中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

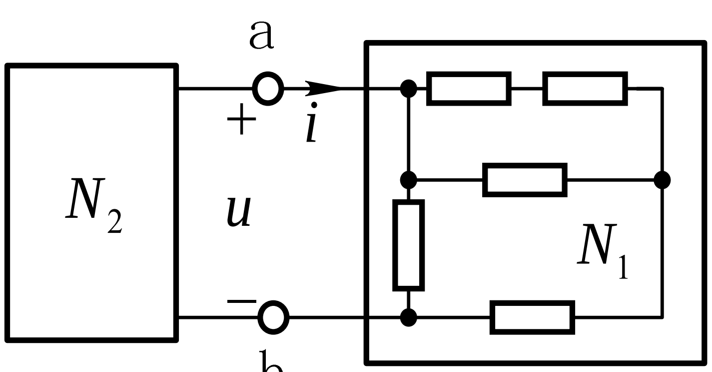
第 2 章 线性直流电路

本章目录

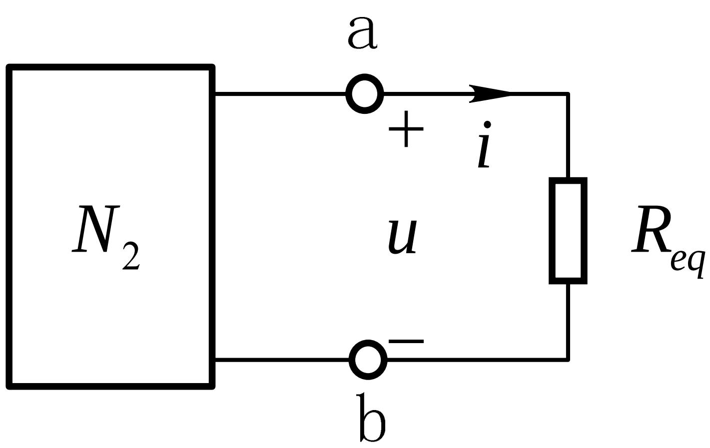
§2.1 电阻的串联与并联

一、等效变换

等效是指被化简的电阻网络$\boldsymbol{N_1}$与等效电阻具有相同的 $\boldsymbol{u}$-$\boldsymbol{i}$ 关系(即端口方程)，从而用等效电阻 $\boldsymbol{R_{eq}}$ 代替电阻网络$\boldsymbol{N_1}$之后，不改变其余部分的电压和电流。



等效的概念



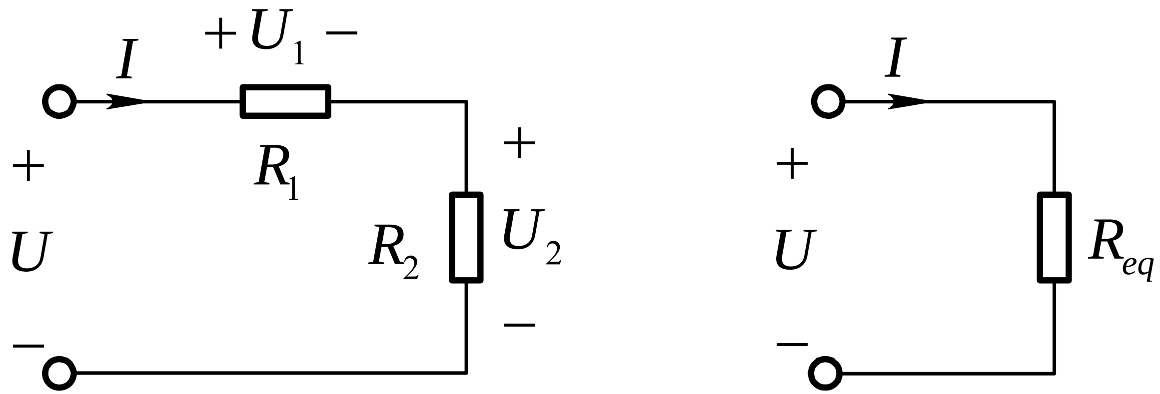
等效的概念

§ 2.1 电阻的串联与并联

二、电阻的串联

1 电路特点：

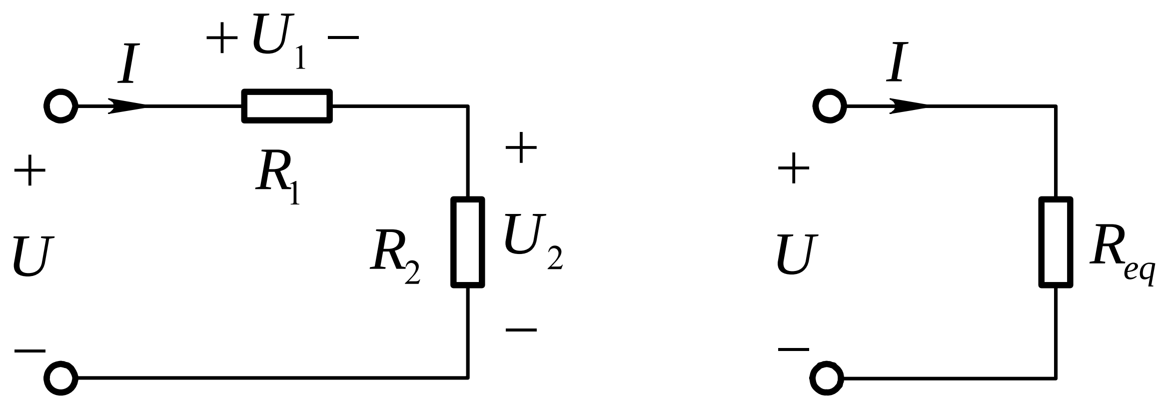
- ➢各电阻依次连接，流过同一电流
- ➢总电压等于各串联电阻的电压之和



电阻的串联等效

§ 2.1 电阻的串联与并联

2 等效电阻

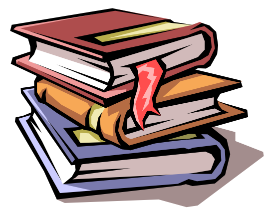


电阻的串联等效

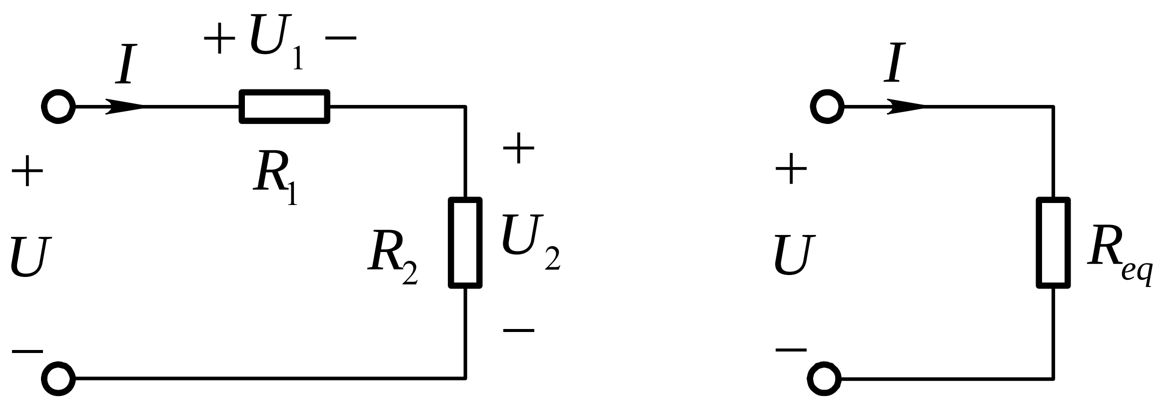
$$U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I \qquad U = R_{eq} I$$

$$\Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

N个电阻串联推广：$R_{eq} = \sum_{k=1}^{N} R_k$



3 分压公式



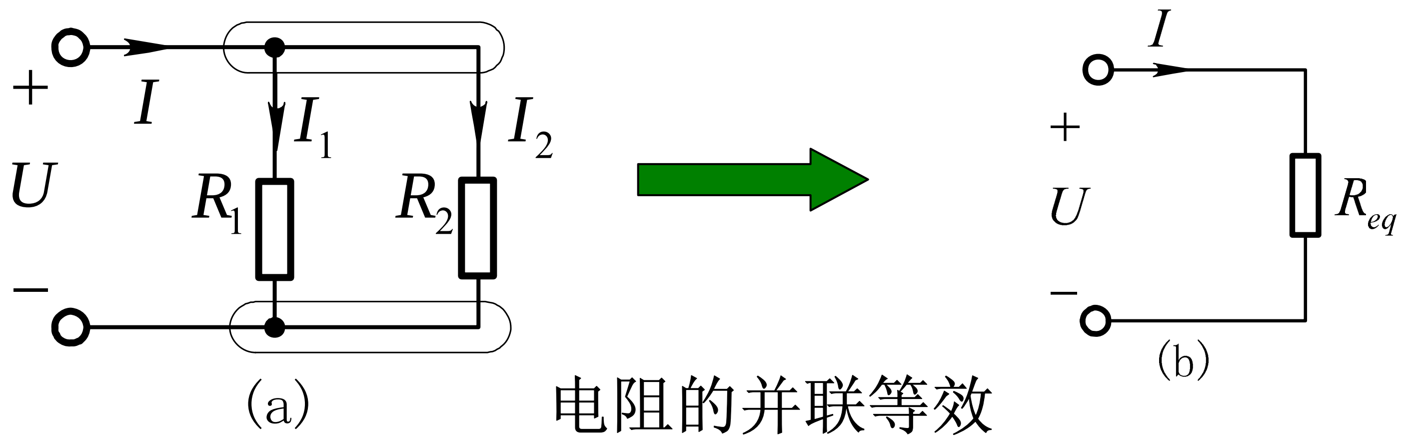
电阻的串联等效

$$U_1 = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \qquad U_2 = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

三、 电阻的并联

1 电路特点：

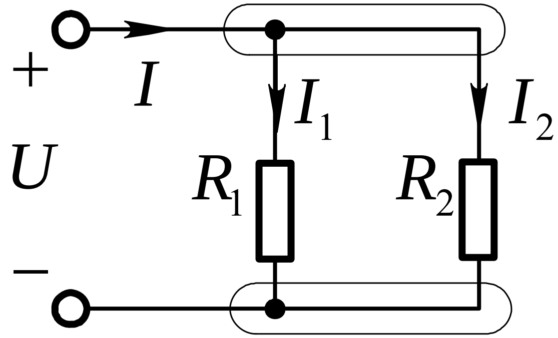
- 各电阻接到同一对节点之间，承受相同电压
- 总电流等于各并联电阻的电流之和



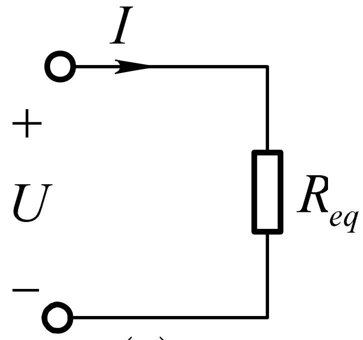
电阻的并联等效

§ 2.1 电阻的串联与并联

2 等效电阻



(a)



(b)

电阻的并联等效

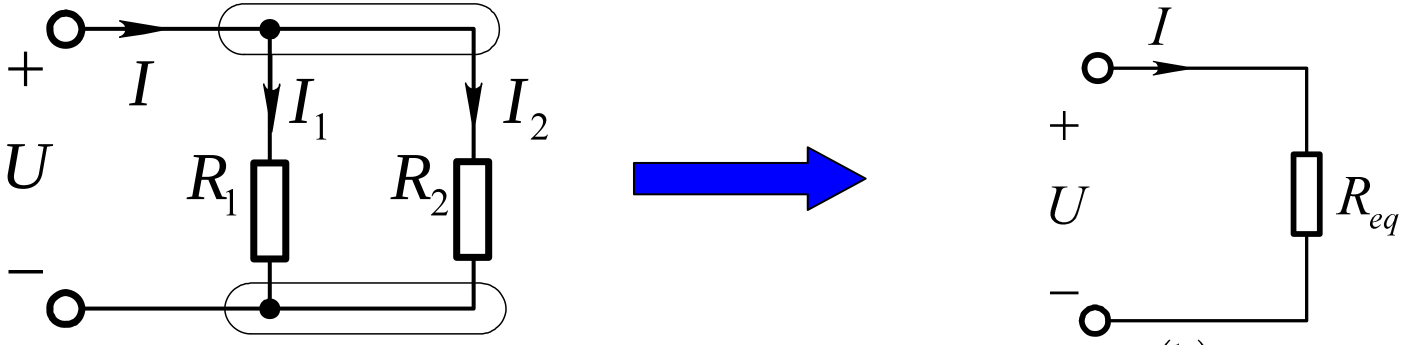
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = (G_1 + G_2)U \qquad I = G_{eq}U$$

$$\Rightarrow G_{eq} = G_1 + G_2 \qquad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

N个电阻并联推广： $G_{eq} = \sum_{k=1}^{N} G_k$

§ 2.1 电阻的串联与并联

3 分流公式



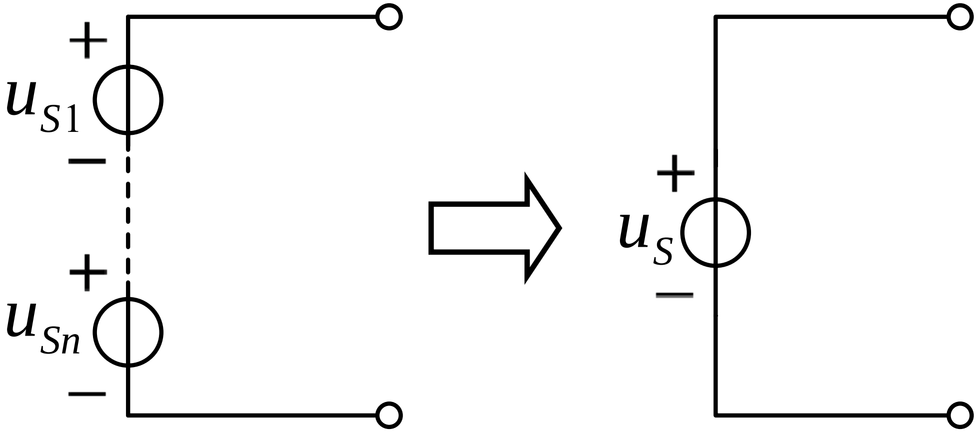
(a)　　电阻的并联等效　　(b)

$$I_1 = G_1 U = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = G_2 U = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

