

圆偏振光伏效应与贝利曲率

圆偏振光伏效应 (circular photogalvanic effect, CPGE) 是一种二阶光响应, 其光电流的大小正比于电场的二阶。CPGE 对应的光电流为注入电流的形式, 其光电流在无散射的情况下随着时间线性增长, 可以表示为如下形式

$$\frac{dj_i}{dt} = \beta_{ij}(\omega) [\mathbf{E}(\omega) \times \mathbf{E}^*(\omega)]_j,$$

其中 $\beta_{ij}(\omega)$ 为 CPGE 的响应系数, $\mathbf{E}(\omega)$ 表示圆偏振光的电场强度, 此公式对应右旋圆偏振光和左旋圆偏振光产生光电流之差。根据上面的表达式, 我们可以知道 CPGE 仅能够在破坏了空间反演对称性的体系中出现, 因为公式左方的电流在空间反演下变号, 而公式右方的电场强度的叉乘在空间反演下不变号。

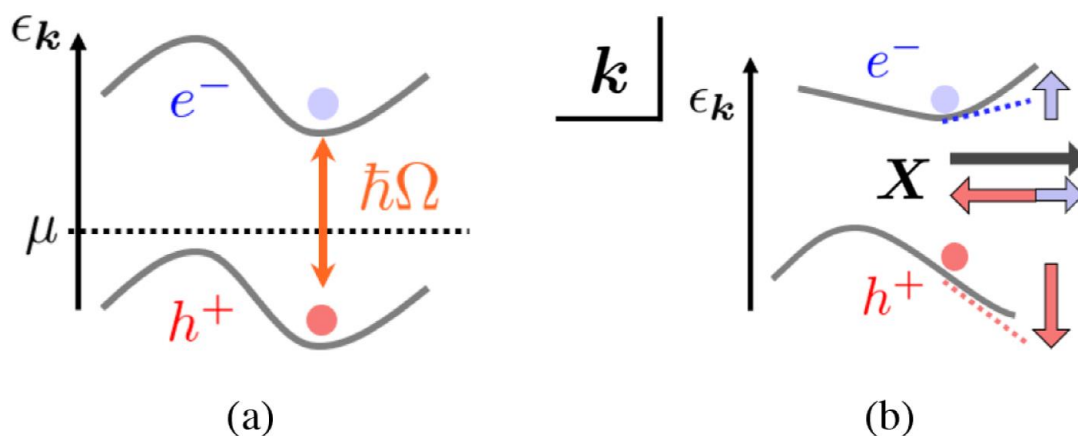


图 1 CPGE 光电流产生的微观过程^[1]。(a) 电子空穴对产生; (b) 电子在价带和导带的非平衡分布产生电流。

在微观上, CPGE 光电流的产生需要两个过程, 如图 1 所示。首先, 圆偏振光将材料中的电子从价带激发到导带, 这对应了材料对光的吸收过程。之后, 被激发到导带的电子和在价带的空穴具有不同群

速度，电子和空穴的移动产生电流。由于光从价带激发到导带的吸收过程与两条能带对应的贝利曲率相关，因此 CPGE 可以用来对材料的贝利曲率进行探测。

问题一：请从 CPGE 产生的微观图像出发，使用费米黄金定则来推导 CPGE 的响应系数 $\beta_{ij}(\omega)$ ；（注：在光场下，电子的跃迁矩阵元为 $T_{mn} = \langle u_m | e\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{v}} | u_n \rangle$ ，其中 \mathbf{E} 为电场，而 $\hat{\mathbf{v}} = \partial H / (\hbar \partial \mathbf{k})$ 为速度算符。需从黄金定则中找出满足如上方程形式的项。）

问题二：Weyl 半金属中具有和高能物理中性质相似的 Weyl 费米子，其右手手性的 Weyl 点可以看作是贝利曲率的源端，而左手性的 Weyl 点可以看作是贝利曲率的漏端，任何一个完全包围 Weyl 点的费米面都具有整数的贝利曲率通量，即对应的陈数为 ± 1 。下面使用 CPGE 来探测 Weyl 半金属的拓扑性质。

1. 单个 Weyl 点的低能有效模型哈密顿量可以写做 $H = \alpha \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ ，请证明在该模型下 CPGE 响应系数的迹 $\text{Tr}[\beta_{ij}(\omega)]$ 为一个由基本物理常量构成的常数与陈数的乘积，并对产生这种结果的原因进行讨论。

2. 考虑倾斜的 Weyl 点模型，哈密顿量为 $H = a(k_x \sigma_x + k_y \sigma_y) + b k_z \sigma_z + t k_z \sigma_0$ ，请计算在该模型下 CPGE 响应系数的迹 $\text{Tr}[\beta_{ij}(\omega)]$ 。（可解析或数值）

问题三：找一个破坏空间反演对称和所有镜面对称性的 Weyl 半金属的晶格模型（对应两个相反手性的 Weyl 点不在同一个能量上），验证在费米能靠近其中一个 Weyl 点的情况下 CPGE 响应系数的迹是量子化的。

（本题目请参考 “Quantized circular photogalvanic effect in

Weyl semimetals, Nat. Commns. 8, 15995 (2017) .