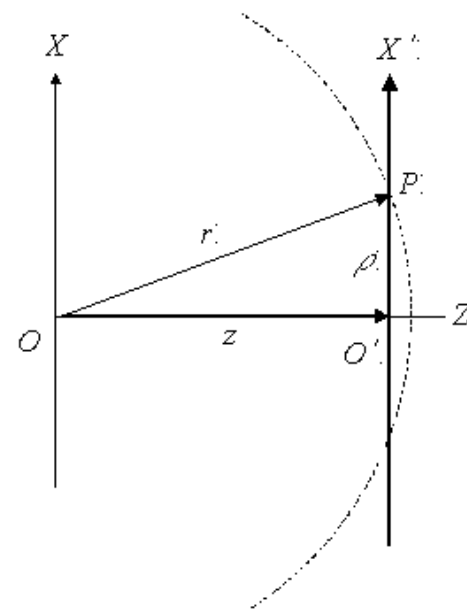
$$E_0(P) = A_0 / [|z| \sqrt{1 + (\rho/z)^2}] = A_0 / [|z| (1 + (\frac{1}{2})(\frac{\rho}{z})^2 + \dots)]$$

如果 $\rho^2 \ll z^2$ 近轴条件，傍轴条件

$(\rho/z)^2$ 可以忽略

振幅为 $E_0(P) = A_0 / |z|$

在接收屏上，振幅为常数



取 $\varphi_0 = 0$

$$\begin{aligned}\varphi(P) &= kr = k\sqrt{z^2 + \rho^2} = k|z|\sqrt{1 + (\rho/z)^2} \\ &= k(|z| + \rho^2 / 2|z| + \cdots)\end{aligned}$$

如果 $\rho^2 / |z| \ll \lambda$ 远场条件

$$k\rho^2 / 2|z| \ll k\lambda / 2 = \pi$$

$k\rho^2 / 2z$ 可忽略

$\varphi(P) = kz$ 可作为平面波处理

远场条件 $\rho^2 / |z| \ll \lambda \ll z$

可以推得 $\rho^2 \ll z^2$ 近轴条件

远场条件包含近轴条件

近轴条件下，轴上物点发出的球面波为

$$\tilde{E}(x', y', 0) = \frac{E_0}{|z|} \exp\left[ik\left(|z| + \frac{x'^2 + y'^2}{2|z|}\right) + i\varphi_0\right]$$

远场条件下，轴上物点发出的球面波为

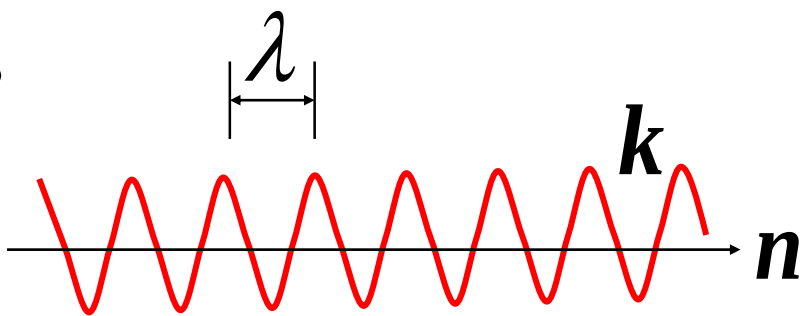
$$\tilde{E}(x', y', 0) = \frac{E_0}{|z|} \exp[ik|z| + i\varphi_0]$$