§2.2 电源和电阻的串联与并联

1 理想电压源的串联

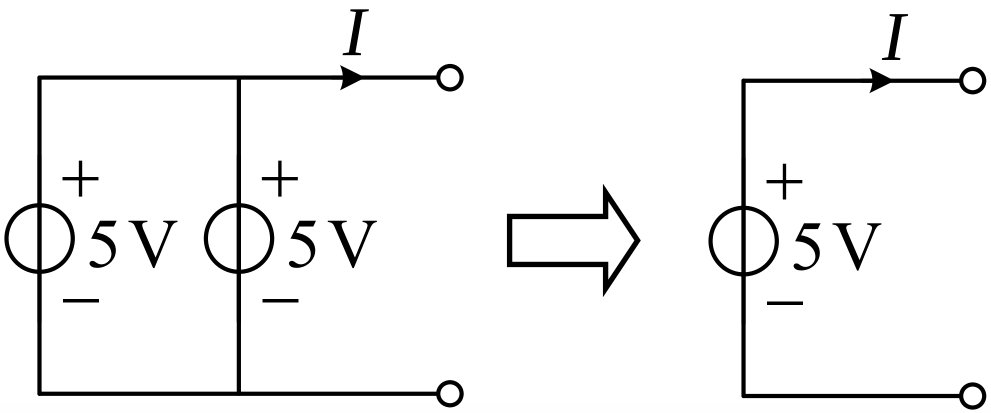


$$u_S=u_{S1}+u_{S2}+\ldots+u_{Sn}$$

$$=\sum u_{Sk}$$

（注意参考方向）

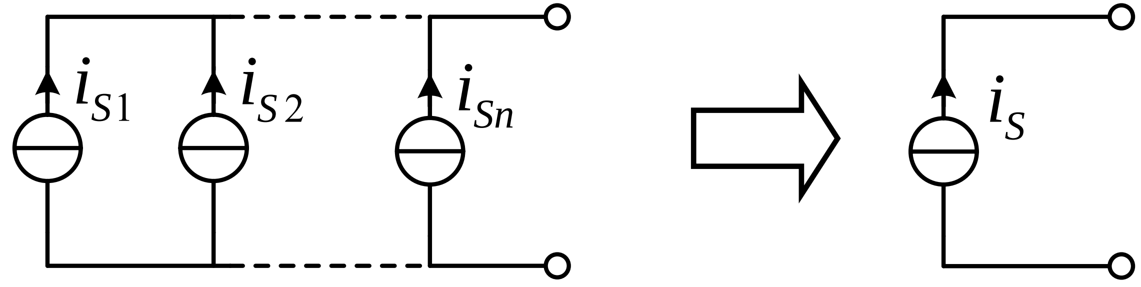
2 理想电压源的并联



电压相同的电压源才能作极性一致的并联。

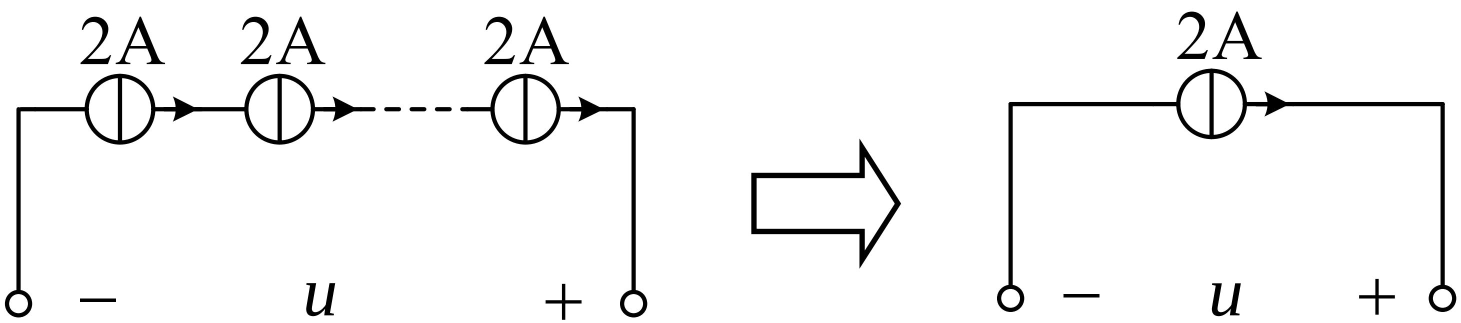
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

3 理想电流源的并联



$$i_S = i_{S1} + i_{S2} + \ldots + i_{Sn} = \sum i_{Sk}$$ （注意参考方向）

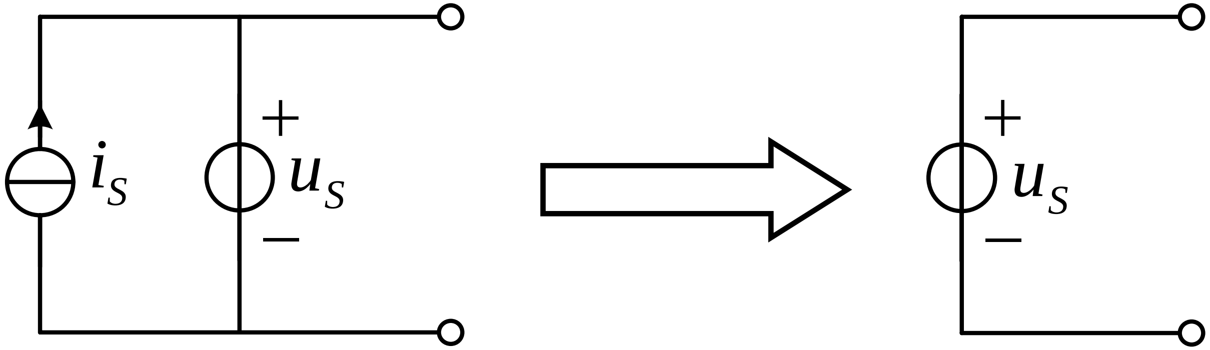
4 理想电流源的串联



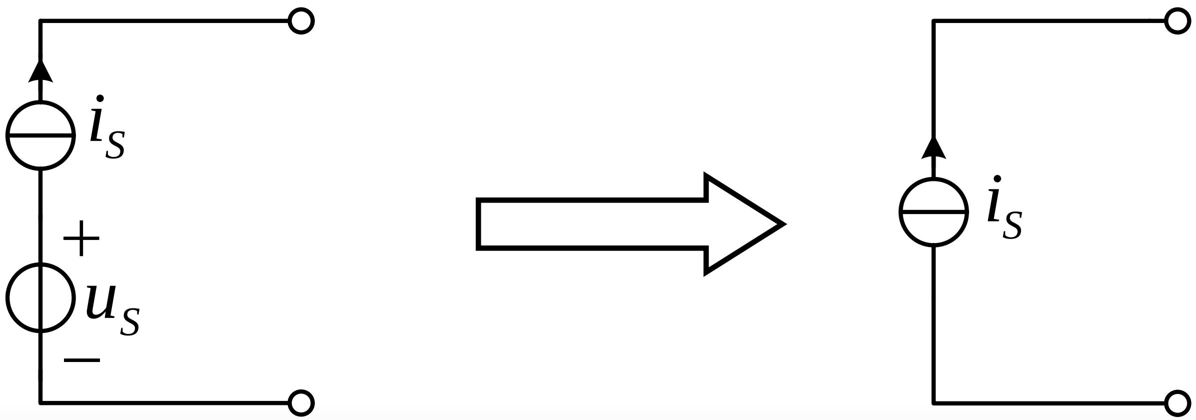
电流相同的电流源才能作方向一致的串联。

§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

5 理想电压源和理想电流源的并联

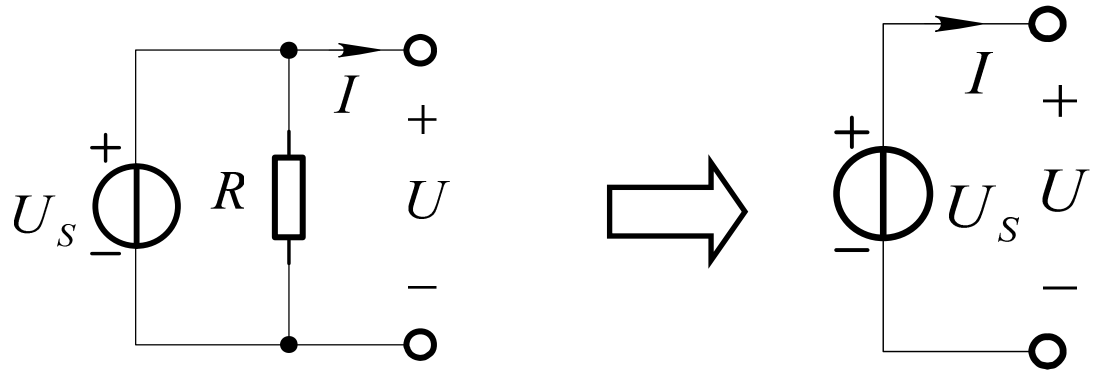


6 理想电压源和理想电流源的串联

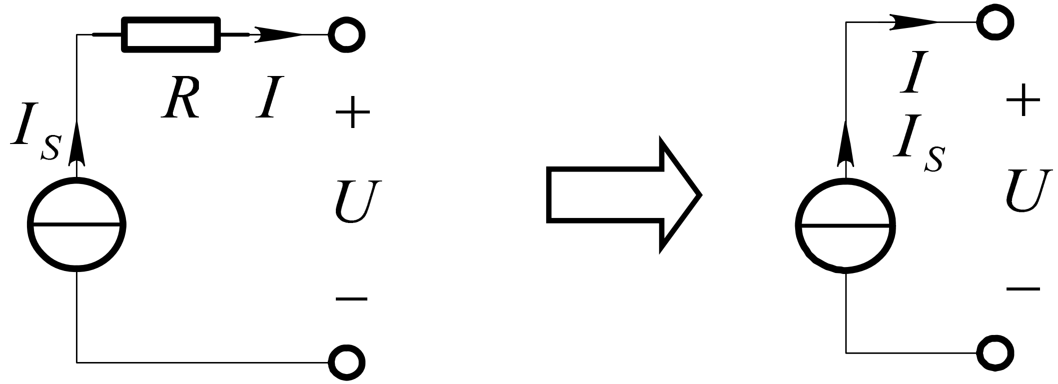


§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

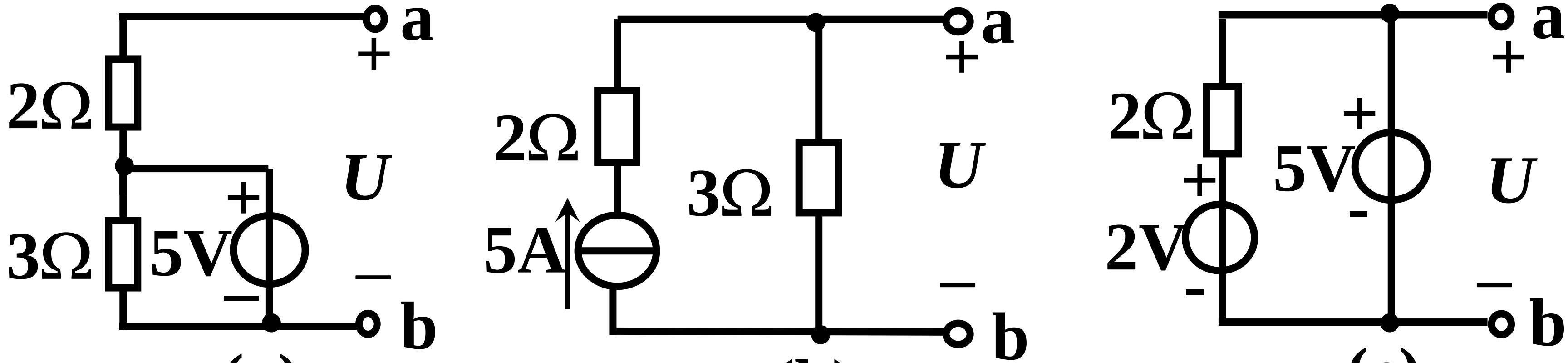
7 电压源并联电阻



8 电流源串联电阻

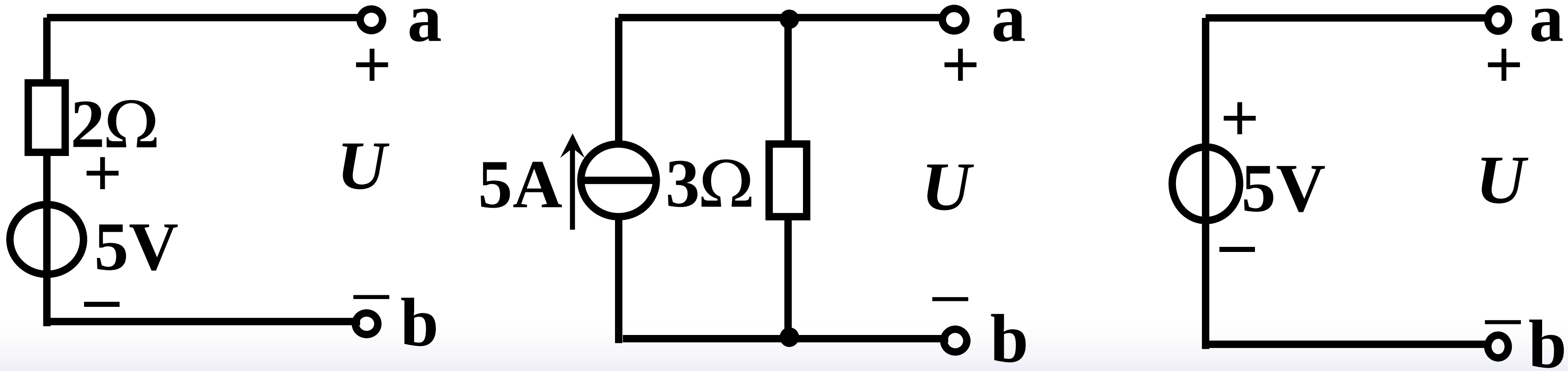


例：用等效变换化简电路。



(a) (b) (c)

解:



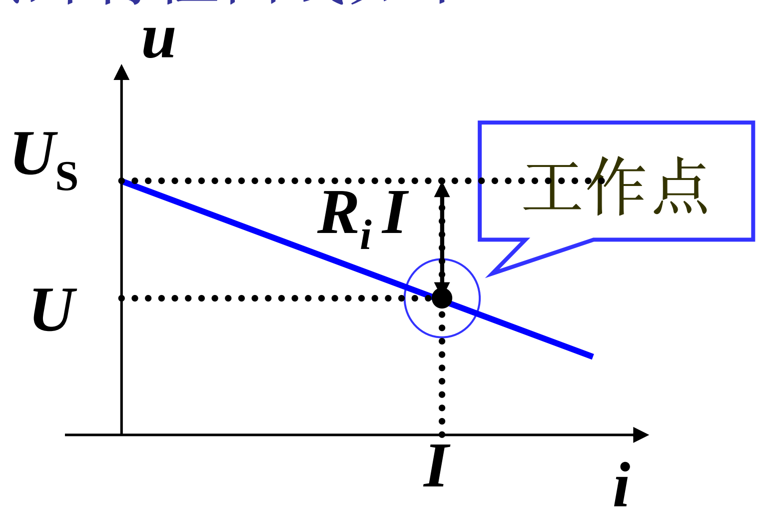
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

