第二次课程作业

March 14, 2023

考虑二维正方晶格 (晶格常量 $a = 1$), 每个晶格点上有一条带有自旋的轨道,

$$\begin{aligned} H = &\sum_{\langle ij \rangle} i\lambda c^\dagger_{i\alpha} c_{j\beta} (S_x)_{\alpha\beta} (\hat{R}_{ij})_x + \sum_{\langle ij \rangle} i\lambda c^\dagger_{i\alpha} c_{j\beta} (S_y)_{\alpha\beta} (\hat{R}_{ij})_y \\ &+ \sum_{i} (\Delta + 2\lambda) c^\dagger_{i\alpha} c_{i\beta} (S_z)_{\alpha\beta} + \sum_{\langle ij \rangle} (-\lambda) \frac{1}{2} c^\dagger_{i\alpha} c_{j\beta} (S_z)_{\alpha\beta} \end{aligned} \tag{1}$$

其中 i,j 为晶格点指标, α, β 为自旋指标, S_x, S_y, S_z 为 Pauli 矩阵, $(\hat{R}_{ij})$ 是从 i 到 j 的单位矢量, $(\hat{R}_{ij})_x$ 和 $(\hat{R}_{ij})_y$ 分别是其 x, y 方向上的分量.

(1) 请写出 Hamiltonian 在动量空间中的矩阵形式;

(2) 当 $\lambda = 1$, $\Delta = -0.5$ 时, 计算积分

$$C = \frac{1}{2\pi} \int \Omega_z \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y; \tag{2}$$

考察能量较低的能带, 并在此能带中计算上式 (Berry 曲率的 z 分量) 的积分;

(3) 同样计算 (2) 中积分 (也是考察能量较低的带), 固定 $\lambda = 1$, 扫描 $\Delta = -5, -3, -2, -1, 0, 1$;

(4) 同样计算 (2) 中积分 (也是考察能量较低的带), 固定 $\Delta = -0.5$, 扫描 $\lambda \in (0, 1)$ 中的 5 个点.

注：(3)(4) 应采取画图或列表方式展示结果（积分值有可能不收敛）.