中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

第7章 三相电路

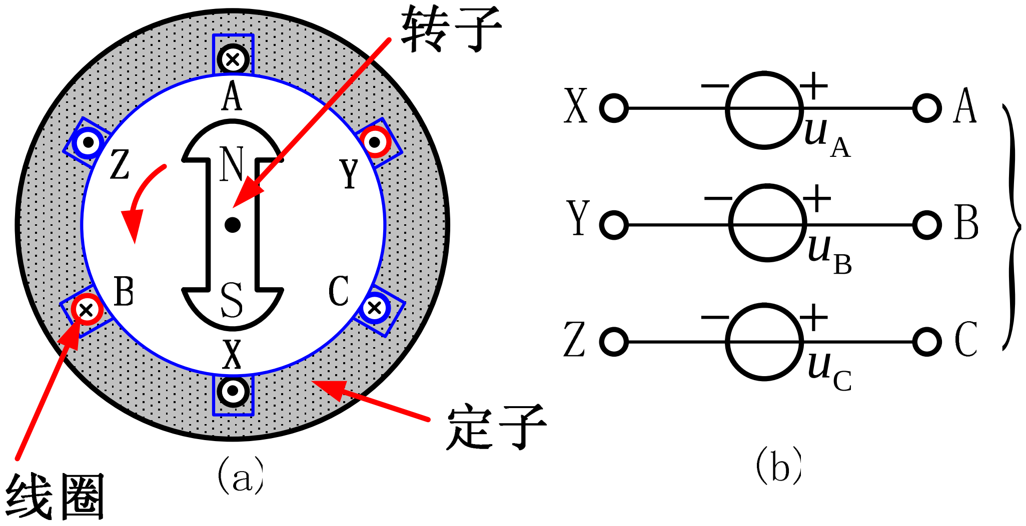
本章目录

§ 7.1 三相制和多相制

1. 三相电源

三相电源通常由三个单相交变电压源组成。

（1）三相电源的产生



u_A 、u_B 、u_C 为频率相同、波形相同而变动进程不同的三个交变电压源。

图7.1　三相发电机原理示意图

§ 7.1 三相制和多相制

（2） 对称三相电源

u_A、u_B、u_C频率相同，波形和振幅相同，相位彼此相差 **$kT/3$**为对称三相电压，即

$$\left.\begin{aligned} u_A &= U_m\cos(\omega t+\psi) \\ u_B &= U_m\cos[\omega(t-kT/3)+\psi] = U_m\cos(\omega t+\psi-2k\pi/3) \\ u_C &= U_m\cos[\omega(t-2kT/3)+\psi] = U_m\cos(\omega t+\psi-4k\pi/3) \end{aligned}\right\} \quad (7.1)$$

取 **k =1 ,**则为正序（顺序）

$$\left.\begin{aligned} u_\mathrm{A} &= U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi) \\ u_\mathrm{B} &= U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi-120^\circ) \\ u_\mathrm{C} &= U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi-240^\circ) \end{aligned}\right\} \quad (7.2\mathrm{a})$$

取 **k =2 ,**则为负序（逆序）

$$\left.\begin{aligned} u_\mathrm{A} &= U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi) \\ u_\mathrm{B} &= U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi+120^\circ) \\ u_\mathrm{C} &= U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi+240^\circ) \end{aligned}\right\} \quad (7.2\mathrm{b})$$

当**k = 3**时，**u_A、u_B、u_C**之间的相位差为**360°** **,**是同相位**,** 称为零序 。

§ 7.1 三相制和多相制

取 **k =1 ,**则为正序（顺序）

$$\left.\begin{aligned} u_{\mathrm{A}} &= U_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \psi) \\ u_{\mathrm{B}} &= U_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \psi - 120^{\circ}) \\ u_{\mathrm{C}} &= U_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \psi - 240^{\circ}) \end{aligned}\right\} \quad (7.2\mathrm{a})$$

正序相量表示为

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{A} &= U\angle\psi \\ \dot{U}_{B} &= U\angle(\psi - 120^{\circ}) \\ \dot{U}_{C} &= U\angle(\psi - 240^{\circ}) \end{aligned}\right\} \quad (7.3)$$

波形如图 **7.2**

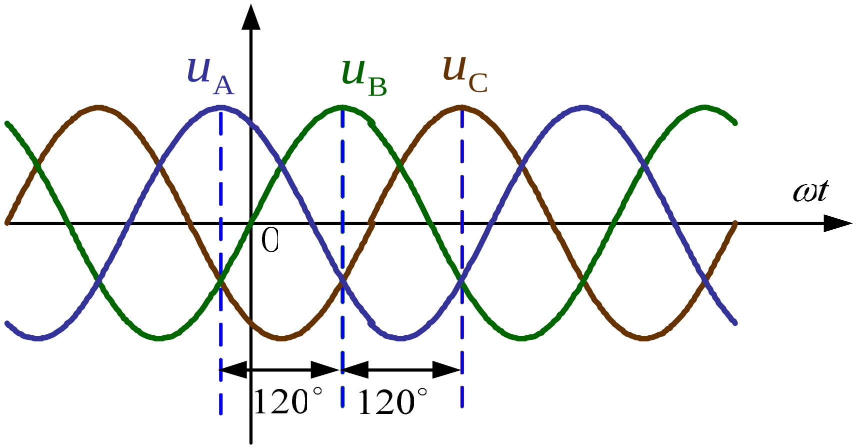


图**7.2** 对称正弦三相电压正序波形图

对称三相电压正序相量图如图 **7.3** 所示

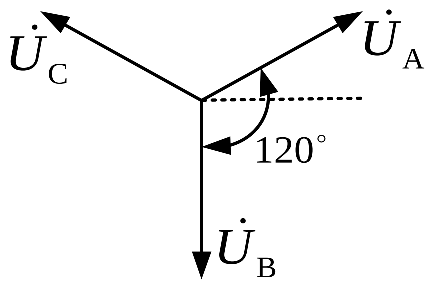


图**7.3** 正序相量图

§ 7.1 三相制和多相制

（3）旋转因子

定义：$a = e^{j120^\circ} = \angle 120^\circ = \angle -240^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$a^2 = \angle 240^\circ = \angle -120^\circ = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

正序相量 $\dot{U}_A = U\angle\psi$

$$\dot{U}_B = U\angle(\psi - 120^\circ) = a^2\dot{U}_A$$

$$\dot{U}_C = U\angle(\psi - 240^\circ) = a\dot{U}_A$$

（4）对称三相电源的特点

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = \dot{U}_A(1 + a^2 + a) = \dot{U}_A(1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$$