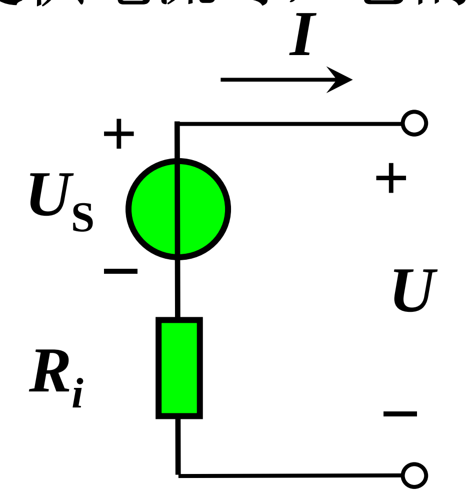
9 实际电源的两种模型

(1) 实际电压源

实际电压源，当它向外电路提供电流时，它的端口电压会随端口电流的增加而减小。

其外特性曲线如下：





$$U = U_S - R_i I$$

戴维南电路

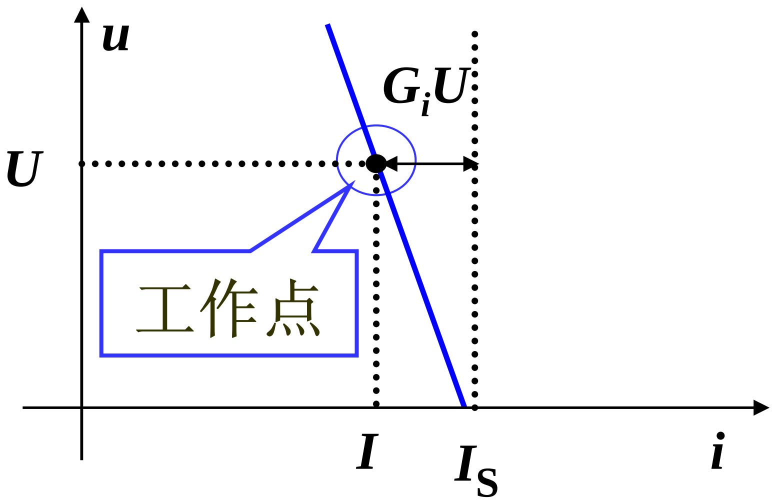
一个实际电压源，可用一个理想电压源U_S与一个电阻R_i串联的支路模型来表征其特性。

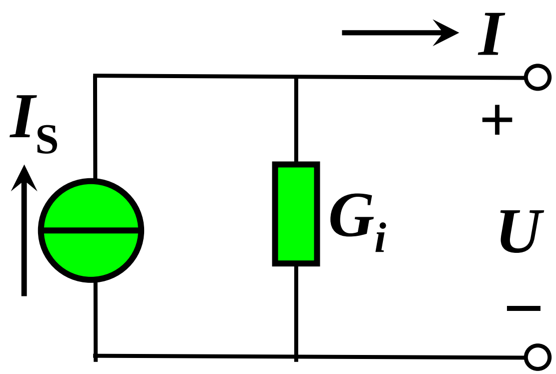
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

(2) 实际电流源

实际电流源，当它向外电路供给电流时，并不是全部流出，其中一部分将在内部流动，随着端电压的增加，输出电流减小。

其外特性曲线如下：





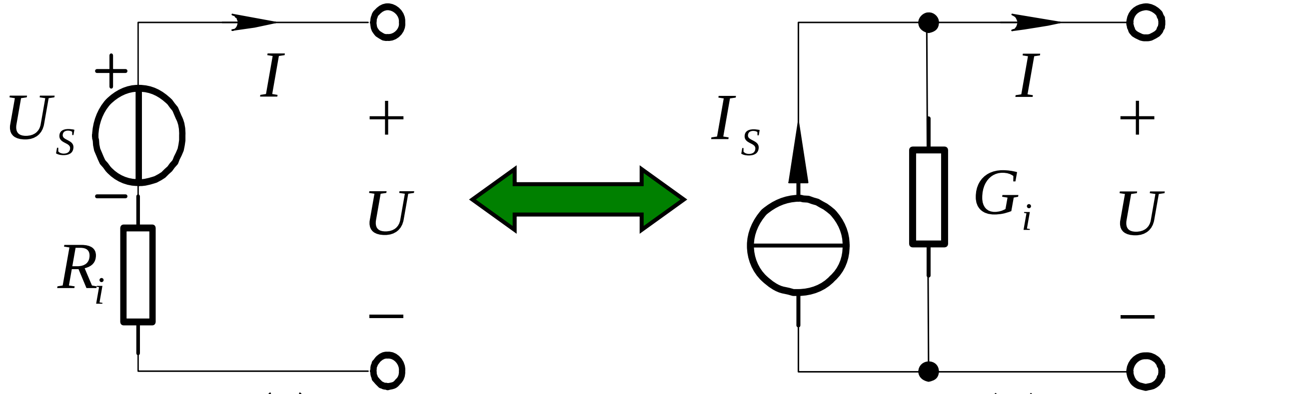
$I=I_S-G_i\,U$

诺顿电路

一个实际电流源，可用一个电流为I_S的理想电流源和一个内电导 G_i并联的模型来表征其特性。

§2.2 电源和电阻的串联与并联

10 戴维南电路与诺顿电路



(a) 戴维南电路　　　　(b) 诺顿电路

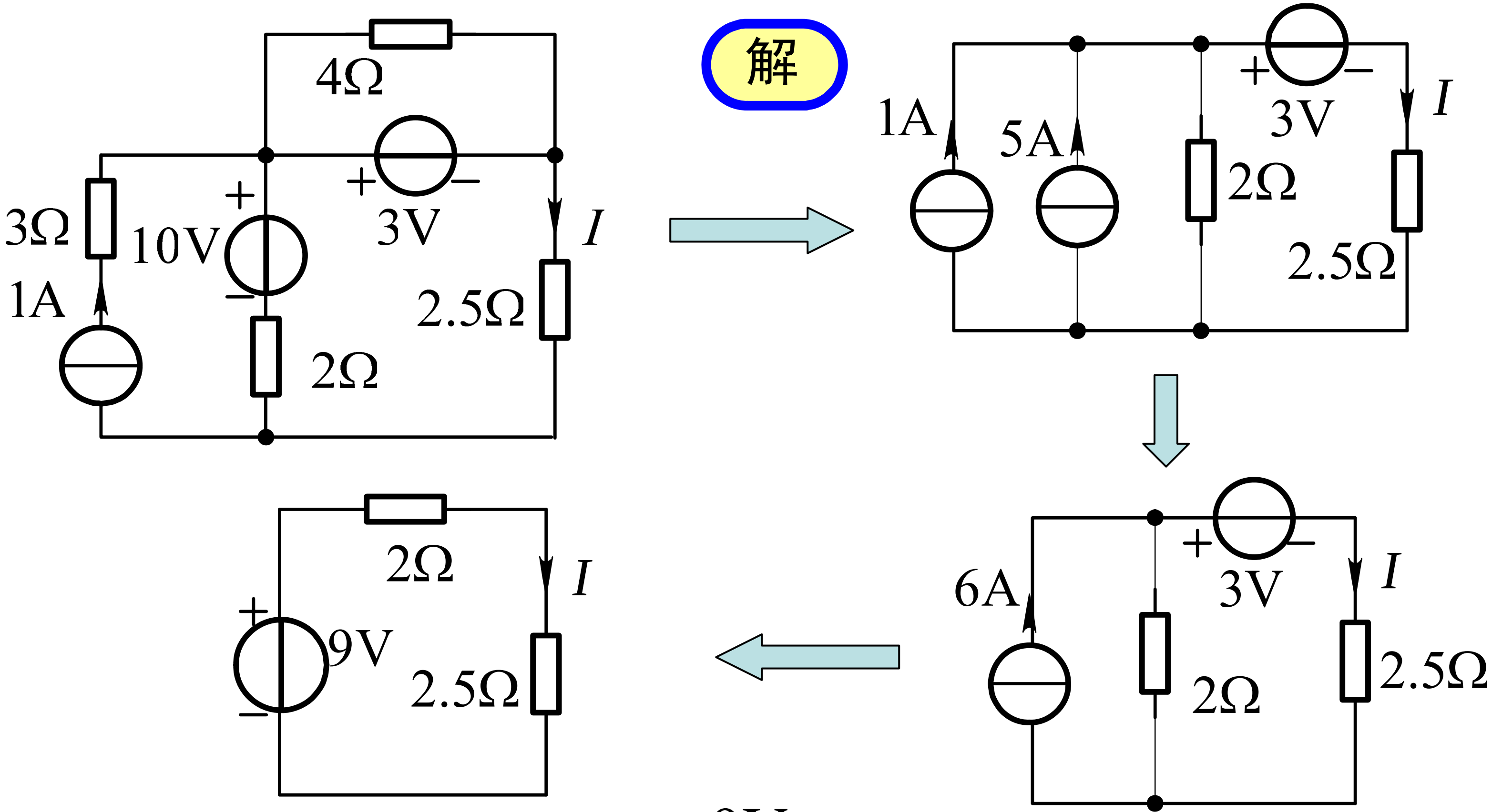
$$U = U_S - R_i I \qquad\qquad I = I_S - G_i U$$

$$\because I = \frac{U_S}{R_i} - \frac{U}{R_i} \qquad\qquad \therefore I_S = \frac{U_S}{R_i}, G_i = \frac{1}{R_i}$$

$$\because U = \frac{I_S}{G_i} - \frac{I}{G_i} \qquad\qquad \therefore U_S = \frac{I_S}{G_i} = R_i I_S, R_i = \frac{1}{G_i}$$

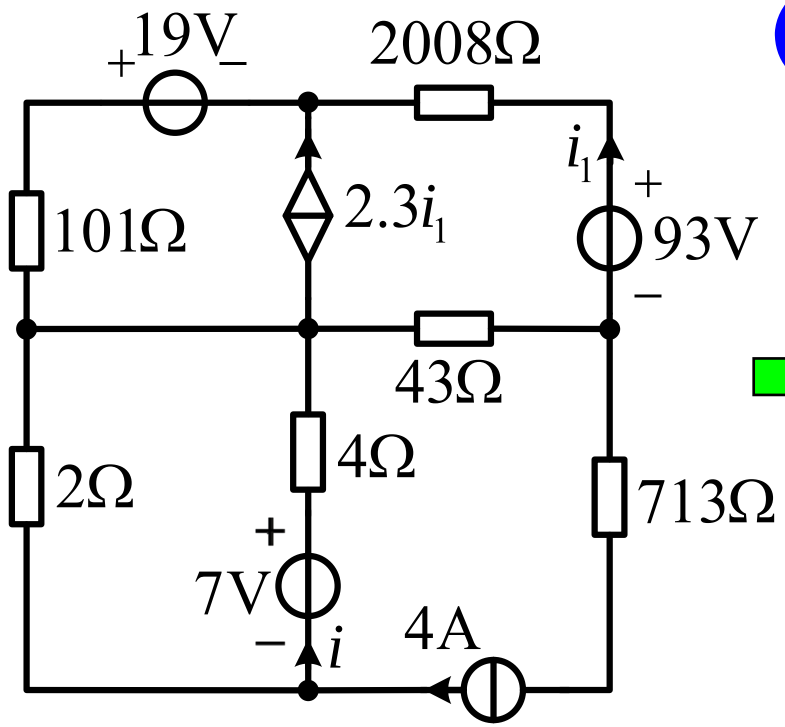
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

