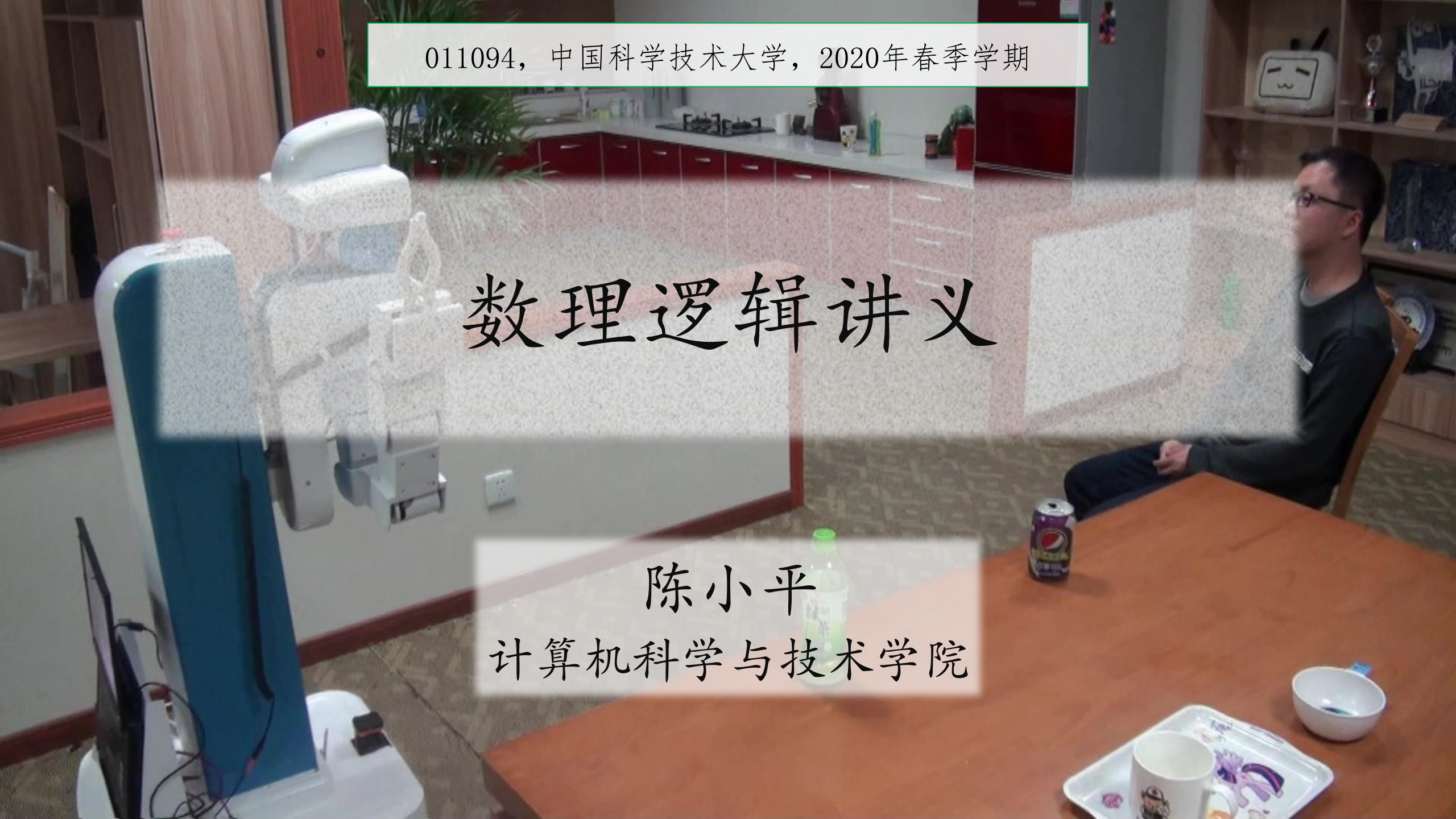


011094，中国科学技术大学，2020年春季学期

数理逻辑讲义

陈小平

计算机科学与技术学院

陈小平（中国科学技术大学）

第0章 导论

0.1 学习数理逻辑的意义

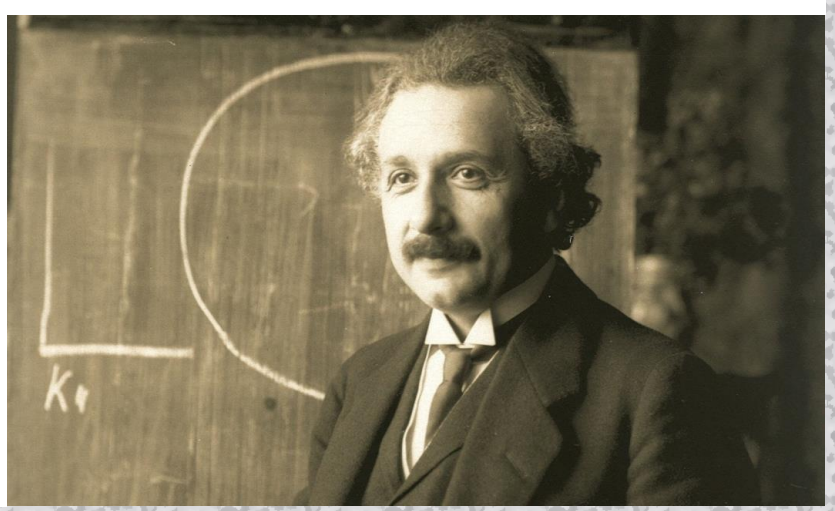
1. 科学意义：
   - 深化对西学思维方式和学术传统的认识与理解
   - 促进中国学术传统的现代化和世界性新学术思维的发展
2. 学科意义：
   - 学习、掌握计算机科学知识体系的重要基础和工具
   - 学习、掌握计算机相关领域科研和技术工作的基础能力

0.1 学习数理逻辑的意义

爱因斯坦（《爱因斯坦文集》第一卷，547页）：

The development of Western Science has been based on two great achievements, the invention of the formal logical system (in Euclidean geometry) by the Greek philosophers, and the discovery of the possibility of finding out causal relationships by systematic experiment (at the Renaissance).

西方科学的发展基于两项伟大的成就：古希腊哲学家在欧氏几何中发明的形式逻辑系统，和文艺复兴时期发现的通过系统性试验找出因果关系的可能性。



0.1 学习数理逻辑的意义

从逻辑学到计算机科学的发展史：

- Euclid(约公元前330-275): 《几何原本》5条公设证明了465个几何命题
- Leibniz(1661-1716): 通用语言设想
- Boole(1815-1864): 布尔代数，小范围的通用语言系统
- Frege(1848-1925): 谓词逻辑演算，第一个（外延性的）通用语言系统
- Hilbert(1862-1943): Hilbert方案，试图证明数学的无矛盾性
- Godel(1906-1978): 证明了足够复杂的形式理论的不可判定性
- Turing(1912-1954): 提出Turing机模型和Church-Turing论题，证明停机问题的不可判定性、证明Turing机与Godel递归函数的等价性，标志着计算机科学的诞生。提出“图灵测试”，标志着人工智能的诞生。