2.2.7 光波是电磁波（矢量波）

光的电磁理论基础（略）

电场分量、磁场分量、波的传播方向即波矢等物理量，都是矢量。

波矢 $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n}$



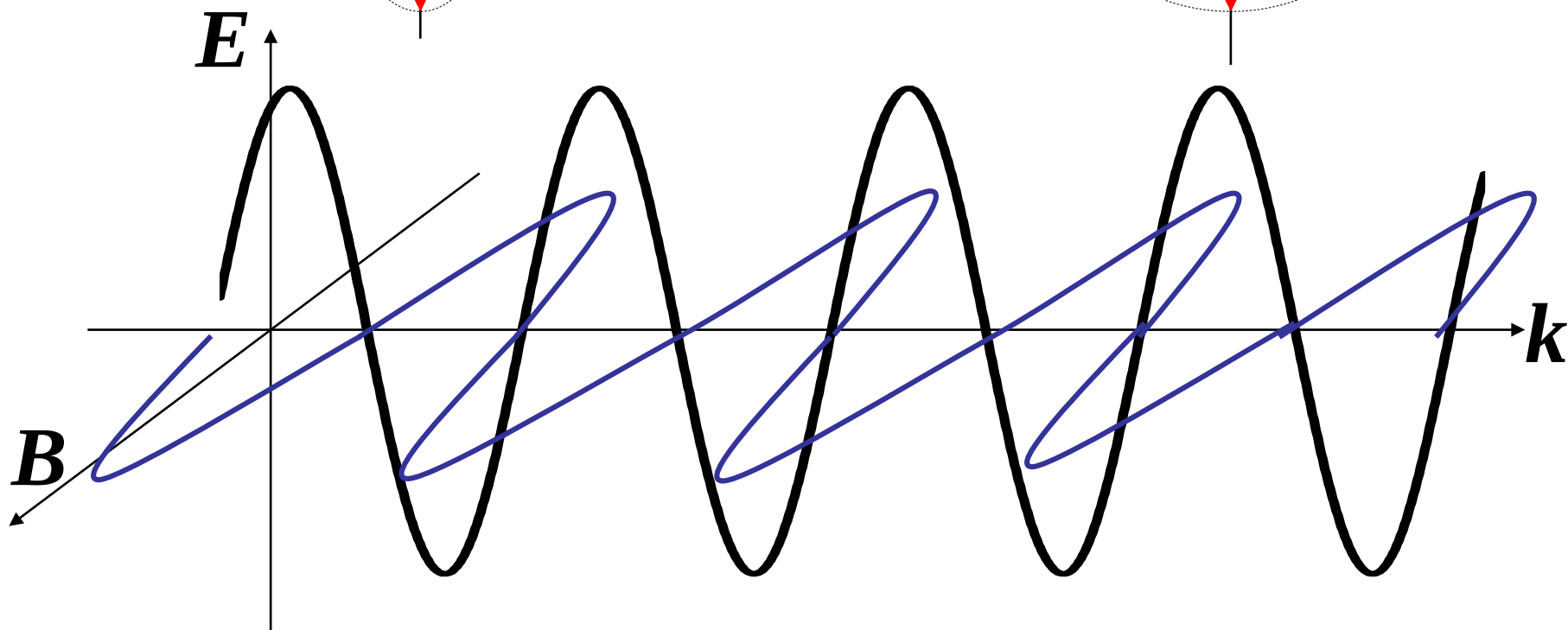
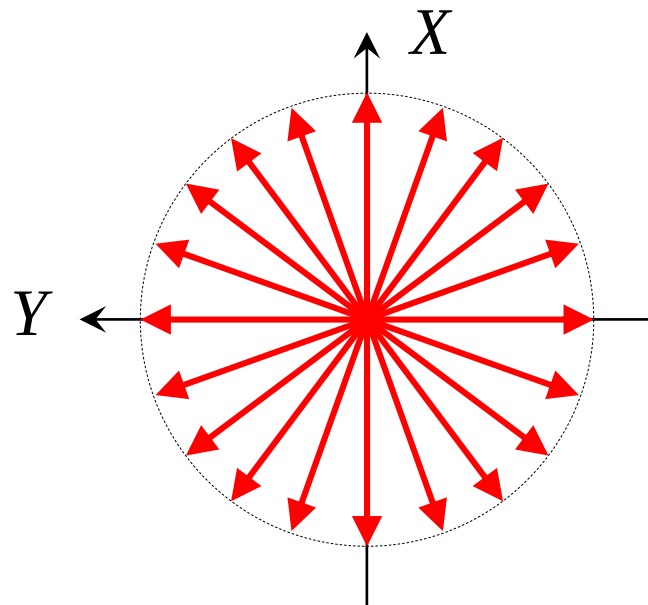
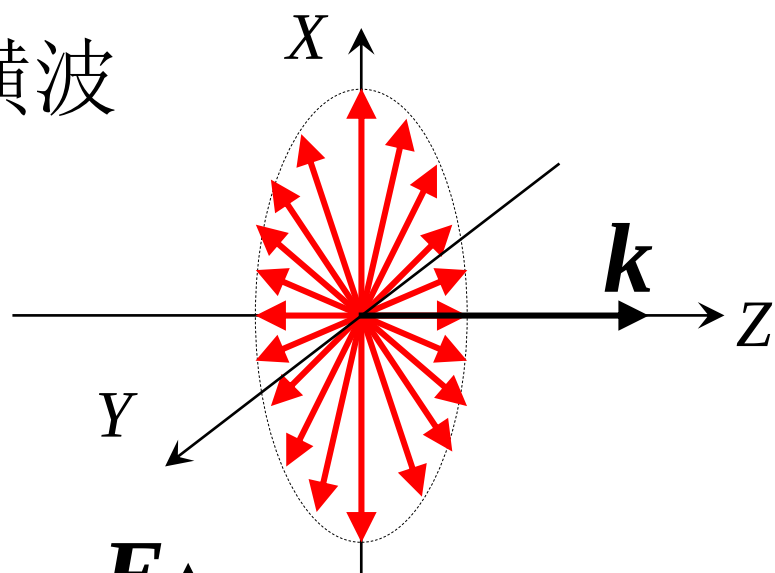
$\mathbf{n}$ 传播方向的单位矢量