例**2.2** 用等效变换求图示电路中电流***I***。

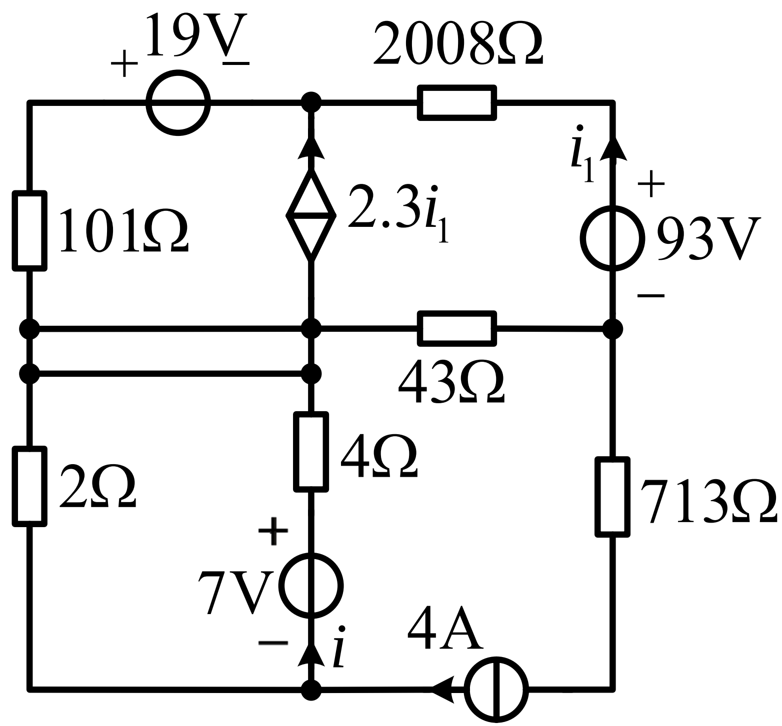


$$I = \frac{9\text{V}}{2\Omega + 2.5\Omega} = 2\text{A}$$

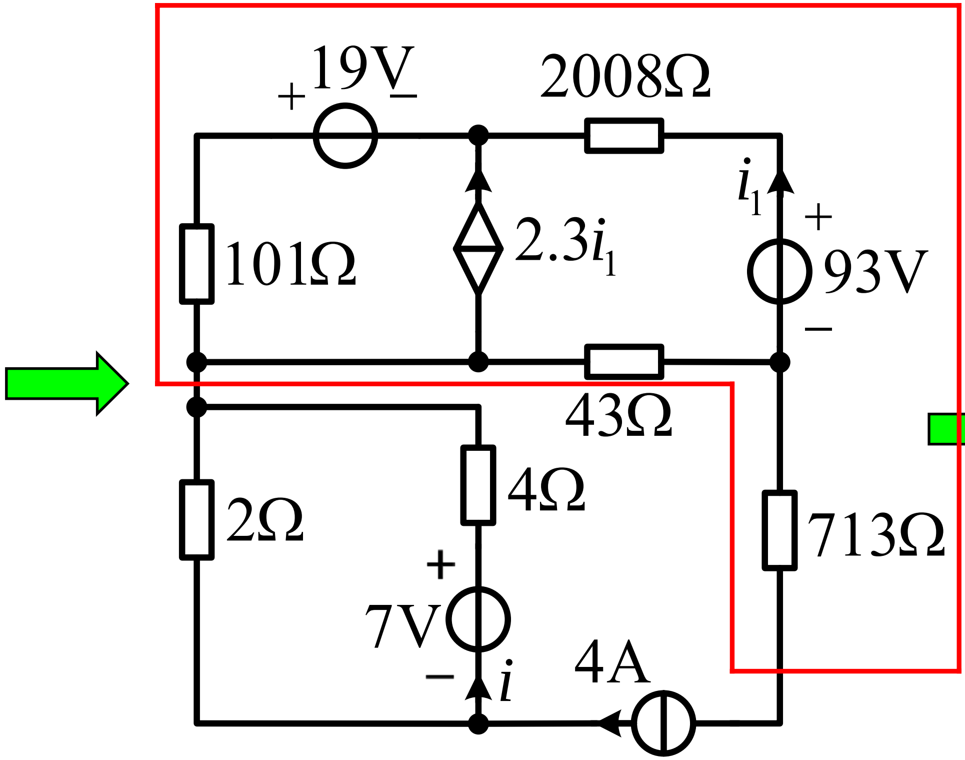
例：电路如图所示，求电流 i 。

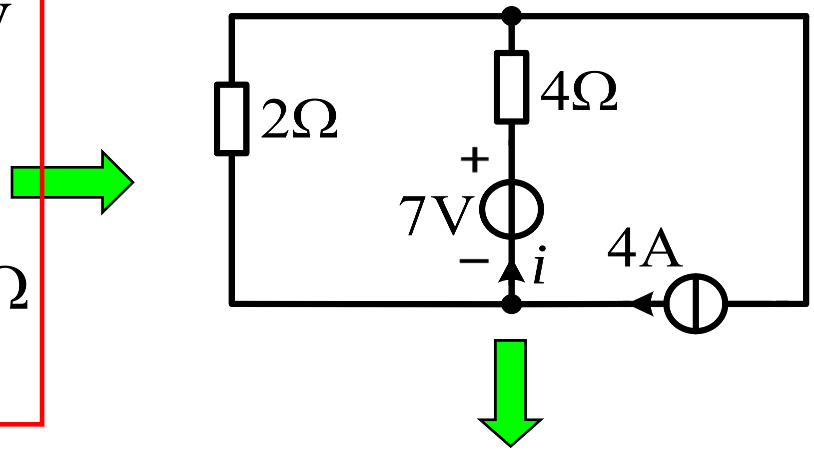


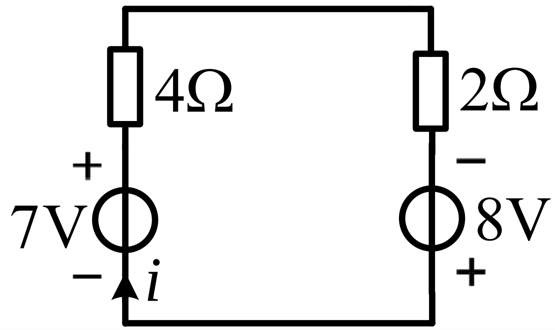
解



§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

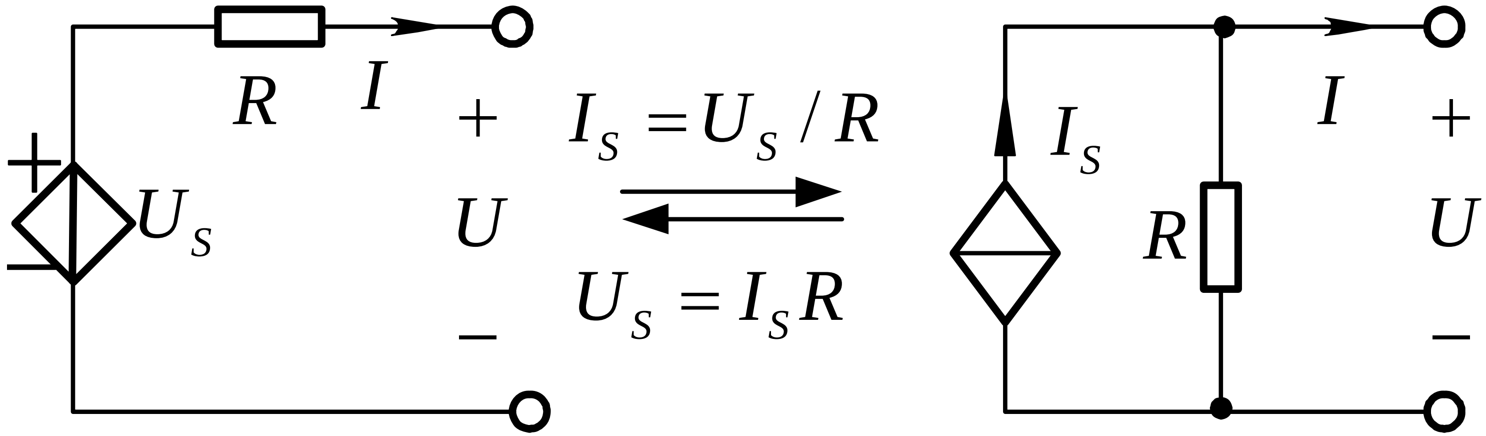






$$i=\frac{7+8}{4+2}=2.5\text{A}$$

11 含受控源支路的等效

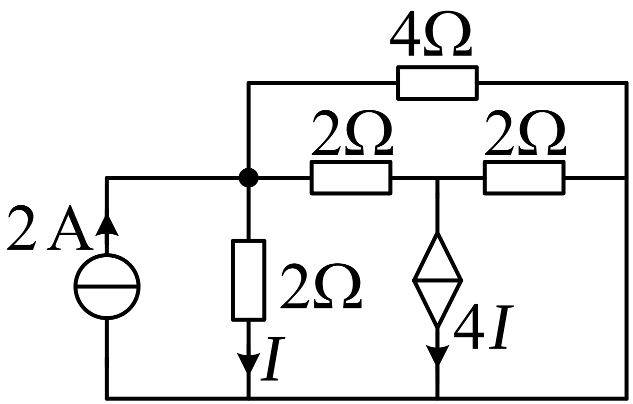


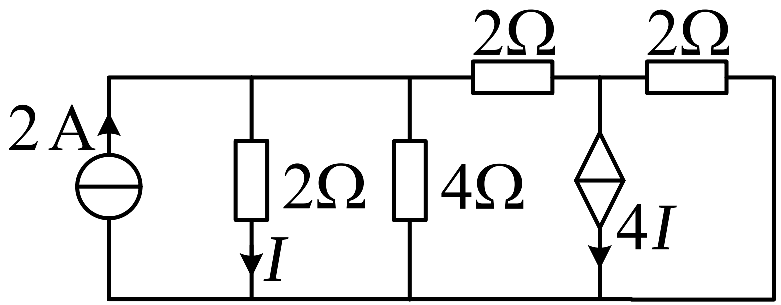
含受控源电路的等效变换

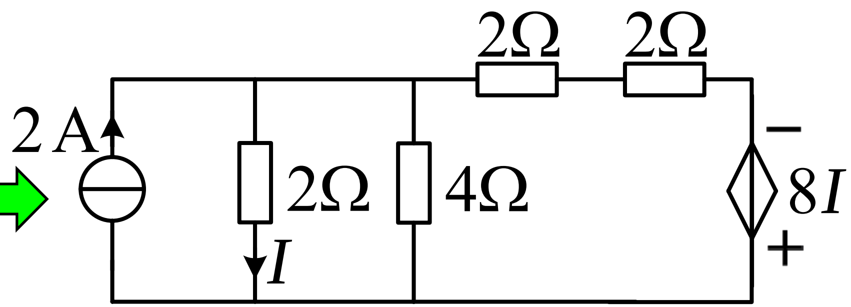
含受控源支路变换方法与含独立源的情况相似。但在使用这种变换时注意不要使控制量消失。

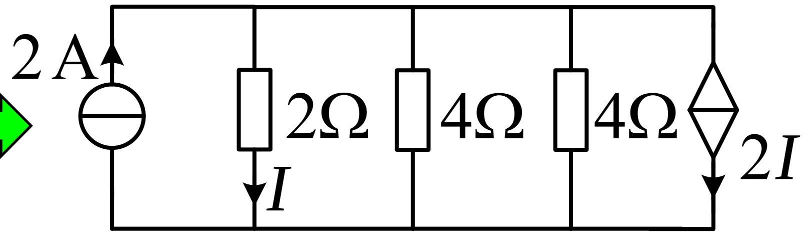
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

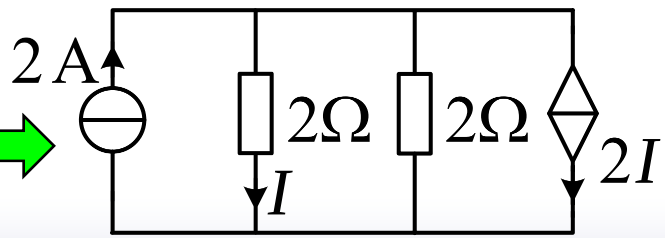
例：电路如图所示，求电流 *I* 。









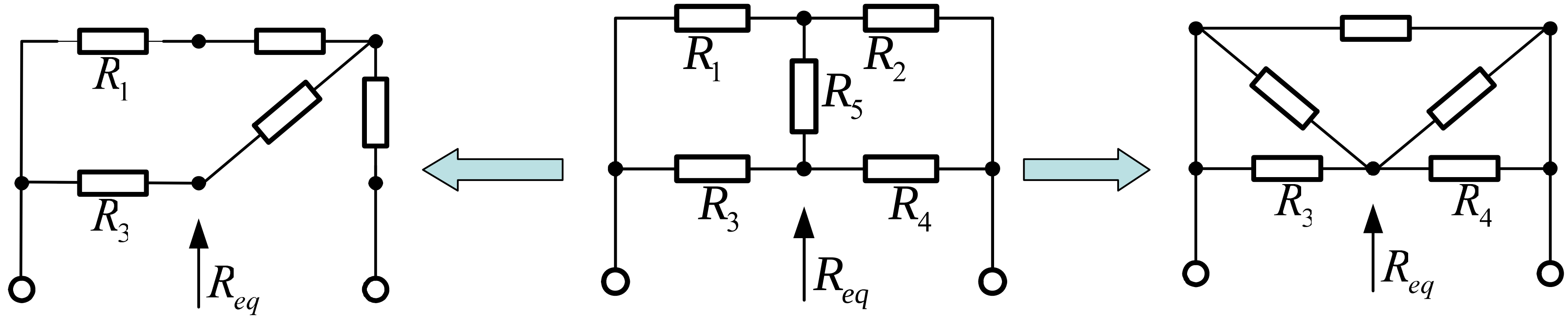


$$4I = 2\text{A}$$

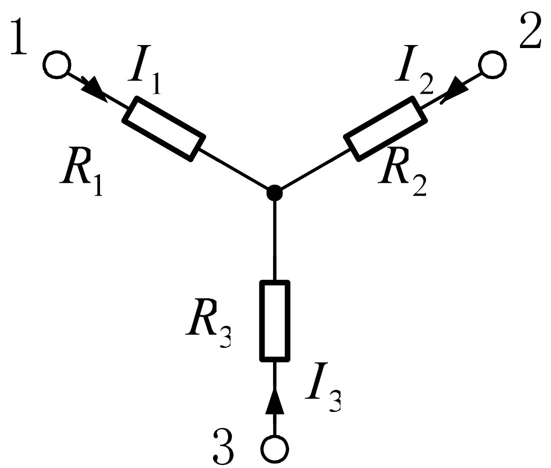
$$\therefore I = 0.5\text{A}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

电桥电路的分析

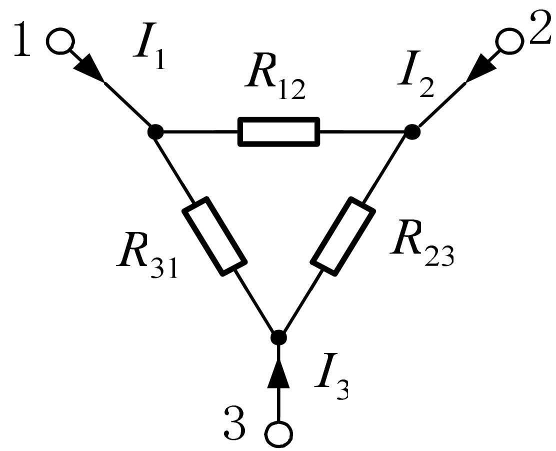


电桥电路等效电阻的计算



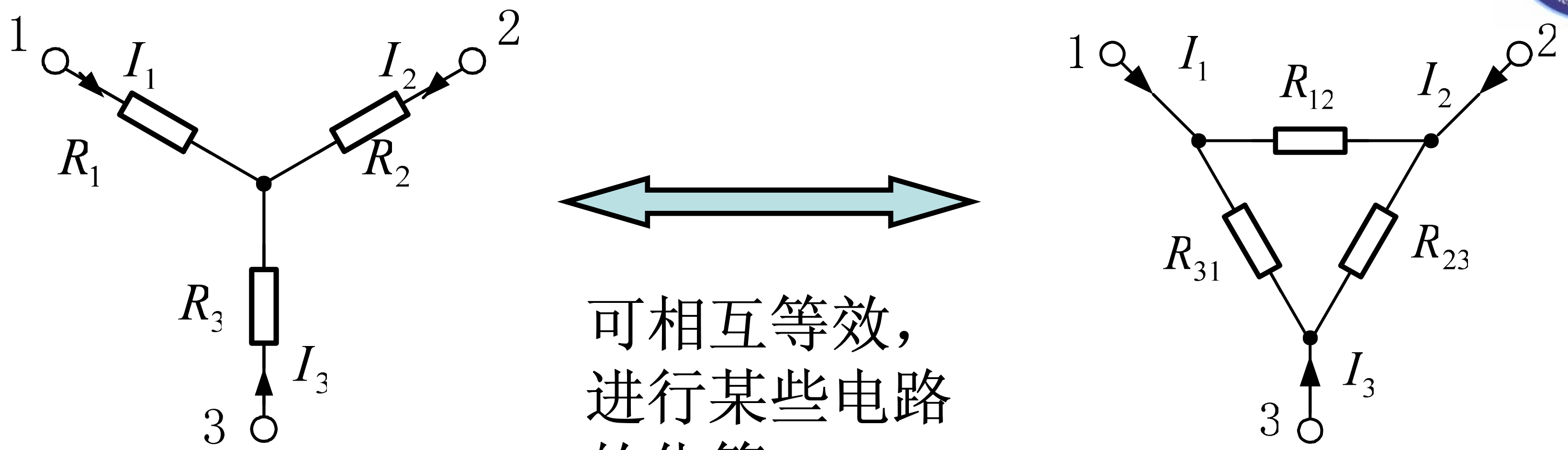
星形(T形)联接

可相互等效，
进行某些电路
的化简



三角形(Δ形)联接

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结



星形(T形)联接

可相互等效，进行某些电路的化简

三角形(Δ形)联接

若这两个三端网络是等效的，从这两个三端网络任意两端子看进去的等效电阻相等

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 + R_3 = \dfrac{R_{23}(R_{31}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 + R_1 = \dfrac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 + R_3 = \dfrac{R_{23}(R_{31}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 + R_1 = \dfrac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