0.1 学习数理逻辑的意义

数理逻辑和形式化方法在计算机及相关领域的应用：

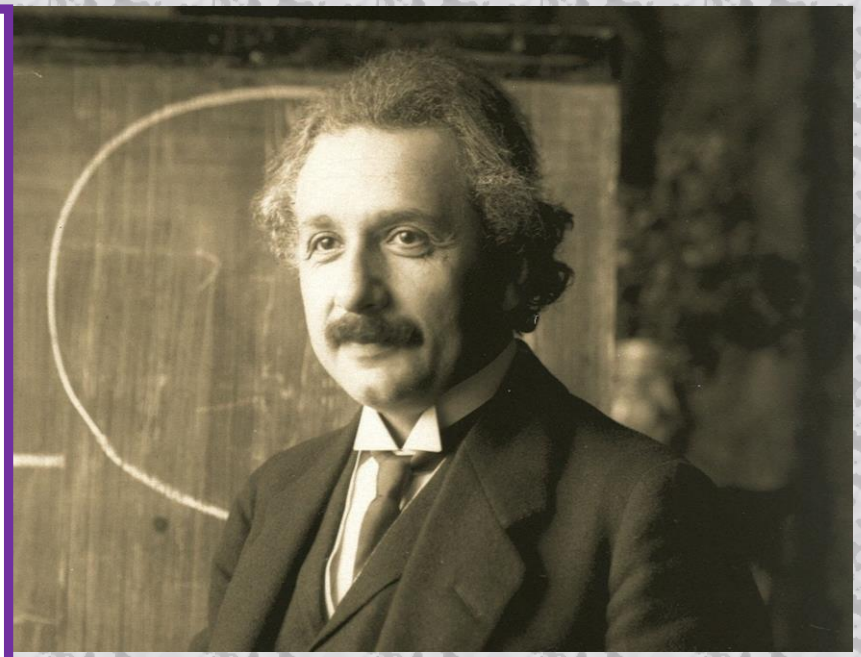
- 计算建模：Turing机、可计算性、计算复杂性……
- 程序/程序设计语言建模：自动程序设计、软件工程……
- 自动验证：程序的安全性验证、网络协议自动验证……
- 数据库建模：数据库基本性质描述与证明
- 自动推理：SAT问题求解、自动规划（网络服务、机器人）……
- 自然语言处理：机器翻译、对话理解、自动问答……
- 常识推理：
- 认知建模：

人工智能的两种经典思维及其科学渊源

爱因斯坦（《爱因斯坦文集》第一卷，547页）：

The development of Western Science has been based on two great achievements, the invention of the formal logical system (in Euclidean geometry) by the Greek philosophers, and the discovery of the possibility of finding out causal relationships by systematic experiment (at the Renaissance).

西方科学的发展基于两项伟大的成就：古希腊哲学家发明的形式逻辑系统（在欧氏几何中），和文艺复兴时期发现的通过系统性试验找出因果关系的可能性。



基于模型的暴力法

基于元模型的训练法

第一种AI经典思维：基于模型的暴力法

暴力法原理：

1. 基于问题的精确模型，建立知识表示/搜索空间；

2. 压缩搜索空间；

3. 在压缩空间中通过“推理法”或“搜索法”，穷举问题的可能解，找出其中的最优解。

推理的主要工具：

逻辑推理、概率推理、决策论规划(MDP/POMDP…)

0.1 学习数理逻辑的意义

预习：例子中的数理逻辑知识简介

逻辑公式	语义解释
$\forall x,y(dish(x)\wedge food(y)\rightarrow hold(x, y))$	餐具可以盛食物
$food(rice)$	米饭是食物
$food(soup)$	汤是食物
$dish(bowl)$	碗是餐具
……	……

- 逻辑联结词，如：
  蕴涵词→，代表“如果…则…”
  合取词∧，代表“…并且…”
- 量词∀，代表“对所有…”
- 原子公式，如$dish(bowl)$,碗是餐具；$dish(x)$, x是餐具；$hold(x, y)$, x可以盛y。在AI中称为**事实**。
- **复合公式**：如$\forall x\forall y(dish(x)\wedge food(y)\rightarrow hold(x, y))$，对所有x和y，如果x是餐具并且y是食物，则x可以盛y。表达自然语言命题“餐具可以盛食物”。
- 复合公式和原子公式(事实)合称**公式**，代表命题，被AI用于表达**知识**。

