

在这个作业题中，我们将考察旋光致电效应的低频机制。旋光致电效应指如下电流：

$$J_z = \beta_{zz} i(E(\omega) \times E(-\omega)). \quad (1)$$

1. 考虑如下的单色旋光

$$E = E_0(\cos(\omega t) \hat{x} + \sin(\omega t) \hat{y}),$$

计算其对应的 $E(\omega)$ 与 $E(-\omega)$ ，以及 $i(E(\omega) \times E(-\omega))$ ，验证后者非零。所以方程（1）中的电流和旋光分量相关。

2. 电流可用如下公式计算：

$$J_z = -e \int \frac{dk}{8\pi^3} (\dot{r}_c)_z f$$

根据在电场下的半经典运动方程，获得速度对于电场的零次项和一次项。

3. 分布函数可由如下玻尔兹曼方程获得：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{k}} = -\frac{f-f_0}{\tau}$$

将只有电场情况下的受力方程代入上面的式子，获得包含电场的方程。将分布函数做如下分解

$$f = f_0 + f_1 e^{i\omega t} + f_1^* e^{-i\omega t} + f_2 + \dots$$

其中 $f_1$ 与 $f_1^*$ 在电场的一阶，而 $f_2$ 在电场的二阶。 $f_2$ 不随时间变化。 $f_0$ 为平衡分布函数。求解 $f_1$ ， $f_1^*$ 与 $f_2$ 。

4. 将上述玻尔兹曼的解与速度对电场的展开均代入计算电流的方程，找到满足方程（1）特征的项，从而给出 $\beta_{zz}$ 的表达式。请思考贝利曲率在其中的作用。