三式相加除以 2：

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{R_{12}R_{23} + R_{23}R_{31} + R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

解得：

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

公式（2.26)

Δ 形—Y形

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

由：
$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

求得：
$$\frac{R_1R_2}{R_3} = \frac{R_{12}^2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

而：
$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = \frac{R_{12}(R_{23}+R_{31}) + R_{12}^2 - R_{12}^2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$= R_{12} - \frac{R_{12}^2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = R_{12} - \frac{R_1R_2}{R_3}$$

所以：
$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

解得:

$$\begin{cases} R_{12} = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} = R_3 + R_1 + \dfrac{R_3 R_1}{R_2} \end{cases}$$

公式（**2.25)**

Y形－Δ形

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

•二者之间的等效公式

Y形—Δ形

$$\left.\begin{aligned}
R_{12} &= \frac{1}{G_{12}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_1G_2} \\
R_{23} &= \frac{1}{G_{23}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_2G_3} \\
R_{31} &= \frac{1}{G_{31}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_3G_1}
\end{aligned}\right\}$$

Δ形—**Y**形

$$\left.\begin{aligned}
R_1 &= \frac{G_{23}}{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}} = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\
R_2 &= \frac{G_{31}}{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}} = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\
R_3 &= \frac{G_{12}}{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}} = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}
\end{aligned}\right\}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

三个相等的电阻接成**Y**形或Δ形时的等效变换

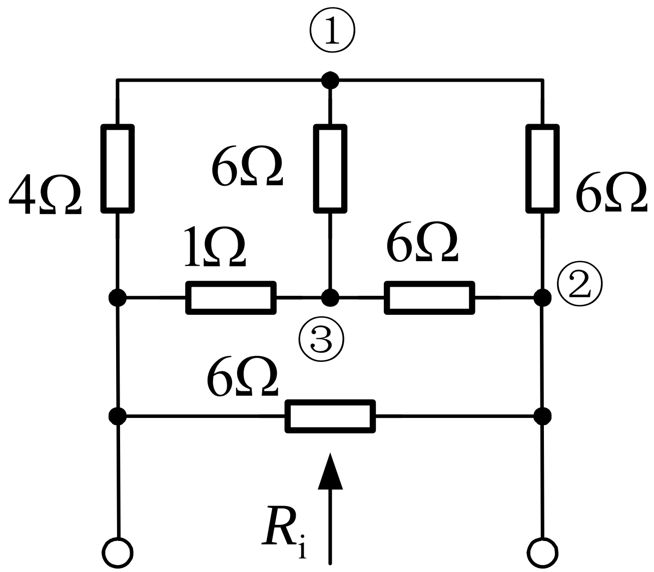
$$\text{若：}\ R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$$

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta$$

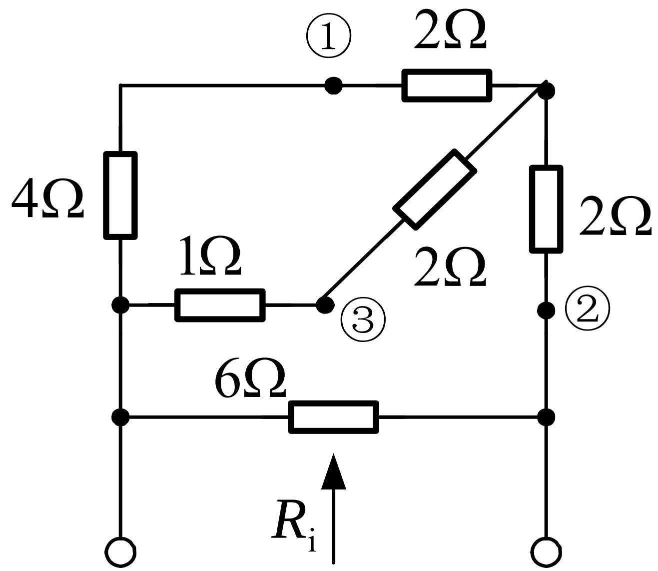
$$\Rightarrow \quad R_\Delta = 3R_Y，\ R_Y = \frac{1}{3}R_\Delta$$

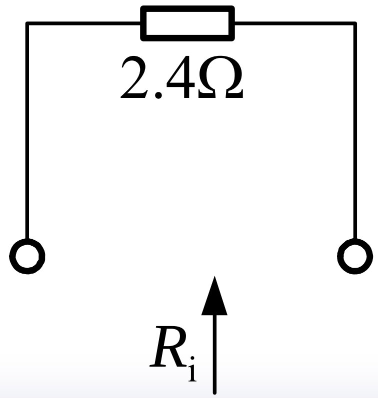
§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

例2.3 求图示电路的等效电阻R_i



解 将节点①、②、③之间的对称Δ形联接电阻化为等效对称的Y形联接。





用串并联化简等效后的电路求出等效电阻

$$R_i = 6\Omega \,\|\, [(4\Omega + 2\Omega) \,\|\, (1\Omega + 2\Omega) + 2\Omega] = 2.4\Omega$$

§ 2.4 支路电流法

1 支路电流法:

以支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

设给定的线性直流电路具有**b**条支路、**n**个节点，那么支路电流法就是以**b**个未知的支路电流作为待求量，对**n-1**个节点列出独立的**KCL**方程，再对**b-(n-1)**个回路列出独立的**KVL**方程，这**b**个方程联立便可解得**b**个支路电流。

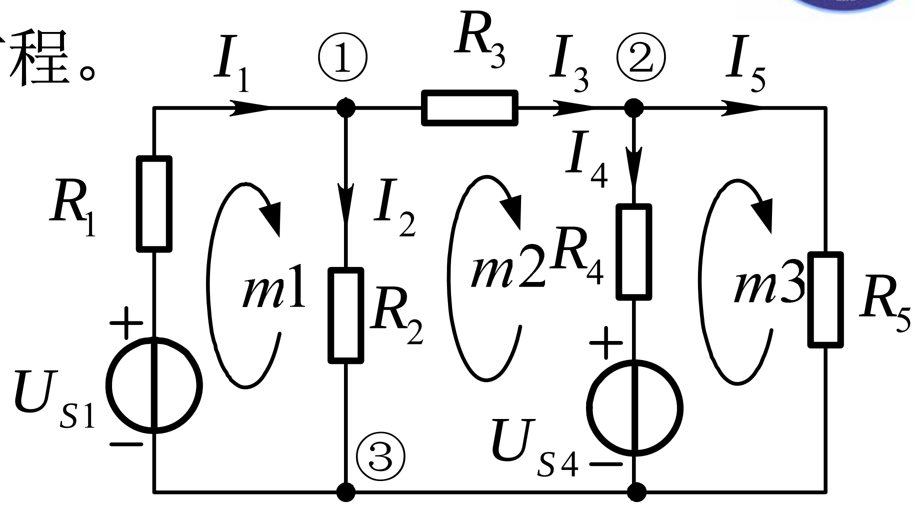
2 独立回路的选取

(1) 对平面电路，$b-(n-1)$个网孔即是一组独立回路。

(2) 每增选一个回路使这个回路至少具有一条新支路。

§ 2.4 支路电流法

例2.4 列出图示电路的支路电流方程。



解

对**n-1**个节点列**KCL**方程：

节点①：$-I_1+I_2+I_3=0$

节点②：$-I_3+I_4+I_5=0$

对网孔列**KVL**方程，其中电阻电压用支路电流来表示：

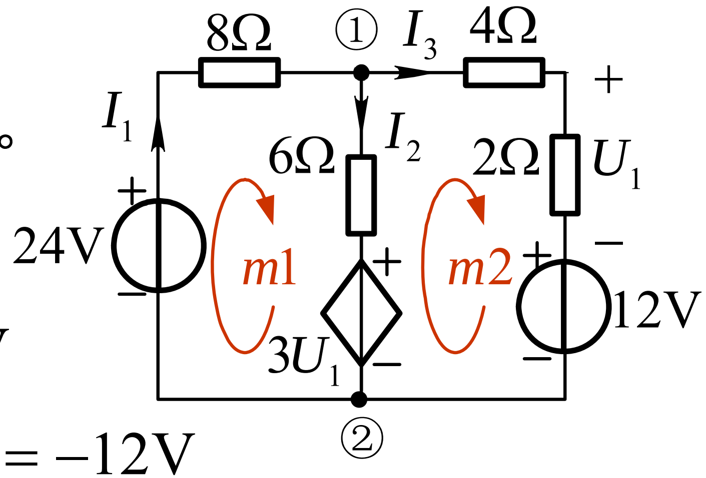
网孔$\boldsymbol{m1}$：$R_1I_1+R_2I_2=U_{S1}$

网孔$\boldsymbol{m2}$：$-R_2I_2+R_3I_3+R_4I_4=-U_{S4}$

网孔$\boldsymbol{m3}$：$-R_4I_4+R_5I_5=U_{S4}$

3 含受控源支路的分析

例2.5 用支路电流法求图中电流$\boldsymbol{I_1}$，$\boldsymbol{I_2}$，$\boldsymbol{I_3}$。



解

节点①：$-I_1+I_2+I_3=0$

网孔$\boldsymbol{m1}$：$8\Omega\times I_1+6\Omega\times I_2+3U_1=24\text{V}$

网孔$\boldsymbol{m2}$：$-6\Omega\times I_2+(4+2)\Omega\times I_3-3U_1=-12\text{V}$

补充方程：$U_1=2\Omega\times I_3$

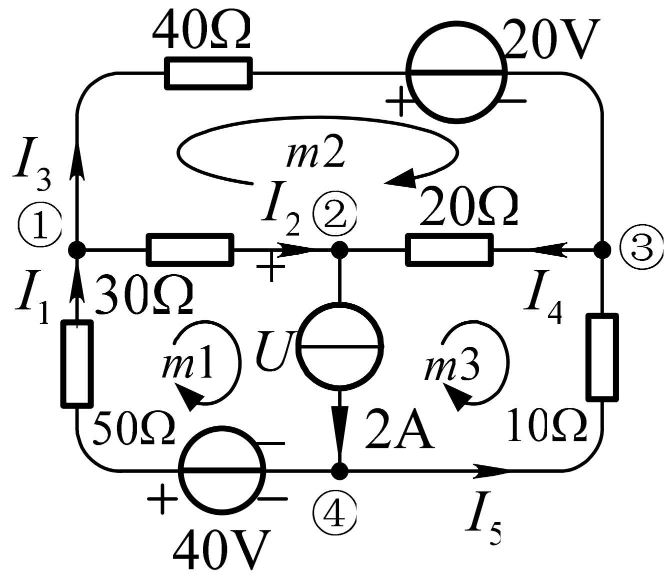
解得 $I_1=\dfrac{12}{7}\text{A},I_2=2\text{A},I_3=-\dfrac{2}{7}\text{A}$

含受控源的处理：

- 把受控源看成独立源列写方程；
- 补充用支路电流表示受控源控制量的方程。

§ 2.4 支路电流法

4 含电流源支路的分析



例2.6 列写图示含电流源电路的支路电流方程。

解 列**KCL**方程:

节点①: $-I_1+I_2+I_3=0$

节点②: $I_2+I_4=2\text{A}$

节点③: $-I_3+I_4-I_5=0$

列**KVL**方程: 网孔***m*1**: $50\Omega\times I_1+30\Omega\times I_2+U=40\text{V}$

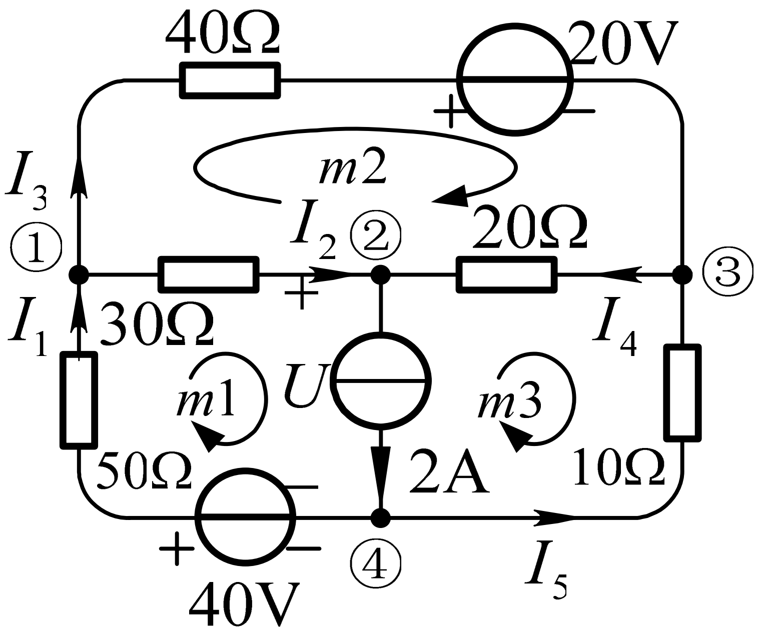
网孔***m*2**: $-30\Omega\times I_2+40\Omega\times I_3+20\Omega\times I_4=-20\text{V}$

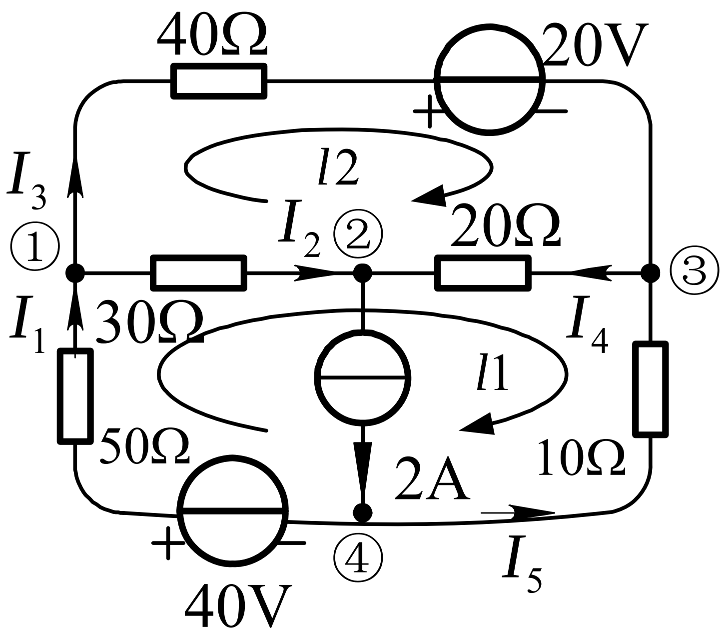
网孔***m*3**: $-20\Omega\times I_4-10\Omega\times I_5-U=0$

