

第三次上课的总结：什么是场，从 Path integral 到 QFT

这节课的主要内容如下：

1. **无处不在的无穷大，无穷大和连续的关系。**在哲学（Zeno 悖论）中，微积分中，物理中（ $1/r$ 的相互作用）以及量子场论中（Lamb shift），都存在发散。物理界发散，就无法理解物理。什么是场？百度的解释如下：

场论，物理学中把某个物理量在空间的一个区域内的分布称为场，如温度场、密度场、引力场、电场、磁场等。如果形成场的物理量只随空间位置变化，不随时间变化，这样的场称为定常场；如果不仅随空间位置变化，而且还随时间变化，这样的场称为不定常场。在实际中，一般的场都是不定常的场，但为了研究方便，可以把在一段时间内物理量变化很小的场近似地看作定常场。

我们可以假设电子的能量完全储存在电磁场能中，那么可以估算电子的最小半径，它是 Bohr 半径的 10^{-5} 次方。这个 cutoff 是为了让电子能量和相对论结果一致。

2. **二次量子化词语的解析。**不要将二次量子化理解为一次量子化以后的量子化，也不要理解为波函数的量子化。有些人在讲课的时候，将二者对立，这是不对的。他们本质上是一样的。在许多教材中一般说的是 canonical quantization (正则量子化)，比如 Ben Simons 的书。这个说法更加恰当。我强调下面的量：

$$\varphi(\mathbf{x}, t)$$

这个波函数一方面可以认为是 H 的波函数，但是另外一方面，它是在 (\mathbf{x}, t) 点的振动幅度。既然是振动幅度，则可以用正则量子化条件做量子化。所以，正则量子化本质上和 Born 的量子化条件是一样的。Born 因为在 QM 中的概率论解释而获奖。这门课，我利用类比法将概念慢慢延拓，从而让大家更好理解这些思想的独特性。

3. **类比思想以及连续化的思想。**一维原子+弹簧连接的 lattice，是一个非常好的展示系统量子化，波函数量子化等过程的模型。学生在学习这个内容，以及老师在讲授这个内容的时候，很容易忽视这个简单概念的重要性。这是我第三次讲这个内容，我自己越来越感觉到这个模型的重要性。从这个模型可以讲授很多很多的内容：量子化、二次量子化、量子场论、不稳定性/长程有序等。

我们可以通过如下几个步骤实现从离散物理到场的量子化之间的过渡：

- ❖ 每个格点的量子化（harmonic oscillator）。
- ❖ 将 a_n, a_n^+ （以及 x_n, p_n ）的 n 由离散变为连续。为此，我们可以定义 $\psi(n, t)$ 变成 $\psi(\mathbf{x}, t)$ 。
- ❖ 量子化条件本质上就是经典力学的 Poisson bracket，满足 Poisson Bracket 的所有性质。
- ❖ 通过计算 x_n 的运动方程得到 $\psi(\mathbf{x}, t)$ 的运动方程，它本质上和 Schrodinger equation 是一样的。所以，我们一方面看到 $\psi(\mathbf{x}, t)$ 是 (\mathbf{x}, t) 点上的振动幅度，同时也是某个偏微分方程的解（波函数）。

4. **低维度系统中的不稳定性问题以及一维模型（Peierls 研究了 2d 模型的非稳定性，在 Kosterlitz, Thouless 的论文中多次提到）**

- BEC 中， $d=1, 2$ 无 BEC（无长程有序）， $d=3$ 有 BEC（有长程序）。BEC 对应化学势=0。
- Goldstone 定理保证很多色散关系为线性；声子等无化学势，这一点很像光子。
- $D=1$ 维下，1d phonon 会破坏所有的长程有序。
- 对于 $d=2$ ，Mermin + Wager 证明所有的 2d 系统满足某些条件无长程序。
- 但是很多的二维结果表明存在相变，比如 2d Ising 模型 (Onsager, Kramers, Wannier 等人) 证明存在相变。数值结果也支持这一点，即许多模型在 2d 下有相变。
- 在当时有许多这个方面的工作：Mermin, Wager, Kramers, Honhenberg 等。可能也是一个蛮主流的方向。

