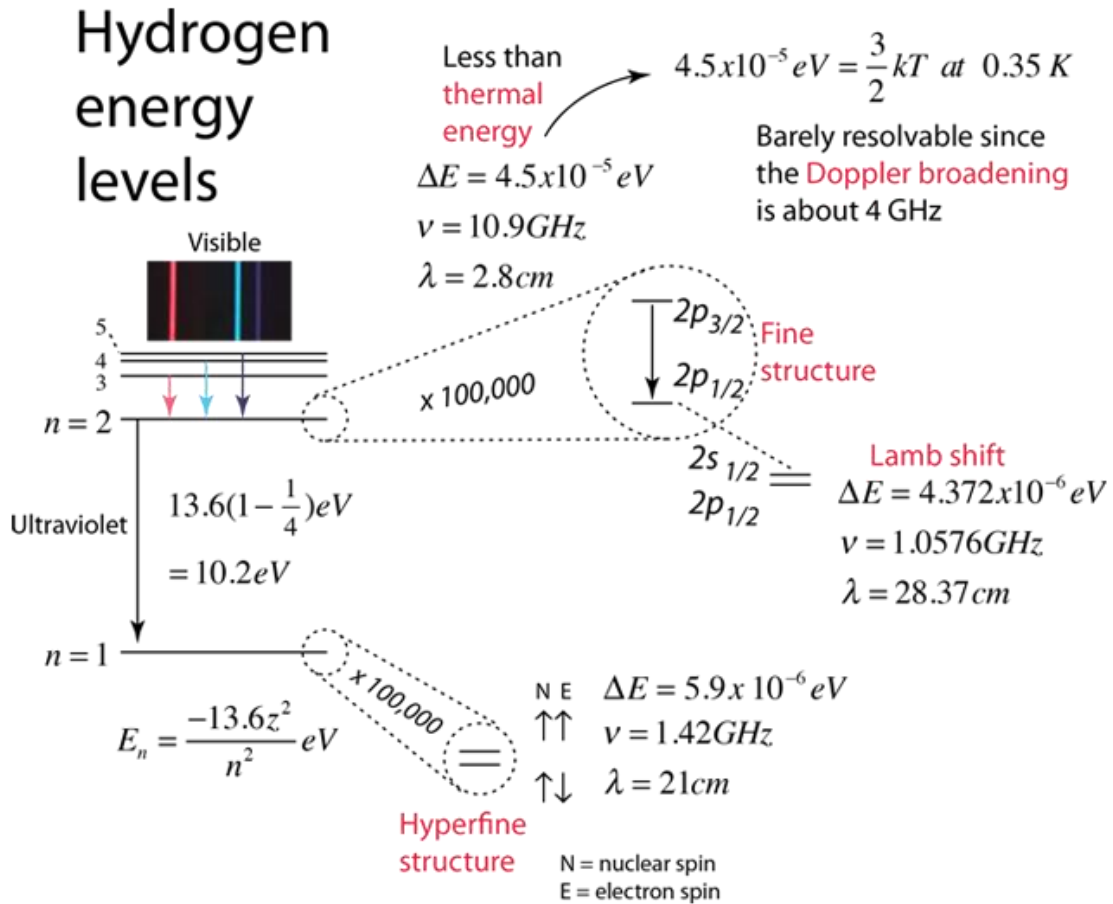


第二次上课的总结：重整化思想

主要介绍重整化思想、正规化 (regularization) 和 Gell man-Low beta 函数。这次课我没有按照常规的方法讲路径积分和场的思想，因为绝大部分学生已经学习过，所以我让其它人自学。下次再讲。



这次课我首先介绍了 R 的历史。最早在 1927 年，Dirac 引入了 QED 和二次量子化的概念。后来大家发现在 hydrogen 原子中，实验上 2s 和 2p 轨道都是 degenerate 的。实验上(Lamb)发现有一个约为 1.05 GHz 的能量差 ($4.372 \times 10^{-6} eV$)。Schwinger 和 Weisskopf 等人建议需要考虑和电磁场的耦合效应。最早对这个问题的计算的是 **Hans Bethe** (1947 年)。

Bethe 在文章中说到，当时任何理论都会导致发散，但是 **Bethe** 用某种方法得到了有限的结果，而且和实验结果吻合很好。**Weinberg** 的书对这段历史有更多详细的讨论。后来，**Lamb** 和 **Bethe** 都获得了 **Nobel** 奖，但是获奖原因不同，**Lamb** 是由于 **Lamb shift**，而 **Bethe** 是由于在粒子物理中的贡献获奖的。**Lamb shift** 在场论中的重要性不言而喻（见下文的讨论）。后来，如何处理这个发散，让很多人痛苦不已。**Bethe** 提供的不是一种系统处理发散的方法。后来，路径积分的发现，让这个问题更加明显。所以在 **20** 多年中，大家有两种主要的思想：

1. 放弃这套理论。
2. 如何理解发散，接受发散。**Wilson** 的选择和贡献，主要是提供了一种理解发散的新的视角，即与发散共存。

Significance of the Lamb Shift

When the [Lamb shift](#) was [experimentally determined](#), it provided a high precision verification of theoretical calculations made with the quantum theory of electrodynamics. These calculations predicted that electrons continually exchanged photons, this being the mechanism by which the [electromagnetic force](#) acted. The effect of the continuous emission and absorption of photons on the [electron g-factor](#) could be calculated with great precision.