注：对包含电流源的回路列**KVL**方程，对电流源的两端电压，要作为变量列入方程中。

§ 2.4 支路电流法

思考：在列方程时能否避开电流源的两端电压？





注：选取不含电流源的回路，可减少一个方程。

§ 2.4 支路电流法

5 支路电流法的一般步骤：

（1）标定各支路电流、电压的参考方向；

（2）选定 (***n***–1) 个独立节点，列写其**KCL**方程；

（3）选定***b***–(***n***–1) 个独立回路，指定回路的绕行方向，列写其**KVL**方程(元件特性代入）；

（4）如电路中有受控源，把受控源当作独立源处理， 然后补充控制量用支路电流表示的方程；

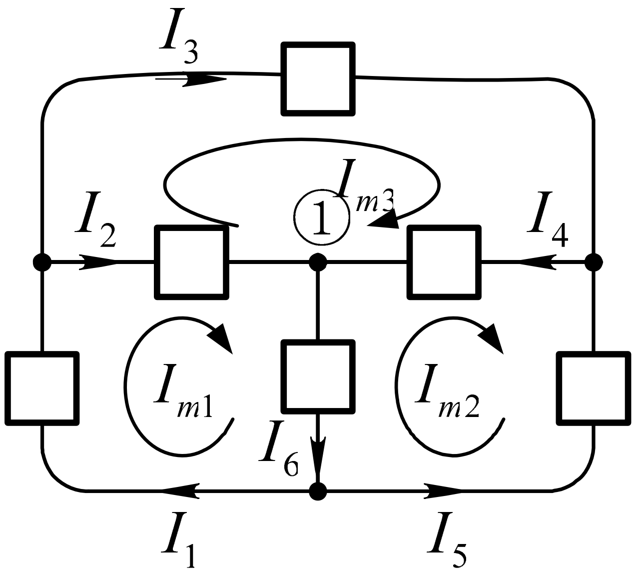
（5）求解上述方程，得到***b***个支路电流；

（6）其它分析。

§ 2.5 回路电流法

一、网孔电流法

1 网孔电流 假设在每个网孔中分别存在一个闭合流动的电流。



网孔电流的概念

支路电流与网孔电流的关系

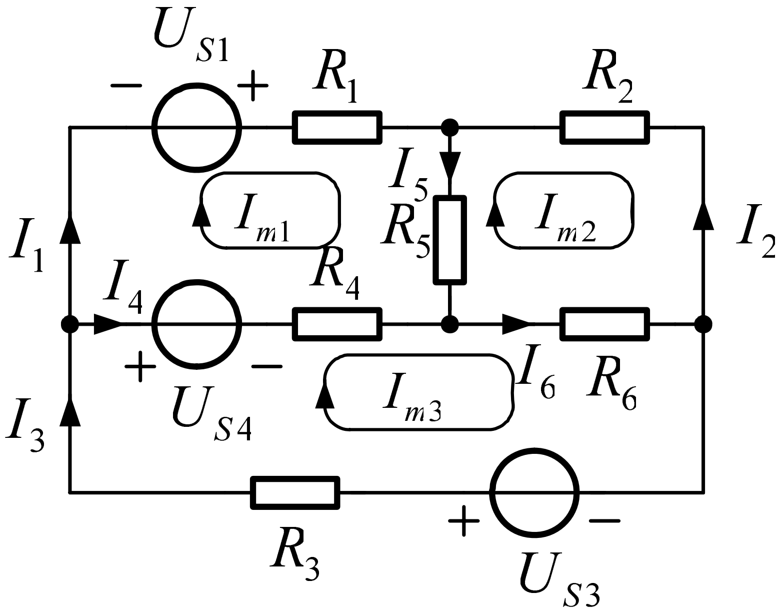
$$I_1 = I_{m1}, \quad I_3 = I_{m3}, \quad I_5 = -I_{m2}$$

$$I_2 = I_{m1} - I_{m3}, \quad I_4 = -I_{m2} + I_{m3}, \quad I_6 = I_{m1} - I_{m2}$$

网孔电流在网孔中是闭合的，对每个相关节点均流进一次，流出一次，所以**KCL**自动满足。

2 网孔电流法：以网孔电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

3 网孔电流方程的列写



回路法示例

(1)支路电流与网孔电流的关系

$$I_1 = I_{m1}\,,\ I_2 = -I_{m2}\,,\, I_3 = I_{m3}$$
$$I_4 = -I_{m1} + I_{m3}\,,\, I_5 = I_{m1} - I_{m2}\,,\, I_6 = -I_{m2} + I_{m3}$$

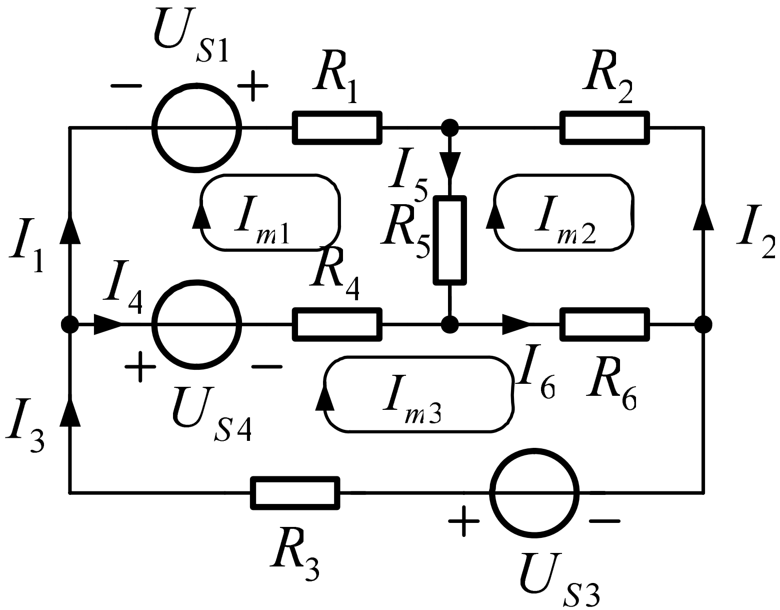
(2)用网孔电流代替支路电流，列写网孔的**KVL**方程：

网孔**m1:** $R_1 I_{m1} + R_5(I_{m1} - I_{m2}) + R_4(I_{m1} - I_{m3}) = U_{S1} + U_{S4}$

网孔**m2:** $R_2 I_{m2} + R_6(I_{m2} - I_{m3}) + R_5(I_{m2} - I_{m1}) = 0$

网孔**m3:** $R_4(I_{m3} - I_{m1}) + R_6(I_{m3} - I_{m2}) + R_3 I_{m3} = U_{S3} - U_{S4}$

§ 2.5 回路电流法



回路法示例

$$I_1 = I_{m1},\ I_2 = -I_{m2},\ I_3 = I_{m3}$$

$$I_4 = -I_{m1} + I_{m3},\ I_5 = I_{m1} - I_{m2},\ I_6 = -I_{m2} + I_{m3}$$

(3)整理得：

$$(R_1 + R_4 + R_5)I_{m1} - R_5 I_{m2} - R_4 I_{m3} = U_{S1} + U_{S4}$$

$$-R_5 I_{m1} + (R_2 + R_5 + R_6)I_{m2} - R_6 I_{m3} = 0$$

$$-R_4 I_{m1} - R_6 I_{m2} + (R_3 + R_4 + R_6)I_{m3} = U_{S3} - U_{S4}$$

§ 2.5 回路电流法

4 列写网孔电流方程的一般规则

对于具有m 个网孔的平面电路，网孔电流方程的一般形式有：

$$
\begin{cases}
R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}i_{m3}\cdots+R_{1m}i_{mm}=u_{S11} \\
R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}\cdots+R_{2m}i_{mm}=u_{S22} \\
\cdots \\
R_{m1}i_{m1}+R_{m2}i_{m2}+R_{m3}i_{m3}\cdots+R_{mm}i_{mm}=u_{Smm}
\end{cases}
$$

其中 R_{kk}: k=1, 2, …, m。

自阻：等于网孔k中所有电阻之和，自阻总为正。

R_{jk}:互阻 $(j \neq k)$

相邻两个网孔间公共支路上的电阻，称为相邻两网孔间的互阻。

§ 2.5 回路电流法

对于具有***m*** 个网孔的平面电路，网孔电流方程的一般形式有：

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m1}+R_{13}i_{m3}\ldots+R_{1m}i_{mm}=u_{S11} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}\ldots+R_{2m}i_{mm}=u_{S22} \\ \quad\ldots \\ R_{m1}i_{m1}+R_{m2}i_{m2}+R_{m3}i_{m3}\ldots+R_{mm}i_{mm}=u_{Smm} \end{cases}$$

R_{jk}:互阻 $(j \neq k)$

- 流过互阻两个网孔电流方向相同 R_{jk}前面取正号
- 流过互阻两个网孔电流方向相反 R_{jk}前面取负号
- 两个网孔之间没有公共支路或有公共支路但其电阻为零时$R_{jk}=0$

特例：不含受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$ 。

u_{Skk}： 网孔***k***中所有电压源电压的代数和。

沿网孔电位升取正号，沿网孔电位降取负号。

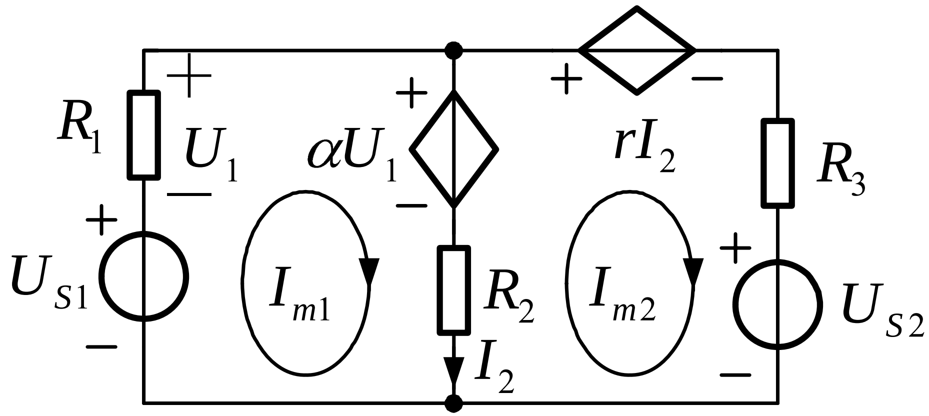
5 网孔电流方程的矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum\limits_{\text{网孔}1} U_S \\ \sum\limits_{\text{网孔}2} U_S \\ \vdots \\ \sum\limits_{\text{网孔}m} U_S \end{bmatrix}$$

网孔电阻矩阵　　网孔电流向量　　网孔源电压向量

6 含受控源支路的分析

例2.7 电路如图所示。
试列出网孔电流方程。



解 选网孔为独立回路，列方程：

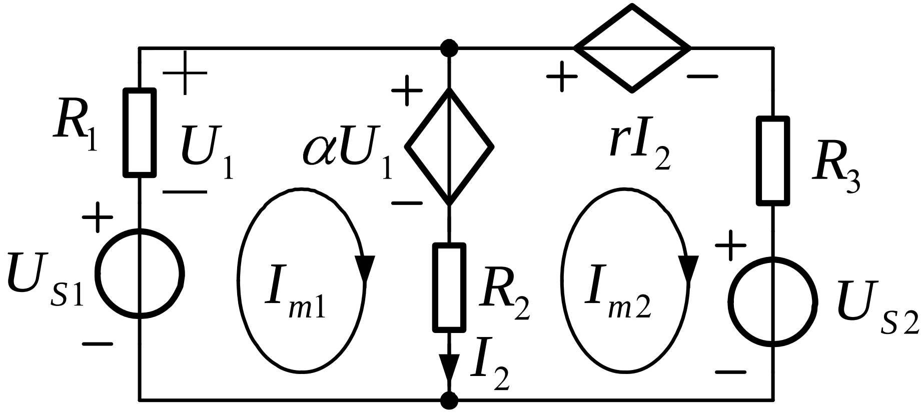
$$(R_1+R_2)I_{m1} - R_2 I_{m2} = U_{S1} - \alpha U_1$$

$$-R_2 I_{m1} + (R_2+R_3) I_{m2} = -U_{S2} + \alpha U_1 - r I_2$$

补充方程：

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= -R_1 I_{m1} \\ I_2 &= I_{m1} - I_{m2} \end{aligned}\right\}$$

§ 2.5 回路电流法



对方程进行整理：

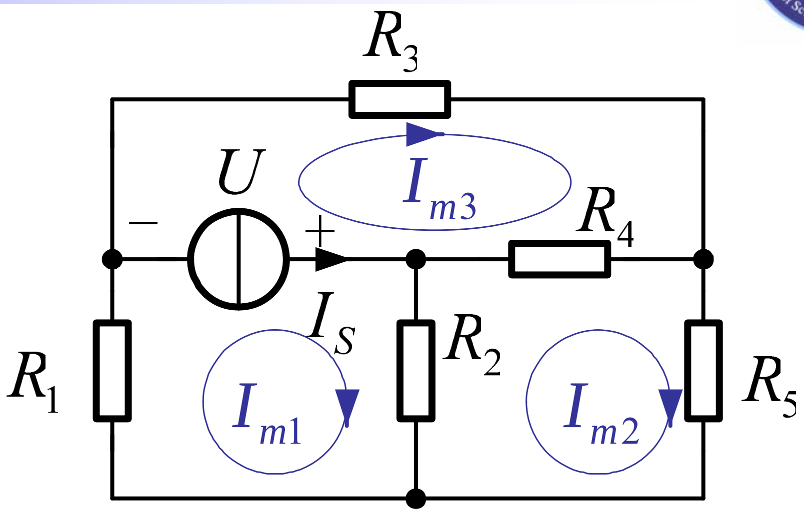
$$\left.\begin{array}{l}(R_1+R_2-\alpha R_1)I_{m1}-R_2 I_{m2}=U_{S1}\\(-R_2+\alpha R_1+r)I_{m1}+(R_2+R_3-r)I_{m2}=-U_{S2}\end{array}\right\}$$