$$u_A + u_B + u_C = 0$$

§ 7.1 三相制和多相制

2.三相负载：三相负载通常由三个单相负载组成。

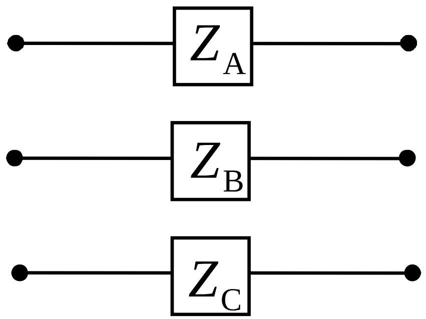


图**7.4** 三相负载

在三相制中，若各相负载的参数都相同，即$\mathbf{Z_A = Z_B = Z_C = Z}$，则称为对称三相负载。

3. 多相系统

图**7.5** 描述了一个单相两线系统

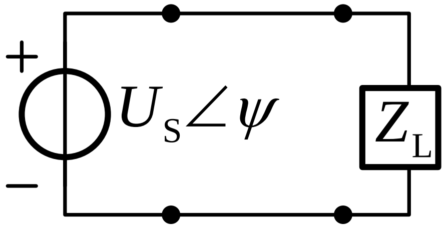


图7. 5 单相两线系统

§ 7.1 三相制和多相制

多相制：由多相电源供电的体系称为多相制。

图7.6是一个二相三线系统

图7.7是一个三相四线系统

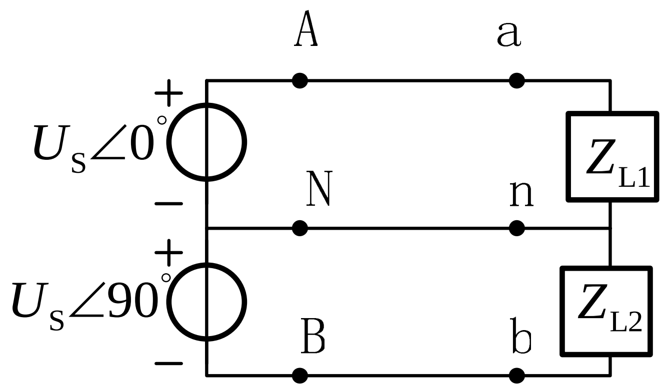


图7. 6 二相三线系统

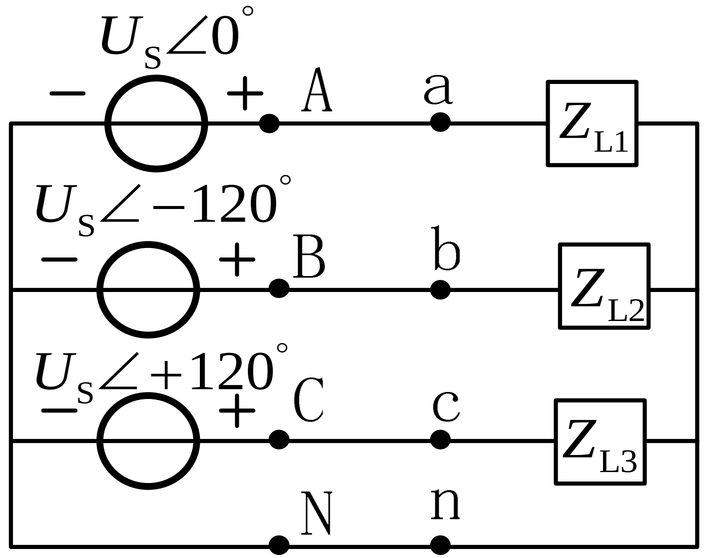
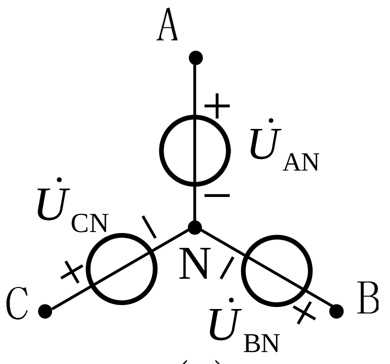


图7. 7 三相四线系统

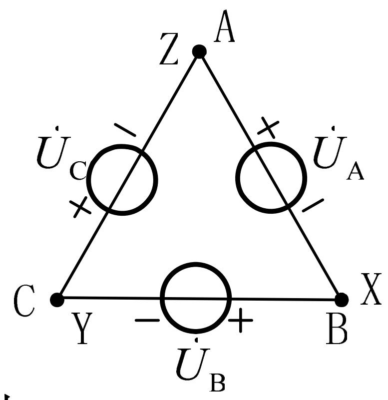
对于传递相同的功率，三相系统比单相系统所需的导线数量少而经济。本章主要讨论三相系统。

§ 7.2 星形联结和三角形联结

1. 三相电源的联结（Y和Δ）如图7.8



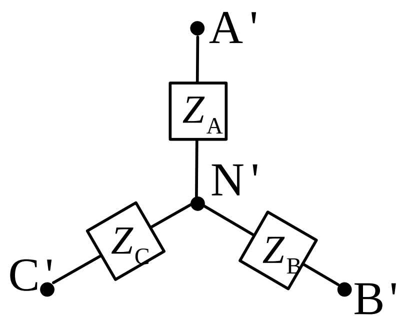
(a)



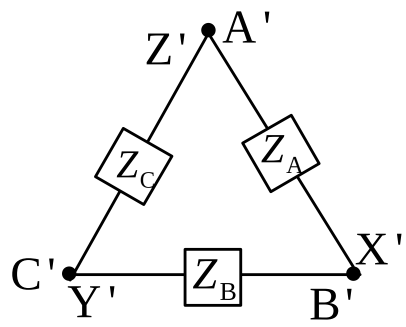
(b)

图7.8 三相电源的联结

2. 三相负载的联结（Y和Δ）如图7.9



(a)



(b)

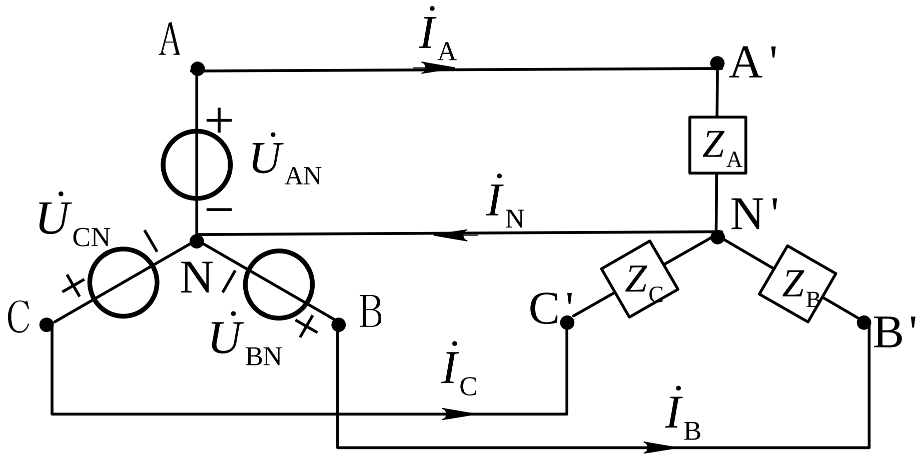
图7.9 三相负载的联结

§ 7.2 星形联结和三角形联结

3. 三相电路的联结

有四种方式 Y − Y, Y − Δ, Δ − Y, Δ − Δ

Y-Y接法 三相四线制联结如图所示



AA'、BB'、CC' → 端线（火线），NN' → 中线（零线）

每相电源、负载的电压、电流——相电压、相电流。

端线之间电压——线电压。如$\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}_{BC}$、$\dot{U}_{CA}$

端线中的电流——线电流。如$\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$

§ 7.2 星形联结和三角形联结

Y-Y接法 三相四线制如图 **7.10**

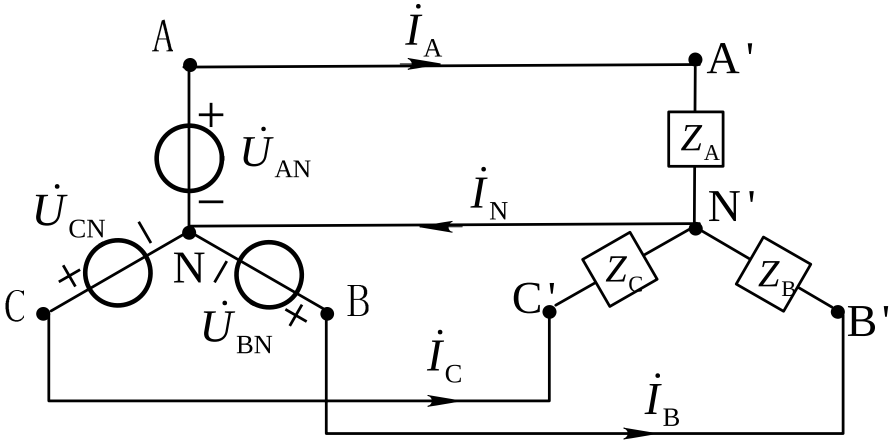


图**7.10** 三相四线制联结

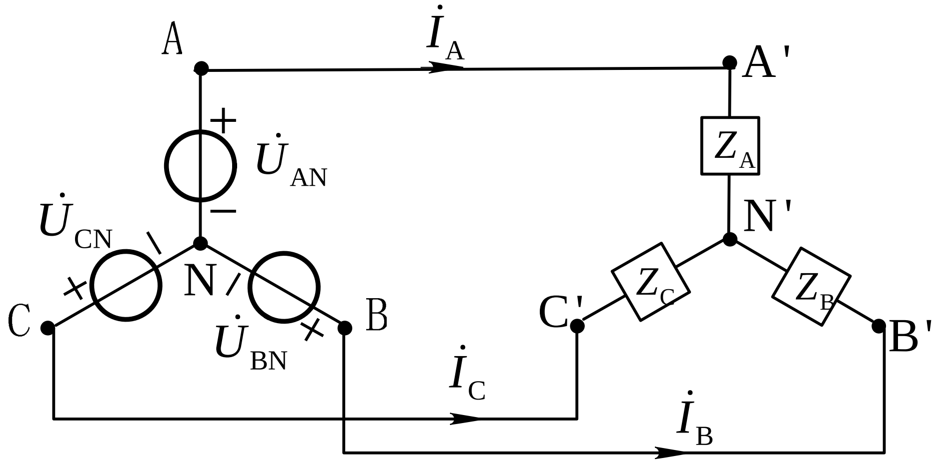


图**7.11** 三相三线制联结

对称三相四线制电路任意瞬间： $\dot{I}_N=\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C=\dot{I}_A(1+a^2+a)$