The tiny Lamb shift, measured with great precision, agreed to many decimal places with the calculated result from quantum electrodynamics. The measured precision gives us the [electron spin g-factor](#) as

$$g=2.002319304386$$

我用简单的 δ 势介绍这些思想。在 *Am. J. Phys* 杂志上有很多这样的文章，这些思想比我们在教材中的要简单，容易让人接受。在 1d 情况下，通过 dimension 分析，我们发现 $[\delta(x)]=1/L$ ，所以可以有 bound state。但是在二维情况下，我们发现 $[\hbar^2/m] = \text{energy} * L^2$ ， $[\delta(x)] = \text{energy} * L^2$ ，所以无论如何，bound 态都不可能存在，除非我们引入合适的 cutoff Λ 。

可以看出，发散无处不在。这种发散来自我们对短程相互作用的无知。A Zee 在他的书中，经常提到一个词，叫 human ignorance，即人类的无知。我们对 $V(r)=1/r$ 等的实验测量，都是在很大尺寸上精确测量的。散射可以让我们在低能情况下了解这个势的情况，但是也不能到能量无穷大的情况。说白了，我们对在非常短的距离下的相互作用是无知的。但是有些时候，我们利用 δ potential 来近似处理，这个近似本来就包括发散。

在 δ potential 中的例子可以看出如下矛盾：

1. 实验上，在某个短程势模型中，我们测量到了 bound state.
2. 我们假设 δ potential，发现无论多么小的吸引相互作用，都导致 bound state 能量发散。
3. 如果不用 δ potential，则不会发散。

如果我们假设 δ potential 的强度和 Λ 有关，则可以保证 bound state 能量不变的情况下，发现强度和 Λ 的关系。这个关系即 $R \rightarrow$ 我们的参数和 Λ 有关，会随着能标跑动。这个跑动可以用 beta 函数描述。

如何计算发散呢？有两种方法：

1. Λ cutoff
2. Dimensional regularization (Feynman 方法)。在这个方法中，将维度 $d - \epsilon$ ，其中 ϵ 是一个很小的数。

ϵ 起到了和 Λ 一样的作用。在很多情况下，我们发现 $\epsilon \sim 1/\Lambda$ ，所以 Λ 越大， ϵ 越小。Wilson 和 Fisher 的著名论文中用到了 3.99 维。Peskin 的书中采用了这两种计算方法。但是很多论文的结果表明，上面的两种方法是等价的，没有本质区别。

M. Gell-Mann 的学生有 S. Coleman, K. Wilson (因为重整化群的工作获得 82 年物理奖，发展了格点规范场论。

肯尼斯·威尔逊，(Kenneth G. Wilson 1936 年 6 月 8 日—2013 年 6 月 15 日) 美国物理学家。因建立相变的临界现象理论，即重正化群变换理论，获得了 1982 年度诺贝尔物理学奖。

1952年，这时 K.威耳逊才 16 岁，就进入[美国哈佛大学](#)主修数学，但同时也学了许多物理，几个暑假都参加课题组研究。他的研究生阶段在加州理工学院渡过，其中有两年是在核物理实验室里工作，并跟随盖尔曼做博士论文。

在加州理工学院肯尼斯·威尔逊和物理系一位名叫马休斯（J.Mathews）的助教很谈得来，马休斯教他使用学院的计算机。有一个暑假他参加通用[原子能](#)公司，从事等离子体工作。第二年回到[哈佛](#)，当一名临时工作人员，然后再回到[加州理工学院](#)完成博士论文。当时哈佛的理论活动较少，于是 K.威耳逊就去了 MIT，以便利用那里的计算机做理论工作，在那里和 MIT 的理论组成员联系很多。

1962年肯尼斯·威尔逊来到[欧洲核子研究中心](#)（CERN），参加肯德尔和布约肯的小组，研究场论和粒子物理学，他的兴趣在于用重正化群方法来处理强相互作用的模型。

1963年9月肯尼斯·威尔逊到康奈尔大学当助理教授，

1965年受聘为副教授，1971年升教授，以后他就一直在康奈尔大学，除了几次休假和访问。有一次是去 SLAC，有一次是去普林斯顿高等研究中心，又有一次是去加州理工学院当访问学者，还到 IBM 苏黎世实验室工作过一年。1971年，他把重正化群的方法用于统计物理学中的临界现象的研究，建立起二级相变理论。在这个理论中，准确地计算了低温下热容对温度的线性关系式中的系数。

学术成果

19世纪末、20世纪初，科学家们就开始对某些特殊系统的临界行为，例如液气之间的相变和铁磁性与顺磁性之间的转变，作定性描述。例如，前苏联物理学家朗道就在 1937年发表了相变的普遍理论。然而，当人们对许多系统作更为广泛而详细的研究之后，便发现相变的临界行为与朗道理论的预言有很大偏离。

1971年威尔逊发表了两篇有重大影响的[论文](#)，既明确又深入地解决了这个问题。威尔逊认为，相变的临界现象与物理学其他现象不同的地方在于，人们必须在相当宽广的尺度上与系统中的涨落打交道。所有尺度上的涨落在临界点都是重要的，因此，在进行理论描述时，要考虑到整个涨落谱。威尔逊的临界现象理论是在重正化群变换理论的基础上作了实质性的修改后建立的。威尔逊的临界现象理论，全面阐述了物质接近于临界点的变化情况，还提供了这些临界量的数字计算方法。

随着相变的临界现象的研究不断深入和发展，威尔逊创建的重正化群变换方法已不仅用来解释临界现象，还可用来解决其他一些尚未解决的重要问题。正如[瑞典皇家科学院](#)发布的公告中所说的：“威尔逊的理论代表着一种新的思想，它不仅圆满地解决了相变的临界现象这一典型问题，而且还似乎具有解决其他一些重要的，迄今尚未解决的问题的巨大潜力。”