含受控源的处理：

- 把受控源看成独立源列写方程；
- 补充用网孔电流表示受控源控制量的方程；
- 当电路中含受控源时，互阻一般不再相等。

7 含电流源支路的分析

例2.8 列出图示含有电流源电路的网孔电流方程。



解 以网孔作为独立回路。

对电流源的两端电压，要作为变量列入方程中。

$$\left.\begin{aligned}&(R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}-U=0\\&-R_2I_{m1}+(R_2+R_4+R_5)I_{m2}-R_4I_{m3}=0\\&-R_4I_{m2}+(R_3+R_4)I_{m3}+U=0\end{aligned}\right\}$$

补充电流源支路的特性方程： $I_{m1}-I_{m3}=I_S$

§ 2.5 回路电流法

8 网孔电流法的一般步骤：

(1) 选定电路中各个网孔的绕行方向；

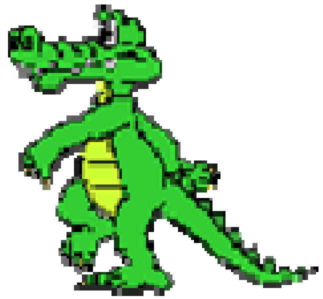
(2) 对m个网孔，以网孔电流为未知量，列写其**KVL**方程；

(3) 如电路中有受控源，把受控源当作独立源处理，然后补充控制量用网孔电流表示的方程；

(4) 求解上述方程，得到m个网孔电流；

(5) 求各支路电流；

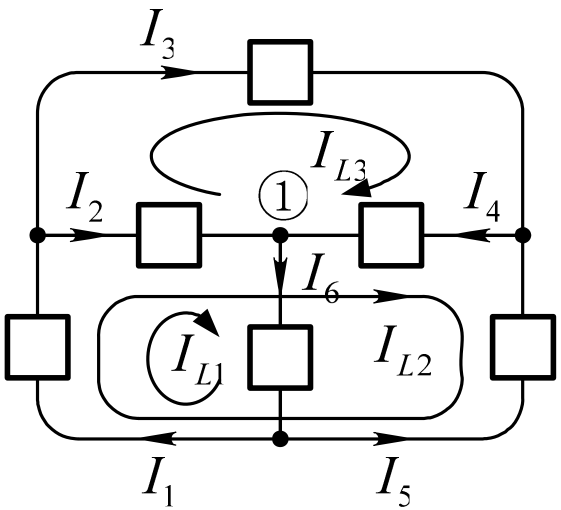
(6) 其它分析。



二、回路电流法

1 回路电流

假设在每个独立回路中分别存在一个闭合流动的电流。



回路电流的概念

支路电流与回路电流的关系

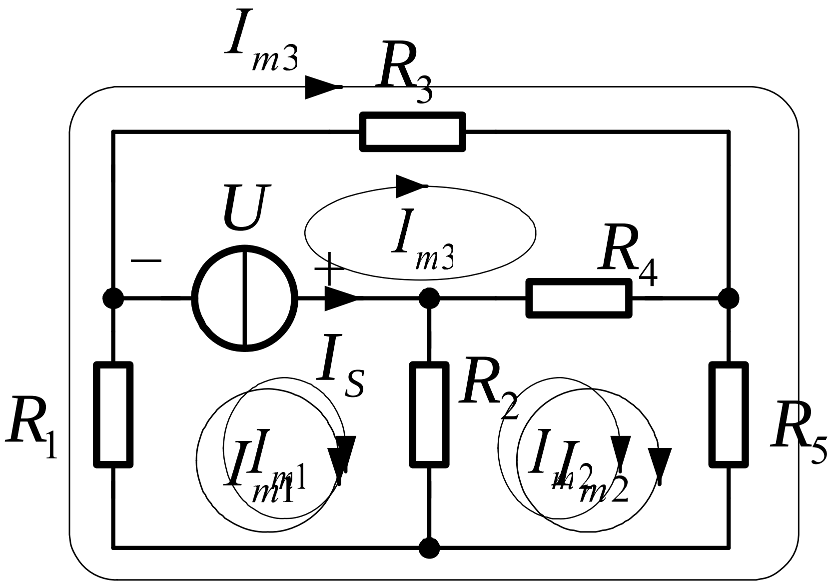
$$I_3 = I_{L3}, \quad I_5 = -I_{L2}, \quad I_6 = I_{L1}$$

$$I_1 = I_{L1} + I_{L2}, \quad I_2 = I_{L1} + I_{L2} - I_{L3}, \quad I_4 = -I_{L2} + I_{L3},$$

2 回路电流法

选择**b-(n-1)**个独立回路，以各回路电流为待求量列写**KVL**方程，这种分析方法称为回路电流法或回路分析法。

§ 2.5 回路电流法



思考：能否利用电流源电流这个已知条件来减少方程数？

适当选取独立回路使电流源只包含在一个回路中

$$(R_1+R_2)I_S - R_2 I_{m2} + R_1 I_{m3} - U = 0$$

$$-R_2 I_S + (R_2+R_4+R_5)I_{m2} + R_5 I_{m3} = 0$$

$$R_1 I_S + R_5 I_{m2} + (R_1+R_3+R_5)I_{m3} = 0$$

注： 在对含电流源的电路列回路电流方程时，应适当选取回路，使电流源中只流过一个回路电流，从而减少待求量个数 。

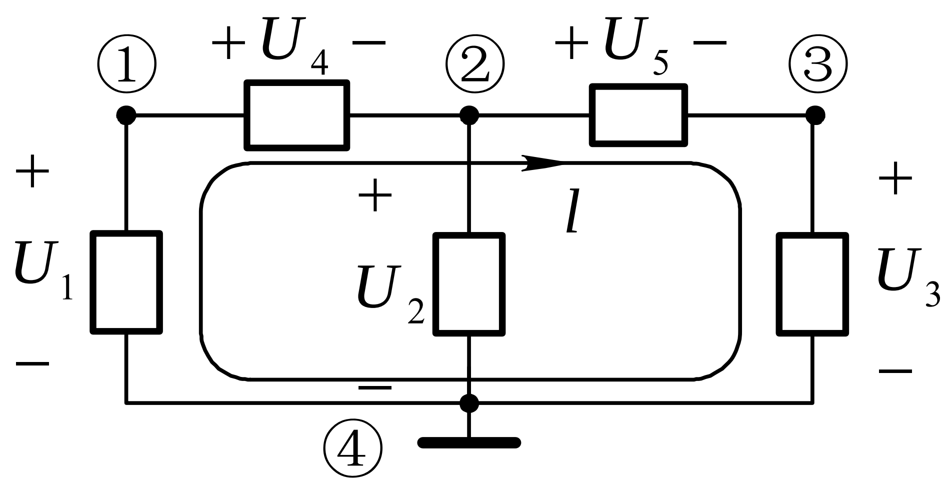
三、网孔电流法与回路电流法比较

- 网孔电流法选择网孔作为独立回路，回路电流法任选一组独立回路分析电路，因此网孔电流法是回路电流法的特例；
- 网孔电流法仅适用于平面电路，回路电流法适用于平面和非平面电路；
- 网孔电流法规律性较强，方程列写方便，平面电路应优先考虑使用；
- 回路电流法选择独立回路较为灵活，技巧性较强。

§ 2.6 节点电压法

思考：能否假定一组变量使之自动满足 **KVL**，从而减少联立方程的个数？

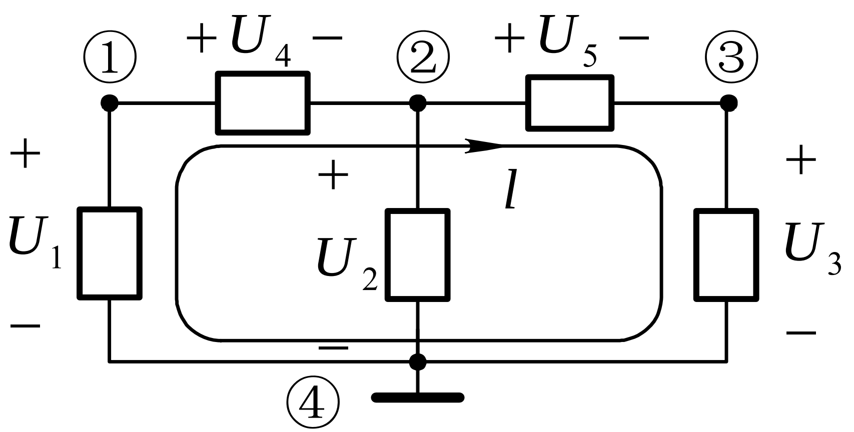
1 节点电压：任选一点作为参考点，其它各点与参考点之间的电压称为该点的节点电压或节点电位。



节点电压举例

①，②，③的节点电压用 U_{n1},U_{n2},U_{n3} 表示

§2.6 节点电压法



节点电压举例

$$-U_1+U_4+U_5+U_3$$

$$=-U_{n1}+(U_{n1}-U_{n2})+(U_{n2}-U_{n3})+U_{n3}$$

$$=0$$

节点电压与支路电压关系：

$$U_1=U_{n1}, U_2=U_{n2}, U_3=U_{n3}$$

$$U_4=U_1-U_2=U_{n1}-U_{n2}$$

$$U_5=U_2-U_3=U_{n2}-U_{n3}$$

注：当用节点电压表示支路电压时，支路电压一定满足**KVL**方程。

2 节点电压法： 以**n-1**个节点电压为待求量，对**n-1**个节点列写**KCL**方程的方法 。

节点电压法的独立方程数为**(*n*-1)**。与支路电流法相比，方程数可减少$b-(n-1)$个。

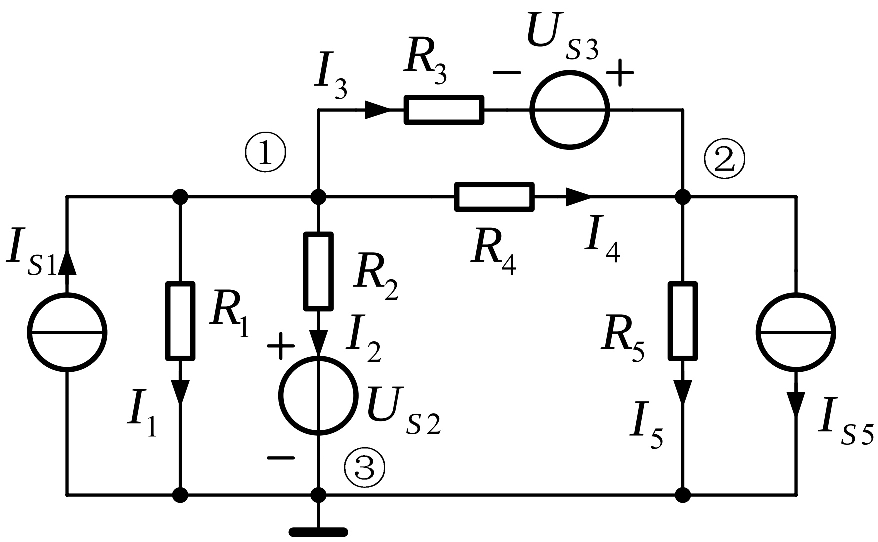
§ 2.6 节点电压法

3 节点电压方程的列写

(1) 选取参考节点，对其他节点列写**KCL**方程

以节点③为参考点，节点①、②的**KCL**方程为

$$\left.\begin{aligned} I_1+I_2+I_3+I_4&=I_{S1} \\ -I_3-I_4+I_5&=-I_{S5} \end{aligned}\right\}$$



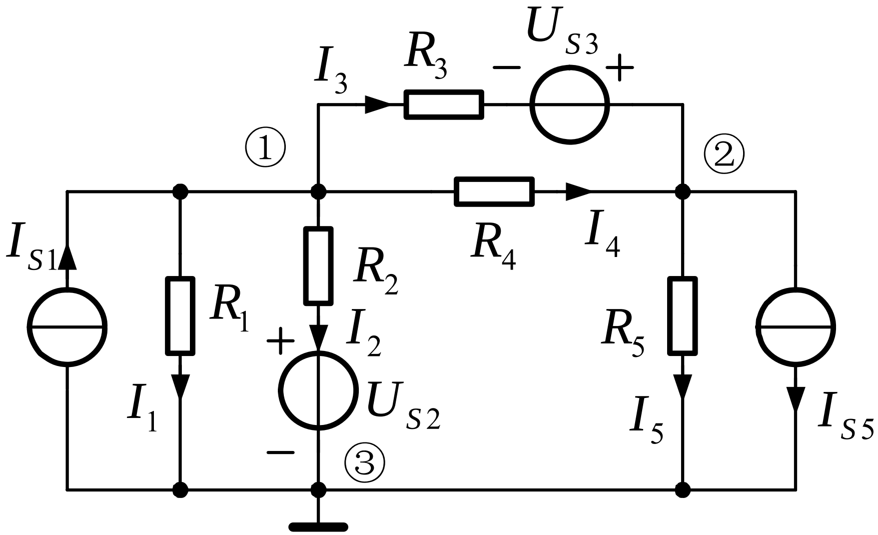
节点电压法示例

(2) 用节点电压表示各个支路电流

$$\frac{U_{n1}}{R_1}+\frac{U_{n1}-U_{S2}}{R_2}+\frac{U_{n1}-U_{n2}+U_{S3}}{R_3}+\frac{U_{n1}-U_{n2}}{R_4}=I_{S1}$$

$$-\frac{U_{n1}-U_{n2}+U_{S3}}{R_3}-\frac{U_{n1}-U_{n2}}{R_4}+\frac{U_{n2}}{R_5}=-I_{S5}$$

§ 2.6 节点电压法



节点电压法示例

(3) 进行整理

$$\left.\begin{aligned}
&(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})U_{n1}-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})U_{n2}=I_{S1}+\frac{U_{S2}}{R_2}-\frac{U_{S3}}{R_3}\\
&-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})U_{n1}+(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5})U_{n2}=-I_{S5}+\frac{U_{S3}}{R_3}
\end{aligned}\right\}$$

§2.6 节点电压法

$$\left.\begin{aligned} G_{11}U_{n1}+G_{12}U_{n2} &= \sum_{\text{节点1}} I_{Sk}+\sum_{\text{节点1}} G_k U_{Sk} \\ G_{21}U_{n1}+G_{22}U_{n2} &= \sum_{\text{节点2}} I_{Sk}+\sum_{\text{节点2}} G_k U_{Sk} \end{aligned}\right\}$$

4 节点电压方程的列写规则：

(1) $G_{11}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}, G_{22}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}$

分别是与节点①、②直接相连的各支路电导之和，称为节点①、②的自导。

(2) $G_{12}=-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}), G_{21}=-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})$