有了这些铺垫，Kosterlitz 和 Thouless 的工作的重要性，也就不言而喻了。我和一些学生在讨论 Thouless 的工作的特点。如果看 Thouless 的论文，一个显著的特点是，他的文章目标和解决问题都非常明确。看他的 Introduction，没有大量的无相关的东西。学生在写论文的时候，不妨学习学习 Thouless 的论文的写作方式。

那么，低维度的物理到底如何？

这是 Kosterlitz 和 Thouless 等人在 1970 年左右的工作，也因为这些工作获得了 2016 年的 Nobel 奖。这些问题可能存在红外发散和紫外发散，所以需要分开对待。在这几年，Thouless 做了很多非常漂亮的工作。他在 Anderson localization 中也做了很多工作（1958 年 Anderson 提出 AL）。很多其它的科学家也都在里面做工作，包括 Patrick Lee (有 RMP 文章)，Charles Kane 等。

介绍低维物理的目的，是为了让学生更好理解维度的重要性。在 CFT 以及 LL 中，都是 2d 系统的贡献。不同的人处理方法不同，比如有人用 CFT 处理。

§1.4 场、粒子与相互作用

§1.4.1 场和粒子

量子场论给出了一个新的基本粒子的物理图像，概括如下：

1. 每种粒子对应一种场，场没有不可入性，对应各种不同粒子的场在空间中互相重叠地充满全空间。场的激发表现为粒子。场是更基本的存在行为。如果所有的场都处于基态，称为物理真空。

场的基态是能量最低的状态。场的激发状态表现为出现相应的粒子，场的不同激发状态表现为粒子的数目和运动状态不同。例如，电子场的激发状态可以表现为一个电子，也可表现为多个电子。场处于基态时由于不能释放出能量，不能输出信号，从而不表现出直接的物理效应，亦即不表现为出现粒子。因此场和粒子之间，场是更基本的，粒子只是场处于激发状态的表现。

在物理学的发展过程中，人们对于物质存在形式的认识也是在不断变化的，最初认识粒子是物质存在的基本形式，粒子在空间占有一定的体积，有不可入性。粒子有质量，有能量，有动量，有角动量。后来人们又认识到场不能只看作是为了描述物理规律方便而引入的概念，场本身也是物质存在的基本形式。场也有质量，有能量，有动量，有角动量，这些性质和粒子是一样的。但是场是充满全空间的，没有不可入性，这些性质和粒子是不一样的。到这时，粒子和场被认为是物质存在的两种基本形式。现在量子场论则明确给出，物质存在的两种形式中，场是更基本的，粒子只是场处于激发状态的表现形式。

2. 一般说来，场用复量描写。与此相应，场的激发也用复量描写，互为复共轭的两种激发状态表现为粒子和反粒子互换的两种物理状态。例如：电子场的一种激发状态表现为一个电子，与之成复共轭的激发状态表现为一个能量、动量相同的正电子。如果某场用实量描写，与此相应，场的激发也用实量描写，这时复共轭就是它自身，粒子就是它自身的反粒子。

3. 所有的场都处于基态时为物理真空。由此可见，真空并不是真的“空无一物”。对于物理真空态，全空间充满各种场，只是由于所有场都处于能量最低状态而不可能表现出任何释放出能量从而给出信号的物理效应。

§1.4.2 基本相互作用

1. 相互作用存在于场之间，无论是处于基态还是处于激发态的场都同样地与其他场相互作用。

2. 粒子是场处于激发状态的表现，因此粒子间的相互作用来自场之间的相互作用。场之间的相互作用是粒子转化的原因。场论对粒子间的相互作用

知乎用户

见上面的图对场论的讨论。各个地方对场论的定义不同。很多教材都场论和经典场论的定义不同。在物理中，引入场论是不得已的，因为它解决了长程相互作用（action at a distance, considered by Newton, Faraday, Maxwell, Einstein ... ; Einstein's spooky action at a distance in quantum mechanics）问题。FIELD THEORY: "Field theory deals with the forces between objects."