$$=\dot{I}_A(1-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2})=0$$

故可改为三相三线制，如图**7.11** 所示。

§ 7.2 星形联结和三角形联结

4.三相电路中电流和电压的关系

（1） Y-Y 联结

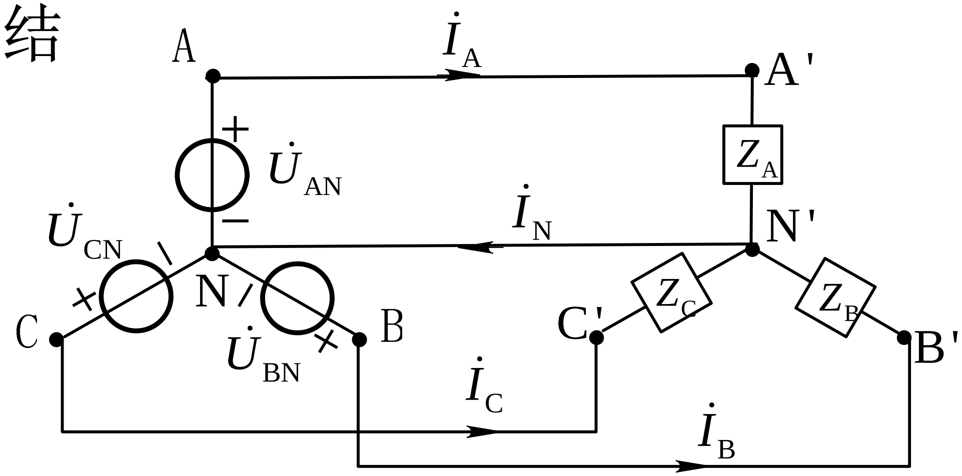


图**7.12 a**　三相四线制联结

相电流均等于相应线电流。即 $\dot{I}_l = \dot{I}_p$

相电压与线电压间的关系：

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN}$$

§ 7.2 星形联结和三角形联结

相电压与线电压间的关系如下

$$\dot{U}_{AB}=\dot{U}_{AN}-\dot{U}_{BN}$$

$$\dot{U}_{BC}=\dot{U}_{BN}-\dot{U}_{CN}$$

$$\dot{U}_{CA}=\dot{U}_{CN}-\dot{U}_{AN}$$

图中相量关系

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{AB}&=\sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{BC}&=\sqrt{3}\dot{U}_{BN}\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{CA}&=\sqrt{3}\dot{U}_{CN}\angle 30^\circ\end{aligned}\right\}\quad(7.6)$$

对称电压相量图如7.12b所示

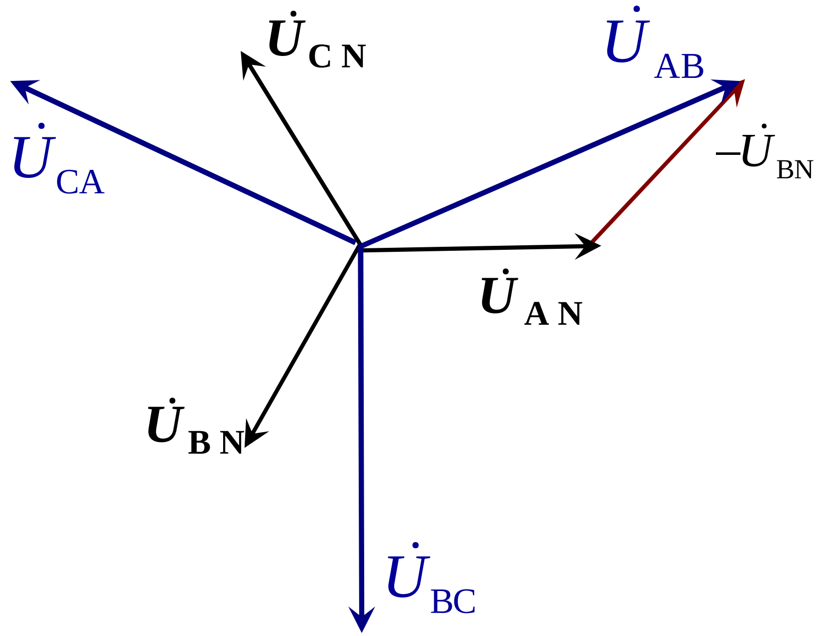


图**7.12 b** 对称星形联结相量图

在对称星形三相电路中，线电压 U_l 等于相电压 U_p 的 $\sqrt{3}$ 倍 即 $U_l=\sqrt{3}U_p$ ，在相位上线电压越前于对应相电压**30º**

§ 7.2 星形联结和三角形联结

（2） Δ - Δ 联结

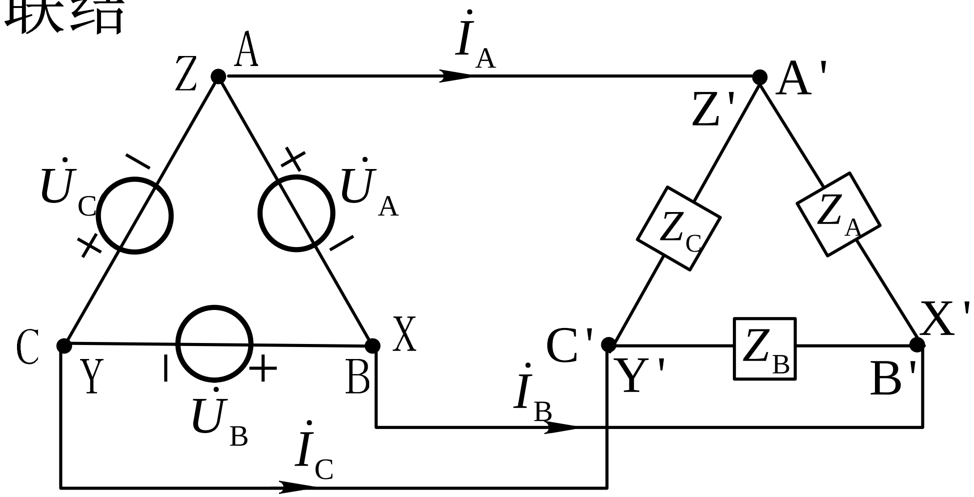


图**7.13a** 电源和负载均为三角形

电源回路电压 $\dot{U} = \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C$

电源对称时

$$\dot{U} = \dot{U}_A(1 + \angle -120^\circ + \angle -240^\circ) = 0$$

相量如图 7.13(b)

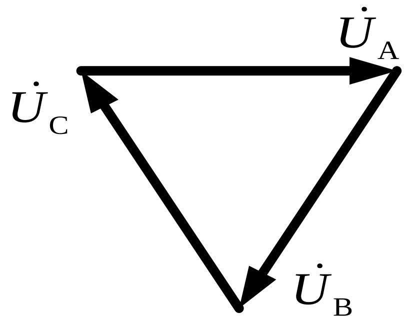


图**7.13 b**

只有对称三相电源才可以接成三角形。且每一相不能反接。假如 **C** 相反接，则三相总电压为

$$\dot{U} = \dot{U}_{\mathrm{A}} + \dot{U}_{\mathrm{B}} - \dot{U}_{\mathrm{C}} = \dot{U}_{\mathrm{C}}(a^2 + a - 1) = -2\dot{U}_{\mathrm{C}}$$