电矢量 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0(P) \cos[\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0]$

磁矢量 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = B_0(P) \cos[\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0]$

电场分量的振幅、磁场分量的振幅、
波长、频率等物理量是标量

横波



光的偏振特性

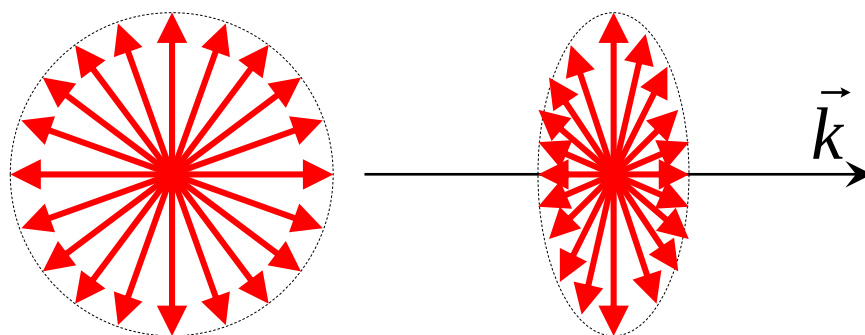
波按振动方向与传播方向的关系可分为：

横波：振动方向与传播方向垂直，如电磁波，
振动方向对传播方向显示出**不对称性**。

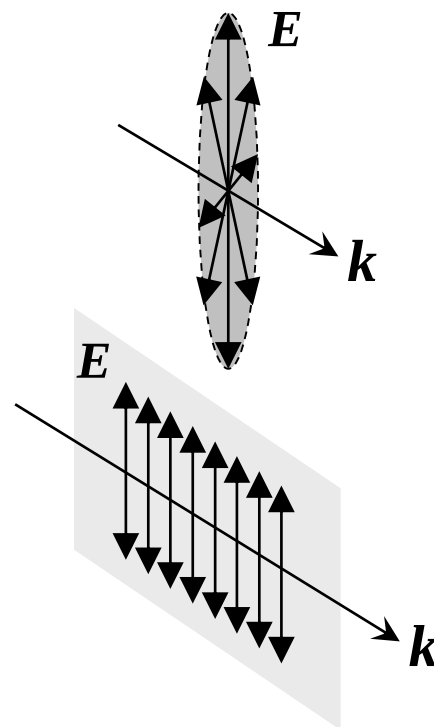
纵波：振动方向与传播方向相同，如声波，
振动方向对传播方向显示出**对称性**。

光是**横波**

- 横波具有偏振特性
- 偏振：振动方向相对于传播方向的不对称性



非偏振的



偏振的

光的具体的、多样的振动方式（振幅和位相随时空方向的分布）称为光的偏振态

光与物质相互作用时，一般来说电场占主导作用，
因此 把光的电矢量称为光矢量。

光矢量
$$\mathbf{E}(P, t) = \mathbf{E}_0(P) \cos[\omega t - kz + \varphi_0]$$

或
$$\mathbf{E}(P, t) = \mathbf{E}_0(P) \cos[\omega(t - \frac{z}{v}) + \varphi_0]$$

若光矢量各方向都相等，或只考虑振动的某分量，
可写成标量形式（干涉、衍射），使问题简化。

$$E(P, t) = E_0(P) \cos[\omega t - kz + \varphi_0]$$