在量子场论中，它比粒子物理更加基本，因为在 QFT 中，任何粒子都是自然界的准粒子，粒子是在场的基础上产生的，所以 QFT 比粒子物理更加基本。

5. 从 Path integral 到 QFT，以及类思想

我们之需要上面的几个步骤就可以了。

- (1) 从单个粒子的 Path integral 出发引入多个粒子；
- (2) 将粒子数拓展到无穷多；
- (3) 将粒子数变成连续函数；
- (4) 在作用量的求和化为积分，得到 $\int dx dt L$ ，其中 L 为 Lagrange 密度。

这种方法可以让学生更好地理解上面的联系。我每次上课都会讲这个类比过程，效果不错。学生在学习的时候，估计很大的困惑是复杂的符号标记。

几个物理学家的故事

费曼因对量子电动力学的杰出贡献而与朱利安·施温格 (Julian Schwinger) 和朝永振一郎 (Sin-Itiro Tomonga) 分享了 1965 年的诺贝尔物理学奖。以他的名字命名的“费曼图” (Feynman diagram) 成为粒子物理学的标准语言，显示了他擅长用简单生动的方式表达深奥复杂的物理过程的高超智慧。施温格曾在 1947 年召开的一次小型学术会议上介绍了他本人研究电子磁矩的成果，其计算过程十分冗长，花了约一小时才讲清楚。听了施温格的报告以后，费曼晚上在旅馆的房间里用自己的“费曼图”技巧只花了几分钟便算出了相同的结果，这让他兴奋不已，很快写出了一篇论文发表在《物理评论》上。据说施温格很不喜欢“费曼图”，而且在论文中拒绝使用这种简洁有效的语言；但也有传说，他其实私底下是会偷偷利用“费曼图”替代自己的复杂方法来计算粒子散射或衰变过程的。

虽然费曼与他的同事默里·盖尔曼 (Murray Gell-Mann) 在专业上是竞争的关系，但两个人却也有过不俗的合作。1957 年 9 月 16 日，他们将一篇题为“费米相互作用的理论”的论文投到了《物理评论》杂志，该论文于 1958 年 1 月正式发表，成为标准弱相互作用 V-A 理论的经典文献之一。尽管当时一位在读研究生乔治·苏达山 (George Sudarshan) 和他的导师罗伯特·马沙克 (Robert Marshak) 比费曼和盖尔曼更早一点提出了类似的思想，但他们却没有及时发表期刊论文，因此痛失了提出 V-A 理论的优先权。这成为苏达山心中永远的痛，令他一生耿耿于怀。其实费曼本人是认同苏达山和马沙克对 V-A 理论的贡献的，但素来喜欢调侃的他，说出的话听起来却有点气人。1974 年他在宾州大学演讲时是这样说的：“我们拥有了弱相互作用的常规理论，它是由苏达山和马沙克发明的，却是由费曼和盖尔曼发表的，...”。

Thirty-one years ago, Dick Feynman told me about his 'sum over histories' version of quantum mechanics. 'The electron does anything it likes', he said. 'It goes in any direction at any speed, forward and backward in time, however it likes, and then you add up the amplitudes and it gives you the wavefunction.' I said to him, 'You're crazy'. But he wasn't. ----- By F.J. Dyson

在课程中我提到，Gellman 学生为 Wilson。Gellman 是一个非常好的老师，他的学生后来都去其它领域开疆拓土，而不是停留在自己的行业。Wilson 的学生也做了不同的方向 (Some of his PhD students include Roman Jackiw, Michael Peskin, Serge Rudaz,

Paul Ginsparg, and Steven R. White)。Xiaogang Wen 的老师 Witten 做 string theory, 现在做凝聚态物理方面的工作, 开拓了一个非常大的领域。Feynman 的老师是惠勒, Feynman 后来的研究发向也是和博士阶段很不一样。中国科大化学系吴奇院士 (CUHK 化学系教授) 对自己的学生说, 如果他们要留在科大, 一定要做不同的发向。因为你的知识是我教你的, 你怎么可能做得过我?

反观中国, 目前有很多人一辈子做同样的事情, 用一个方法研究不同的问题。这样的知识是局限性的, 这样的研究难以有深度和广度, 希望以后的学生可以认识到这种局限性, 并努力拓展自己的研究发向。本课程提供了这样的一种可能---我们将努力探索一些在一般的教材上没有的内容。也希望学生愿意接受挑战。丰富的知识, 以及对物理学深刻的理解, 对于未来从事新的方向是有好处的。