相应的相量图如图**7.13(c)**所示

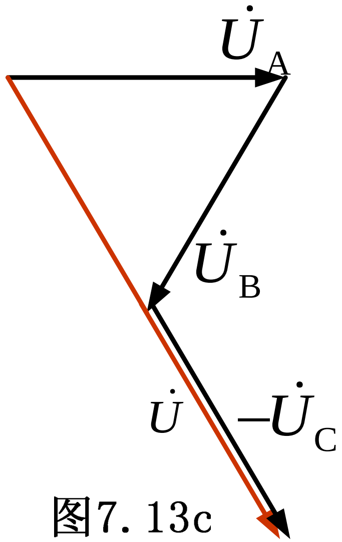


图7. 13c

一般三相电源的内阻抗很小，在电压 U 作用下将产生很大电流，危险!

§ 7.2 星形联结和三角形联结

三角形联结电压电流的关系

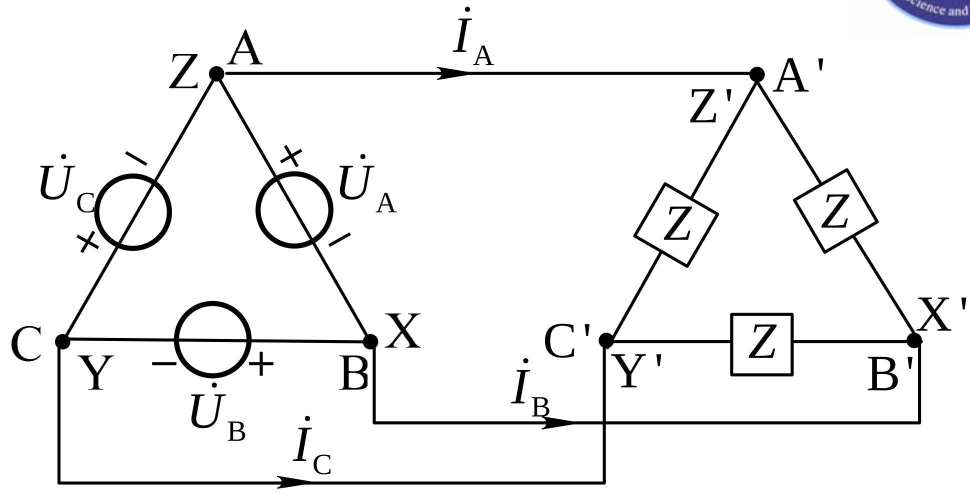


图**7.13a** 电源和负载均为三角形

对称三角形联结中，线电压与相电压相等，即 $\dot{U}_l = \dot{U}_{\mathrm{p}}$

$\dot{I}_{\mathrm{A'B'}}$、$\dot{I}_{\mathrm{B'C'}}$、$\dot{I}_{\mathrm{C'A'}} \rightarrow$ 相电流；$\dot{I}_{\mathrm{A}}$、$\dot{I}_{\mathrm{B}}$、$\dot{I}_{\mathrm{C}} \rightarrow$ 线电流

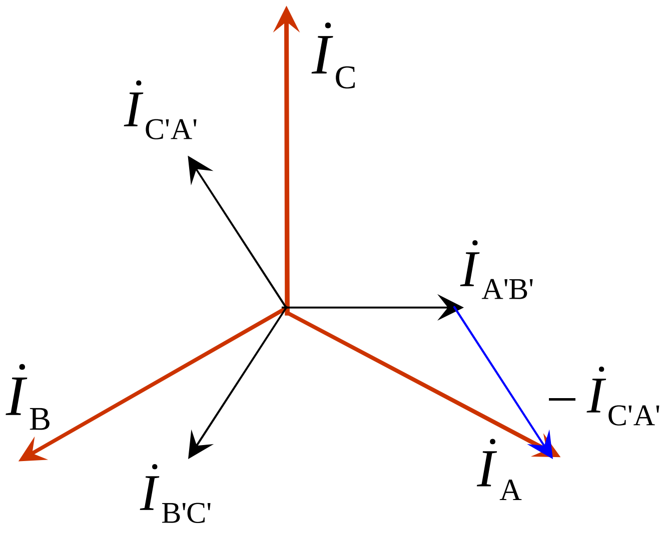
相电流与线电流关系由**KCL**得

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{\mathrm{A}} &= \dot{I}_{\mathrm{A'B'}} - \dot{I}_{\mathrm{C'A'}} \\ \dot{I}_{\mathrm{B}} &= \dot{I}_{\mathrm{B'C'}} - \dot{I}_{\mathrm{A'B'}} \\ \dot{I}_{\mathrm{C}} &= \dot{I}_{\mathrm{C'A'}} - \dot{I}_{\mathrm{B'C'}}\end{aligned}\right\} \quad (7.10)$$

§ 7.2 星形联结和三角形联结

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_{\mathrm{A}} &= \dot{I}_{\mathrm{A'B'}} - \dot{I}_{\mathrm{C'A'}} \\ \dot{I}_{\mathrm{B}} &= \dot{I}_{\mathrm{B'C'}} - \dot{I}_{\mathrm{A'B'}} \\ \dot{I}_{\mathrm{C}} &= \dot{I}_{\mathrm{C'A'}} - \dot{I}_{\mathrm{B'C'}} \end{aligned}\right\} \quad (7.10)$$

对称时电流相量图如下



图中相量关系

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_{\mathrm{A}} &= \sqrt{3}\dot{I}_{\mathrm{A'B'}}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_{\mathrm{B}} &= \sqrt{3}\dot{I}_{\mathrm{B'C'}}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_{\mathrm{C}} &= \sqrt{3}\dot{I}_{\mathrm{C'A'}}\angle -30^\circ \end{aligned}\right\} \quad (7.11)$$

在对称三角形电路中，线电流 I_l 等于相电流 I_{p} 的 $\sqrt{3}$ 倍即 $I_l = \sqrt{3} I_{\mathrm{p}}$，在相位上线电流滞后于对应相电流**30º**。