推理法工作原理

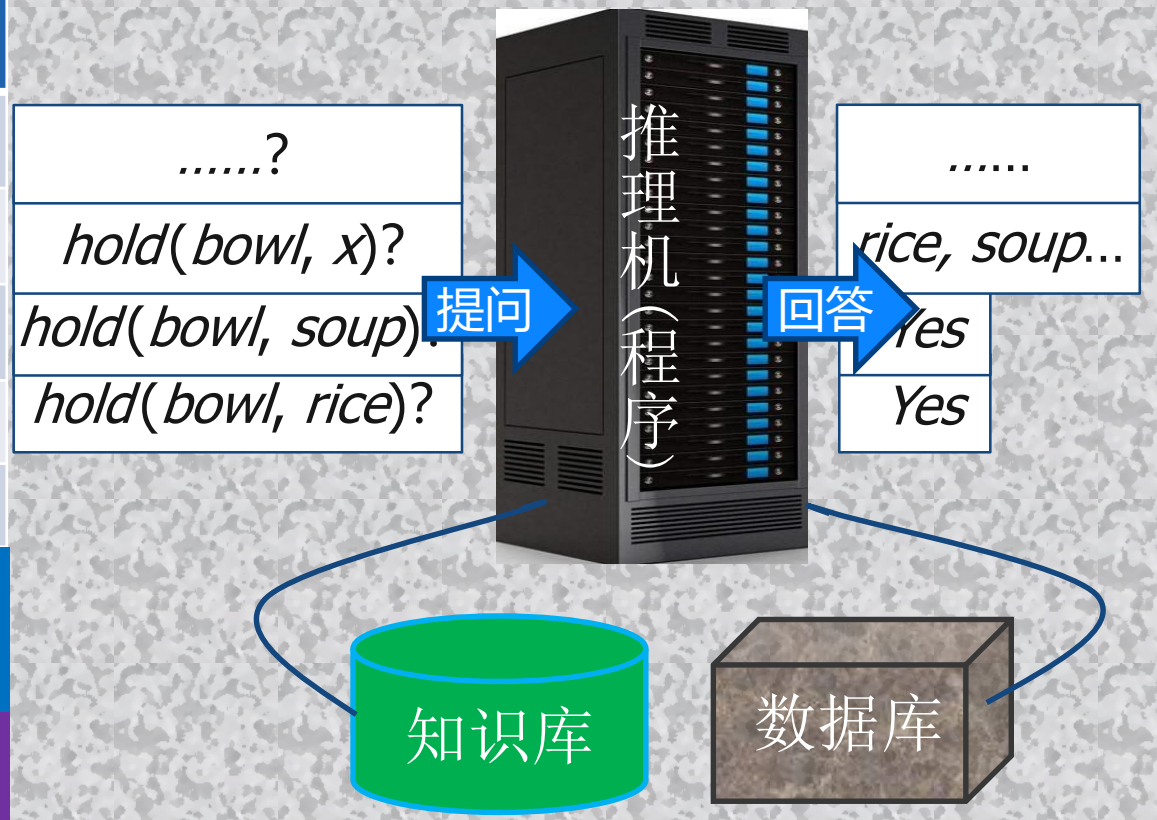
❖ **自动推理系统**：利用已有知识库和数据库，通过推理对提问自动产生答案。

1. 事实推理 用已知知识/数据推理，例：

逻辑公式	语义解释
$\forall x,y(dish(x)\wedge food(y)\rightarrow hold(x, y))$	餐具可以盛食物
food(*rice*)	米饭是食物
food(*soup*)	汤是食物
dish(*bowl*)	碗是餐具
……	……

2. 假设推理 用假设知识推理并检验。例：设计相对论日食观测；搜索本-拉登藏身之处。

3. 反事实推理 用违反事实的知识进行推理。例：“追光实验”。



大知识：1990s以来暴力法的新赛道

◆ 知识基础工程：大型知识体建造、抽取和推理。部分代表性工作：



Cyc (Lenat, 1984-): A comprehensive ontology and knowledge base. CycL (higher order logic). 416,000 collections (types, sorts, etc), 42,500 predicates (relations, attributes, functions, etc).

Semantic Web (Tim Berners-Lee, 2001-): A set of standards for common data formats and exchange protocols on the Web, which allow data to be shared and reused across application, enterprise, etc.



IBM Watson (2011-): The sources of information for Watson include encyclopedias, dictionaries, thesauri, newswire articles and literary works, databases, taxonomies and ontologies.

Open Mind Common Sense (MIT, 1999-): A project to build and utilize a large commonsense knowledge base from Web users. It is built on the structured natural language corpus, a semantic network, ConceptNet, as well as a matrix-based representation, AnalogySpace.

Freebase (2007-16): A collaborative knowledge base from many sources with 3B facts and costs $6.75B.

Knowledge Graph (2010-): A KG is a knowledge base organized as a graph.

0.1 学习数理逻辑的意义

思考题：

0.1 什么是“证明”？

0.2 什么是“计算”？

0.3 “计算”与“证明”是什么关系？