Y－Δ 接法

如图 **7.14**所示

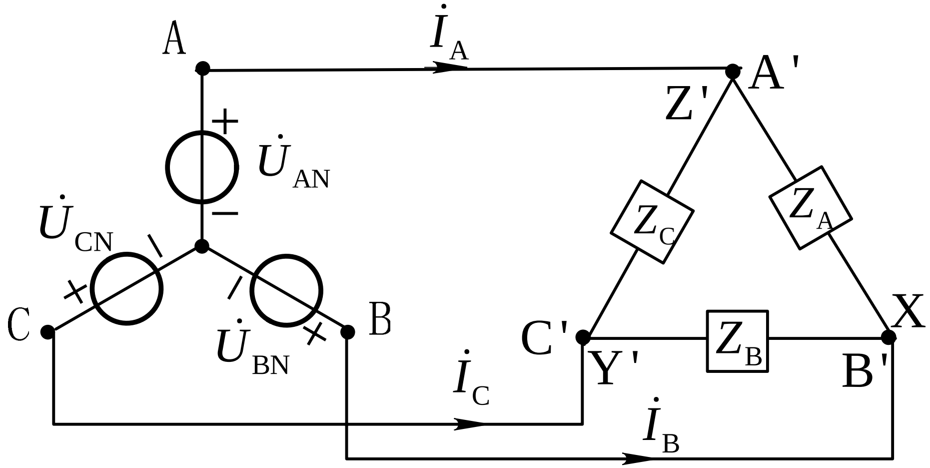


图**7.14**

Δ－Y 接法

如图 **7.15**所示

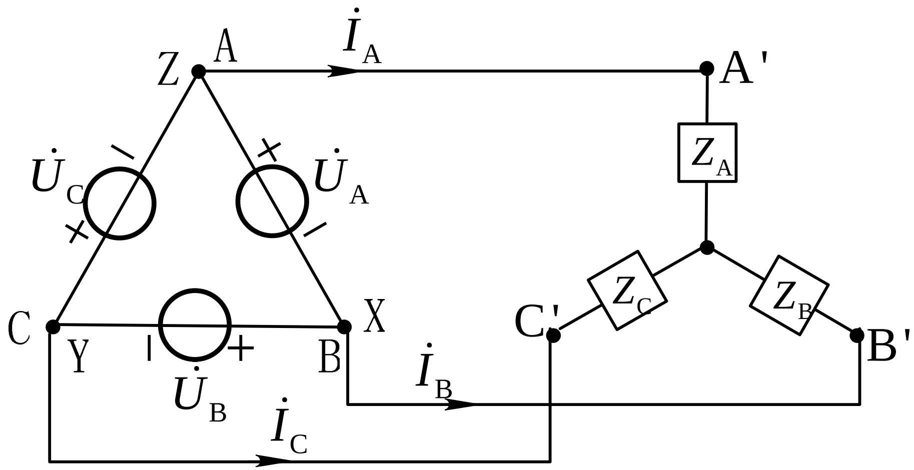


图**7.15**

§ 7.2 星形联结和三角形联结

[补充]

1. 在Y-Y联结系统中，220V的相电压所对应的线电压是
   (a) 127V　(b) 220V　(c) 381V

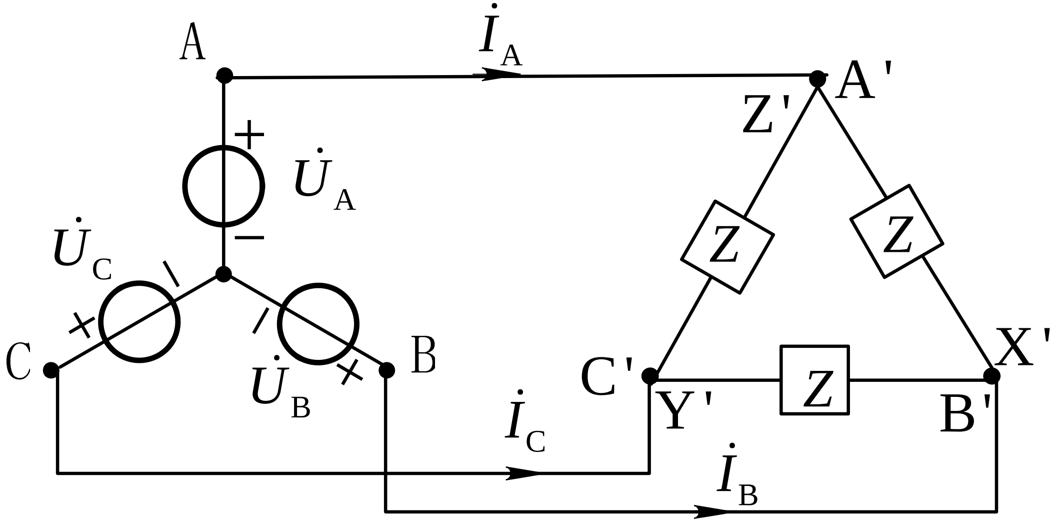
2. 在△-△联结系统中，100V的线电压所对应的相电压是
   (a) 58V　(b) 100V　(c) 173V

3. 在Y-△联结系统中，10A的线电流所对应的负载相电流是
   (a) 5.8A　(b) 10A　(c) 17.3A

4. 在△-Y联结系统中，220V的电源相电压所对应的负载相电压是
   (a) 127V　(b) 220V　(c) 381V

§ 7.2 星形联结和三角形联结

例7.1 下图所示对称三相电路已知 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$，负载阻抗 $Z = (3 + \text{j}4)\Omega$。求负载每相电压、电流及线电流的相量值。



解

由星形联结相电压与线电压的关系得

$$\dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3}\dot{U}_A\angle 30^\circ \approx 380\angle 30^\circ \text{V}$$

由对称性得其它线电压

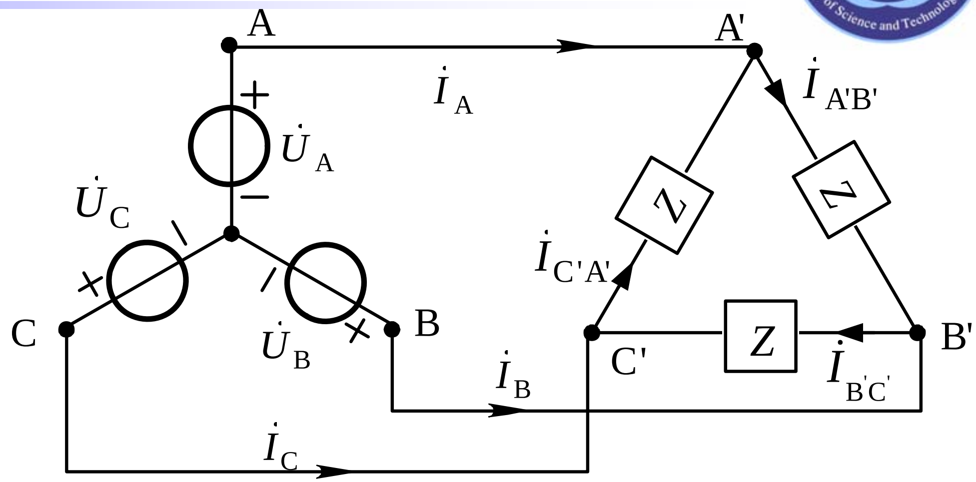
$$\dot{U}_{B'C'} = 380\angle(30^\circ - 120^\circ)\text{V} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 380\angle(30^\circ + 120^\circ)\text{V} = 380\angle 150^\circ \text{ V}$$

§ 7.2 星形联结和三角形联结

根据欧姆定律求得负载相电流

$$\dot{I}_{\mathrm{A'B'}} = \frac{\dot{U}_{\mathrm{A'B'}}}{Z} \approx 76.2\angle -23.13^{\circ}\ \mathrm{A}$$



由对称性得其它相电流

$$\dot{I}_{\mathrm{B'C'}} = 76.2\angle(-23.13^{\circ} - 120^{\circ})\mathrm{A} \approx 76.2\angle -143.13^{\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{C'A'}} = 76.2\angle(-23.13^{\circ} + 120^{\circ})\mathrm{A} \approx 76.2\angle 96.87^{\circ}\ \mathrm{A}$$

由三角形联结线电流与相电流的关系得

$$\dot{I}_{\mathrm{A}} = \dot{I}_{\mathrm{A'B'}} - \dot{I}_{\mathrm{C'A'}} = \sqrt{3}\dot{I}_{\mathrm{A'B'}}\angle -30^{\circ} \approx 131.64\angle(-23.13^{\circ} - 30^{\circ})\mathrm{A} = 131.64\angle -53.13^{\circ}\ \mathrm{A}$$

由对称性求得其它线电流

$$\dot{I}_{\mathrm{B}} = 131.64\angle(-53.13^{\circ}\text{-}120^{\circ})\mathrm{A} = 131.64\angle -173.13^{\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{C}} = 131.64\angle(-53.13^{\circ} + 120^{\circ})\mathrm{A} = 131.64\angle 67.87^{\circ}\ \mathrm{A}$$

§ 7.3 对称三相电路的计算

对称三相电路：

三相电源、三相负载都对称、且端线的阻抗相等的电路。

Y-Y 联结

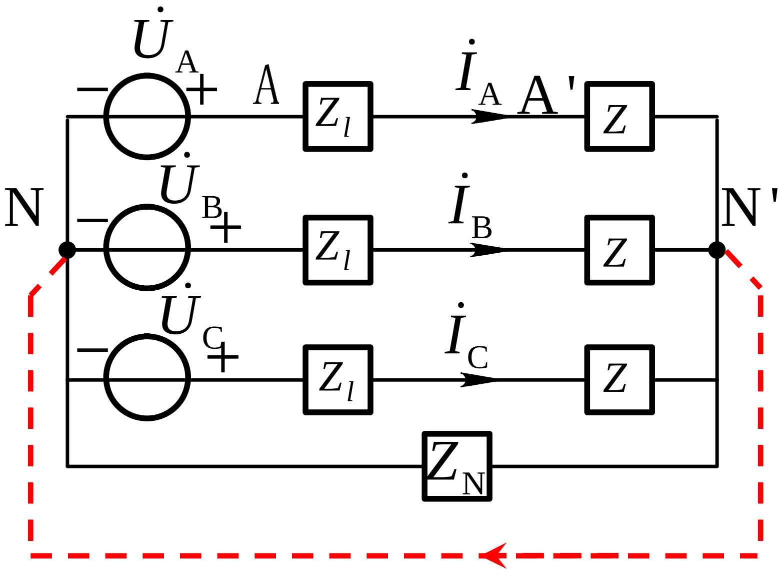


图 **7.16**

对**N'**点列节点电压方程

$$\left(\frac{3}{Z_l+Z}+\frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A+\dot{U}_B+\dot{U}_C}{Z_l+Z}$$

三相电源对称 $\dot{U}_A+\dot{U}_B+\dot{U}_C=0$

故 $\dot{U}_{N'N}=0$

因为 $\dot{U}_{N'N}=0$ 可用一阻抗为零的中线把各中性点直接联接起来。

对 NAA'N' 回路列KVL方程得 $(Z_l+Z)\dot{I}_A=\dot{U}_A$

综上所述：对于对称星形三相电路，可以取出一相，按单相电路来计算。其它相(线)电压、电流再根据 “线” 与“相” 的关系求出。

§ 7.3 对称三相电路的计算

单相计算法

对于比较复杂的对称三相正弦电流电路，化为单相电路进行计算。其步骤为：

(1)把各三角形联结的电源和负载都等效为星形联结；

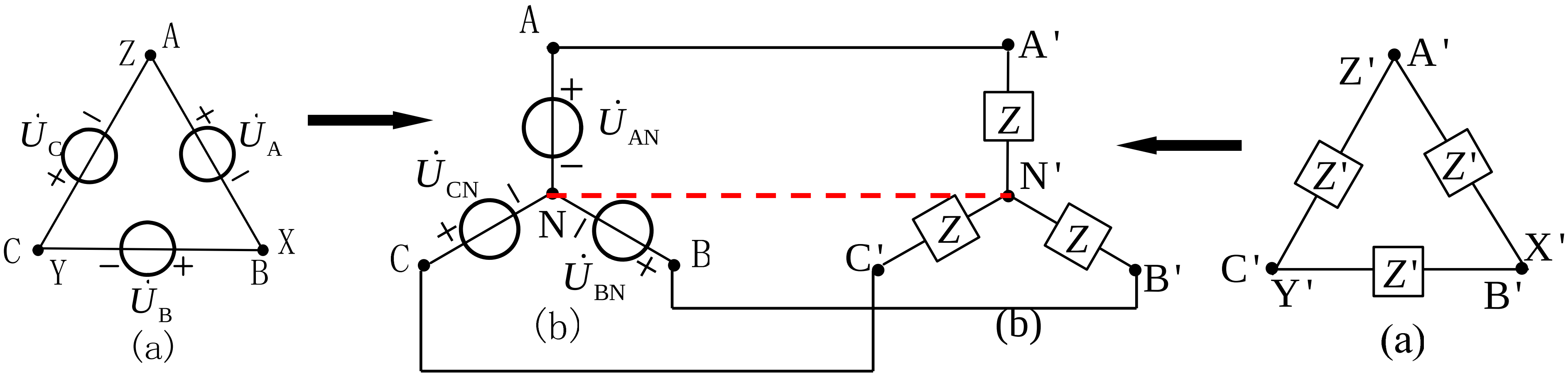


图**7.17**　三相电源的等效

图**7.18**　三相负载的等效

(2) 画一条无阻抗的假想中线把电源和负载的中性点联结起来，原有中线上的阻抗均被假想中线短路；

§ 7.3 对称三相电路的计算

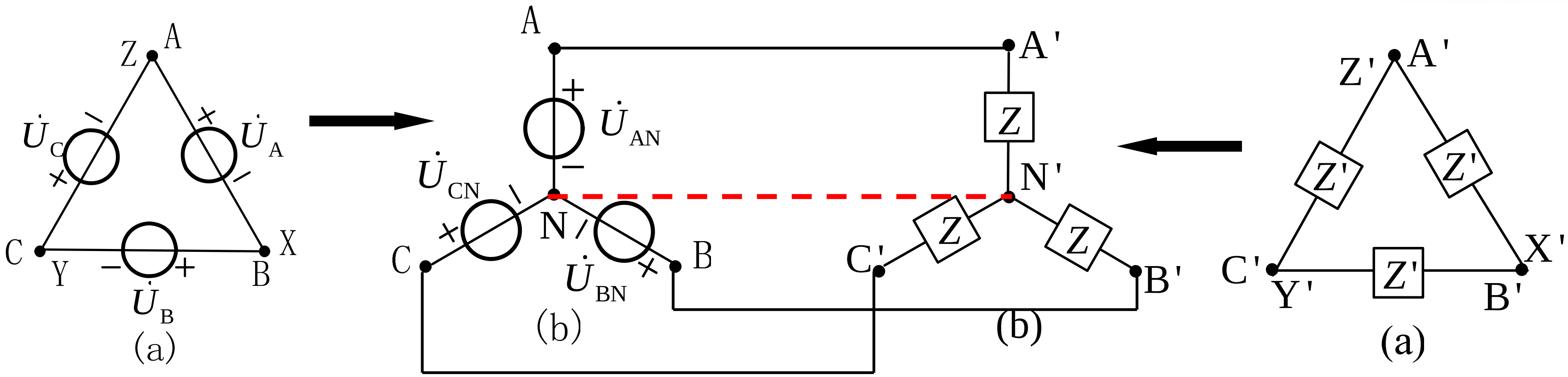
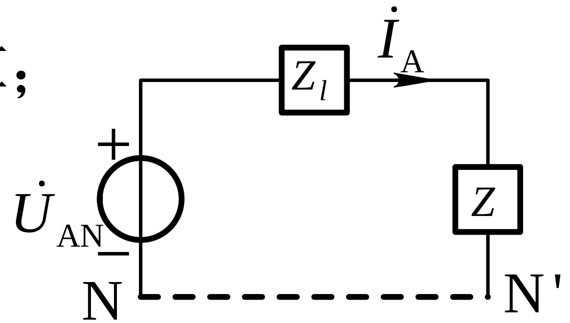


图7.17 三相电源的等效

图7.18 三相负载的等效

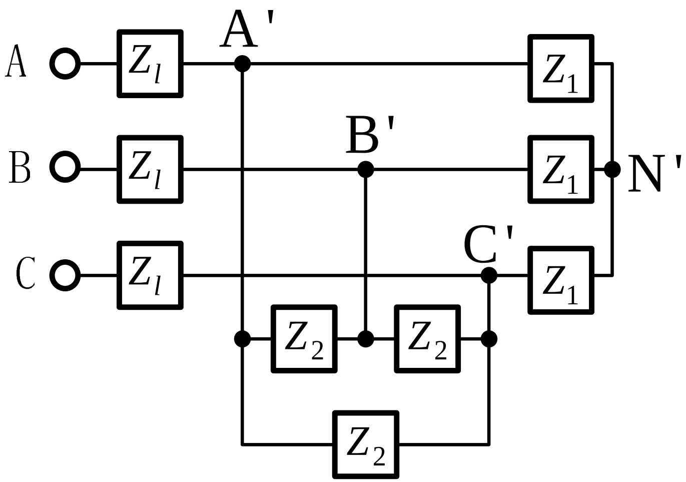
(3) 取出一相进行计算；



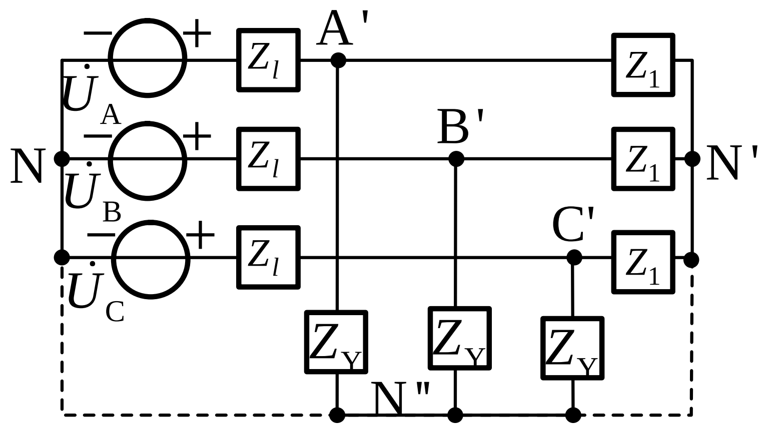
(4) 根据对称关系推算其它相(线)电压、电流。

§ 7.3 对称三相电路的计算

例7.2　对称三相电路如图(a)所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ，$Z_2 = (90 + \text{j}120)\Omega$，$Z_l = \text{j}5\Omega$ 。设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\underline{/0^\circ}\text{V}$ ，试求负载电压和各负载的相电流。



(a)



(b)

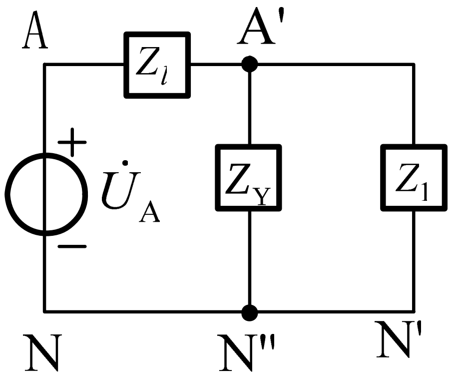
解　将已知的电源和三角形联结的负载都用等效星形联结电路代替，如图(b)所示。

图中A相的相电压和等效星形联结负载的阻抗分别为

$$\dot{U}_A = \frac{1}{\sqrt{3}}\dot{U}_{AB}\underline{/-30^\circ} \approx 220\underline{/-30^\circ}\text{V} ;\ Z_Y = \frac{1}{3}Z_2 = (30 + \text{j}40)\Omega$$

§ 7.3 对称三相电路的计算

在图(b)中添上假想中线，取出A相，如图(c)所示。



(c)

根据节点电压法，可直接写出图(c)中A'和点N'之间的电压，即星形联结负载的相电压

$$\dot{U}_{A'N'} = \frac{\dot{U}_A / Z_l}{1/Z_1 + 1/Z_Y + 1/Z_l} \approx 202\underline{/-38.4^\circ}\text{V}$$

由对称关系：

$$\dot{U}_{B'N'} = 202\angle -158.4°\text{V}$$

$$\dot{U}_{C'N'} = 202\angle 81.6°\text{V}$$

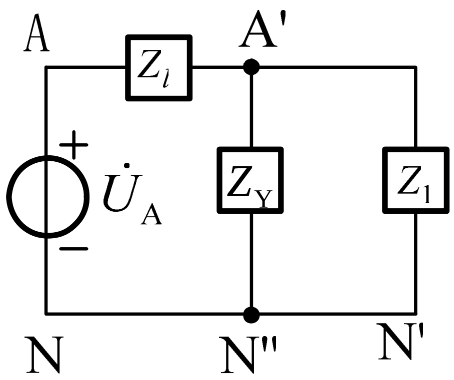
负载Z_2电压为线电压，即

$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3}\dot{U}_{A'N'}\underline{/30^\circ} \approx 350\underline{/-8.4^\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_{B'C'} = 350\underline{/-128.4^\circ}\text{V} \quad \dot{U}_{C'A'} = 350\underline{/+111.6^\circ}\text{V}$$

§ 7.3 对称三相电路的计算

在图(b)中添上假想中线，取出A相，如图(c)所示。



(c)

阻抗**Z_1**中的电流为星形联结负载的**A**相的相电流

$$\dot{I}_{A'1}=\frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z_1}=\frac{202\angle -38.4^\circ\ \mathrm{V}}{50\Omega}=4.04\angle -38.4^\circ\ \mathrm{A}$$

相应 $\dot{I}_{B'1}=4.04\angle -158.4^\circ\ \mathrm{A}$

$$\dot{I}_{C'1}=4.04\angle 81.6^\circ\ \mathrm{A}$$

三角形联结负载**Z_2**的相电流

$$\dot{I}_{A'B'2}=\frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z_2}=\frac{350\angle -8.4^\circ\ \mathrm{V}}{(90+\mathrm{j}120)\Omega}\approx 2.33\angle -61.5^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{B'C'2}=2.33\angle -181.5^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'2}=2.33\angle 58.5^\circ\ \mathrm{A}$$

§ 7.4 不对称三相电路示例

1 不对称三相电路

（1）定义：当三相电路中电源电压或负载阻抗或传输线不对称时，称为不对称三相电路。

（2）产生不对称的原因

a 由单相负载造成不对称；

b 发生断路、短路等故障；

c 特殊的不对称设备和仪器。

（3）讨论对象：电源对称，负载不对称。

（4）分析方法：复杂正弦电流电路的方法。

§ 7.4 不对称三相电路示例

2 中性点位移

常见的低压三相四线制系统，电源通常是对称的，负载不对称，求负载相电压。如图**7.19**所示。

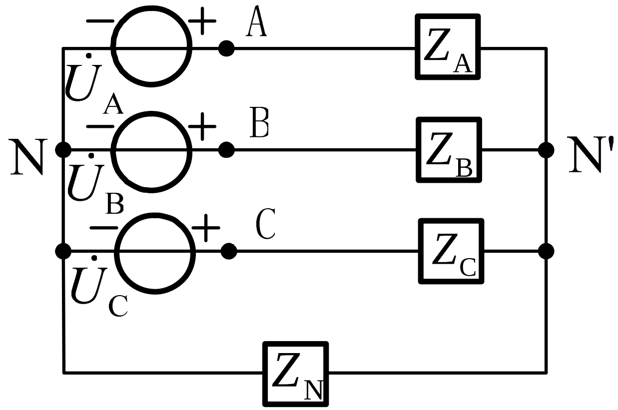


图**7.19** 负载阻抗不对称

列节点电压方程 $$\left(\frac{1}{Z_A}+\frac{1}{Z_B}+\frac{1}{Z_C}+\frac{1}{Z_N}\right)\dot U_{N'N}=\frac{\dot U_A}{Z_A}+\frac{\dot U_B}{Z_B}+\frac{\dot U_C}{Z_C}$$

$$\dot U_{N'N}=\frac{\dot U_A/Z_A+\dot U_B/Z_B+\dot U_C/Z_C}{1/Z_A+1/Z_B+1/Z_C+1/Z_N}\neq 0$$

负载中性点的电位与电源中性点的电位不相等，这种现象称为负载中性点位移。

§ 7.4 不对称三相电路示例

$$\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A/Z_A+\dot{U}_B/Z_B+\dot{U}_C/Z_C}{1/Z_A+1/Z_B+1/Z_C+1/Z_N}\neq 0$$

由**KVL**定律可写出负载的各相电压为

$$\dot{U}_{AN'}+\dot{U}_{N'N}=\dot{U}_A,\ \dot{U}_{AN'}=\dot{U}_A-\dot{U}_{N'N}$$

同理 $\dot{U}_{BN'}=\dot{U}_B-\dot{U}_{N'N}$，$\dot{U}_{CN'}=\dot{U}_C-\dot{U}_{N'N}$

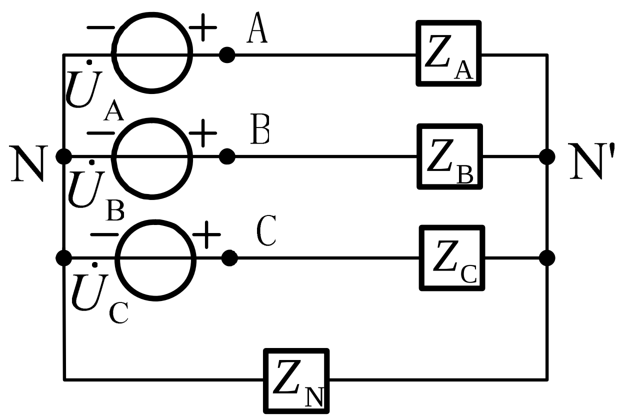


图**7.19** 负载阻抗不对称

相量图如右所示

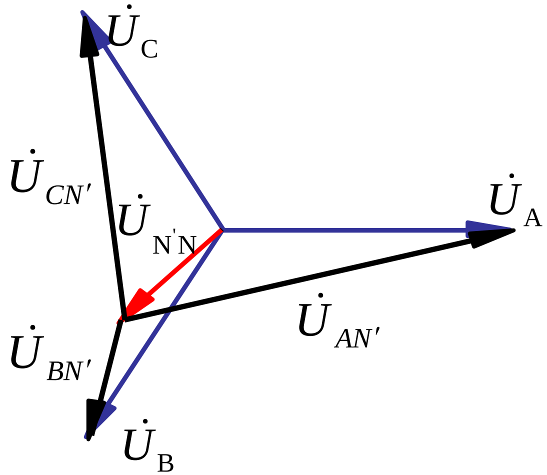


图**7.20** 负载中性点位移

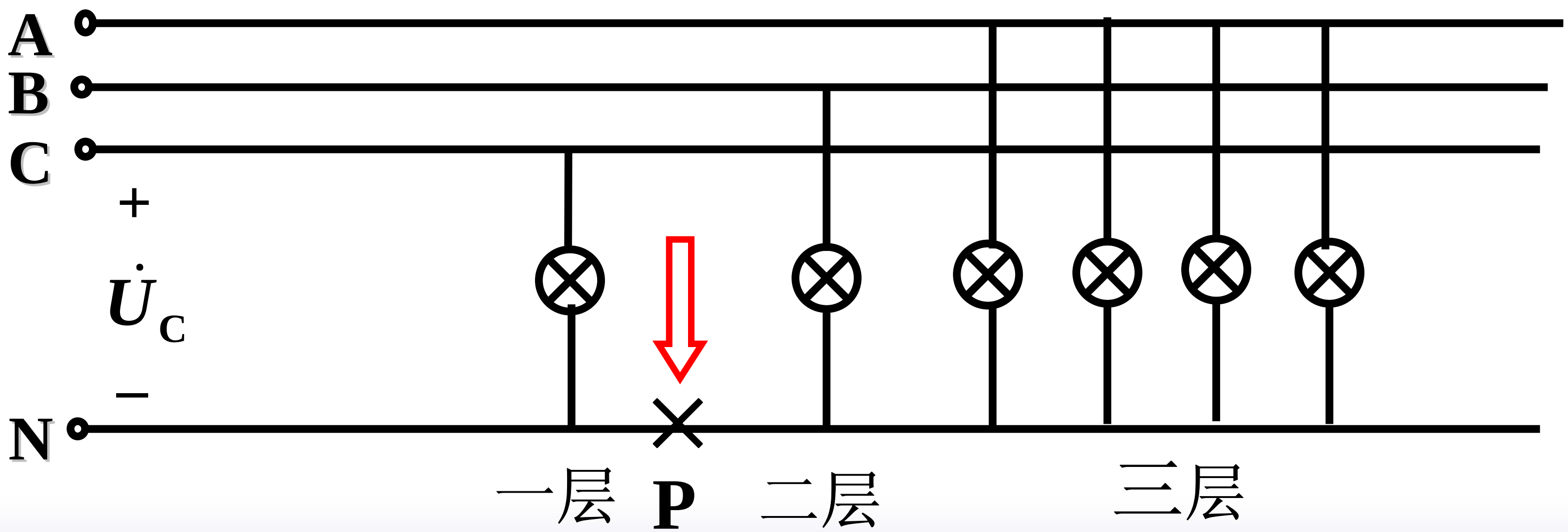
对称的电源电压$\dot{U}_A$、$\dot{U}_B$、$\dot{U}_C$减去同一$\dot{U}_{N'N}$；使负载电压$\dot{U}_{AN'}$、$\dot{U}_{BN'}$、$\dot{U}_{CN'}$不对称。

§ 7.4 不对称三相电路示例

思考

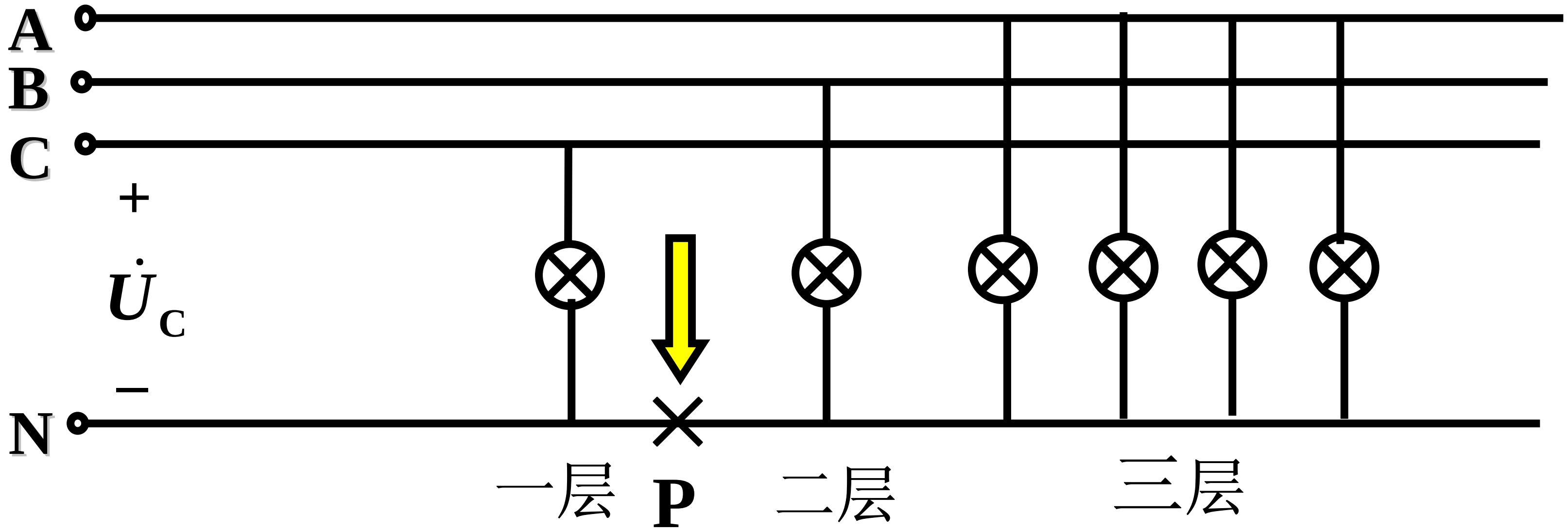
某大楼电灯发生故障，第一层楼电灯亮度不变，第二层楼电灯变亮然后烧毁，而第三层楼电灯先变暗然后不亮，试问这是什么原因？

解: (1) 本系统供电线路图



§ 7.4 不对称三相电路示例

解：(1)本系统供电线路图



(2) 当P处断开时，一层楼的灯仍承受220V电压亮度不变。

(3)二、三层楼的灯串联接380V 电压，因为三楼灯多于二楼灯即

$R_3 < R_2$，所以 $U_{R2} = \frac{4}{5} \times 380 = 304\ \text{V}$ $U_{R3} = \frac{1}{5} \times 380 = 76\ \text{V}$

结果:二楼灯泡上的电压超过额定电压，灯泡被烧毁；三楼的灯不亮。

小结

1、三相电路的星形和三角形联接方式；

2 、对称三相电路中相电压与线电压、
相电流与线电流的关系；

3 、对称三相电路的计算和三相电路的功率。