是直接联接在节点①、②之间的诸支路电导之和并带一负号，称为节点①、②间的互导。

§ 2.6 节点电压法

$$\left.\begin{aligned} G_{11}U_{n1}+G_{12}U_{n2} &= \sum_{\text{节点}1} I_{Sk}+\sum_{\text{节点}1} G_k U_{Sk} \\ G_{21}U_{n1}+G_{22}U_{n2} &= \sum_{\text{节点}2} I_{Sk}+\sum_{\text{节点}2} G_k U_{Sk} \end{aligned}\right\}$$

(3) $\sum_{\text{节点}1} I_{Sk},\ \sum_{\text{节点}2} I_{Sk}$

表示与节点①、②相连的电流源电流代数和，当电流流入节点时取“＋”号；否则取“－”号；

(4) $\sum_{\text{节点}1} G_k U_{Sk},\ \sum_{\text{节点}2} G_k U_{Sk}$

分别是与节点①、②相连的电压源与串联电导乘积的代数和，当电压源正极性端指向节点时，取“＋”号；否则取“－”号。

(3)、**(4)**称为节点①、②的注入电流或节点源电流。

§ 2.6 节点电压法

5 节点电压方程的矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1(n-1)} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{(n-1)1} & G_{(n-1)2} & \cdots & G_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ \vdots \\ U_{n(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{1} I_S + \sum_{1} GU_S \\ \sum_{2} I_S + \sum_{2} GU_S \\ \vdots \\ \sum_{n-1} I_S + \sum_{n-1} GU_S \end{bmatrix}$$

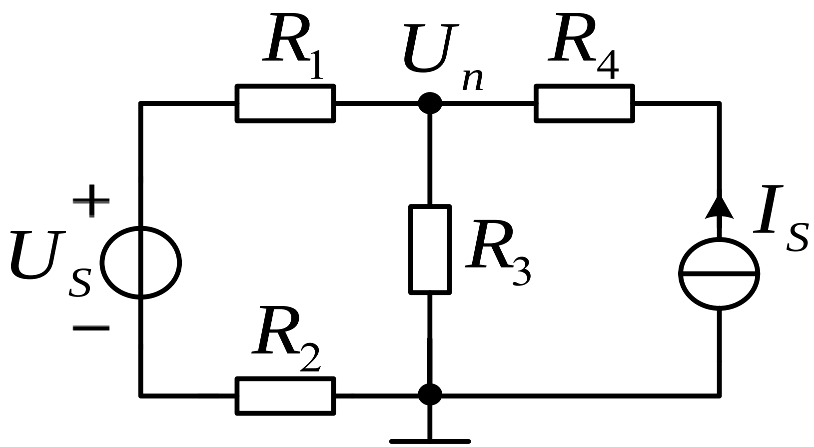
节点电导矩阵

节点电压向量

节点源电流向量

§ 2.6 节点电压法

例：列写节点电压方程。



注意：

- 与电流源串联的电阻不列入节点电压方程；
- 同一条支路上的电阻求和后再取倒数。

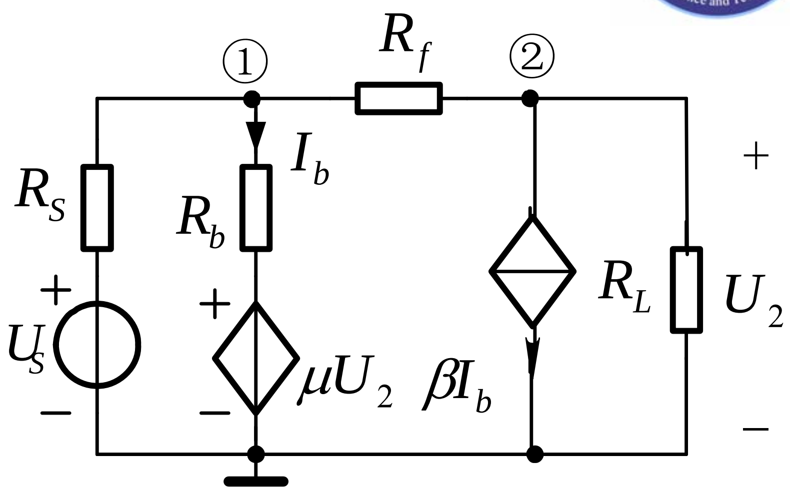
$$\left(\frac{1}{R_1+R_2}+\frac{1}{R_3}\right)U_n=\frac{U_S}{R_1+R_2}+I_S$$

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_n=\frac{U_S}{R_1}+\frac{U_S}{R_2}+I_S$$

$$\left(\frac{1}{R_1+R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_n=\frac{U_S}{R_1+R_2}+I_S$$

6 含受控源支路的分析

例2.9 列出图示电路的节点电压方程。



解

(1)对节点①、②列出节点电压方程

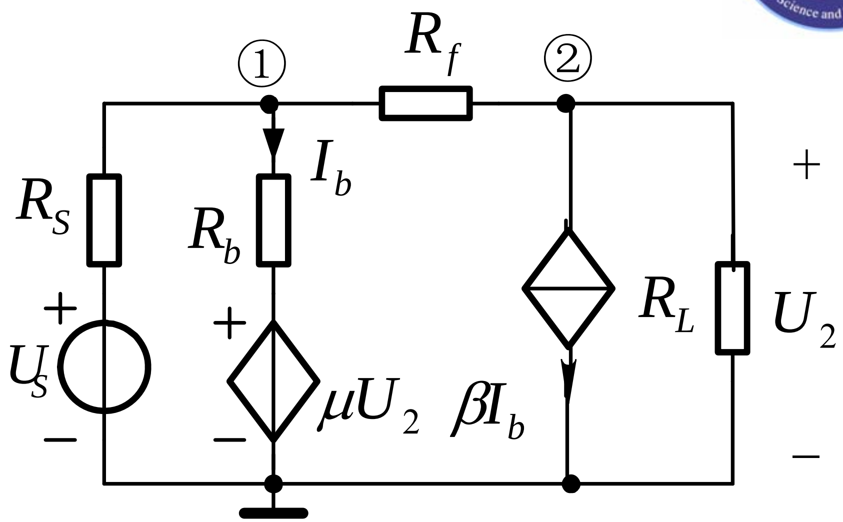
$$\left(\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_f}\right)U_{n1}-\frac{1}{R_f}U_{n2}=\frac{U_S}{R_S}+\frac{\mu U_2}{R_b}$$

$$-\frac{1}{R_f}U_{n1}+\left(\frac{1}{R_f}+\frac{1}{R_L}\right)U_{n2}=-\beta I_b$$

(2)把受控电源的控制量用节点电压来表示

$$U_2=U_{n2},\quad I_b=\frac{U_{n1}-\mu U_2}{R_b}$$

§ 2.6 节点电压法



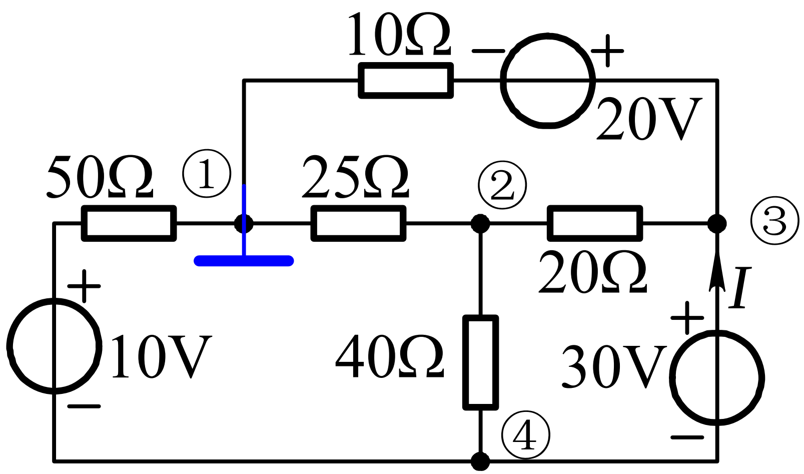
(3) 对方程进行整理：

$$
\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_f}\right)U_{n1}-\left(\frac{1}{R_f}+\frac{\mu}{R_b}\right)U_{n2}=\frac{U_S}{R_S}\\
&-\left(\frac{1}{R_f}+\frac{\beta}{R_b}\right)U_{n1}+\left(\frac{1}{R_f}+\frac{1}{R_L}-\frac{\beta\mu}{R_L}\right)U_{n2}=0
\end{aligned}\right\}
$$

注：受控源要影响节点电压方程的系数，一般不再具有对称性。

7 含纯电压源支路的分析

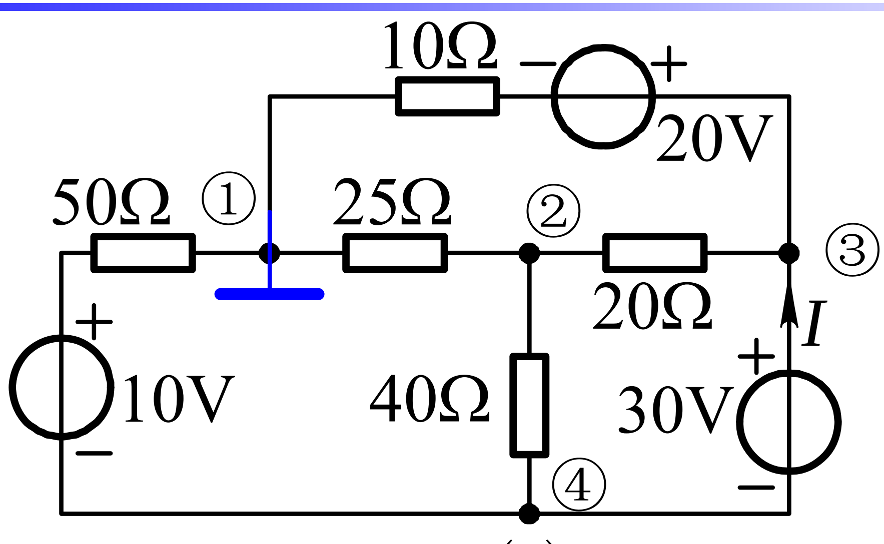
例2.10 列出图示电路对应不同参考点的节点电压方程，并计算25Ω电阻消耗的功率。



(a)

将未知电流 ***I*** 设为变量列入**KCL**方程中。

§ 2.6 节点电压法



(a)

说明：若电路中存在纯电压源支路，则该支路的电流不能用支路电导与相关节点电压之积来表示。为解决这类问题，须对节点电压法进行修正，建立所谓的改进节点电压法。

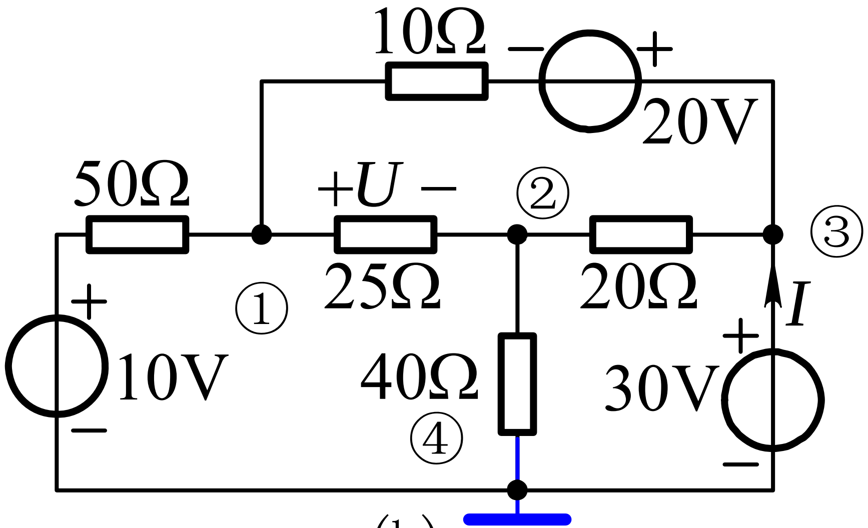
节点②： $(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega})U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$

节点③： $-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega})U_{n3}-I=\frac{20\text{V}}{10\Omega}$

节点④： $-\frac{1}{40\Omega}U_{n2}+(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{50\Omega})U_{n4}+I=-\frac{10\text{V}}{50\Omega}$

需根据电压源特性列补充方程： $U_{n3}-U_{n4}=30\text{V}$

§ 2.6 节点电压法



(b)

以节点④为参考点，则节点③的电压为**30V**，为已知量

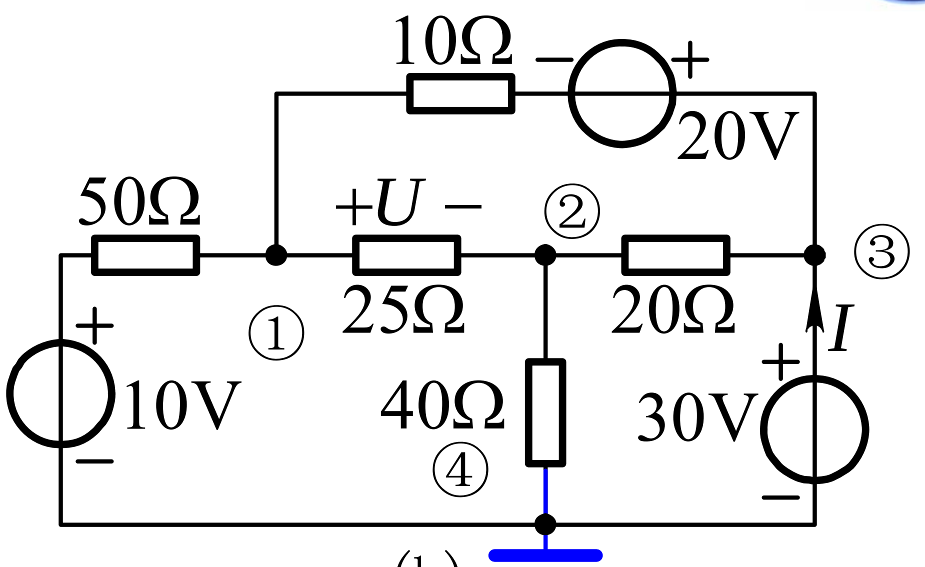
$$\left(\frac{1}{50\Omega}+\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{10\Omega}\right)U_{n1}-\frac{1}{25\Omega}U_{n2}-\frac{1}{10\Omega}\times 30\text{V}=\frac{10\text{V}}{50\Omega}-\frac{20\text{V}}{10\Omega}$$

$$-\frac{1}{25\Omega}U_{n1}+\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}\times 30\text{V}=0$$

$$\boxed{-\frac{1}{10\Omega}U_{n1}-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20\text{V}}{10\Omega}}$$

若不求电流 ***I*,**此方程便可略去。

§2.6 节点电压法



(b)

解得 $U_{n1} \approx 11.79\text{V} \quad U_{n2} \approx 17.14\text{V}$

25 Ω 电阻两端电压及消耗功率分别为

$$U = U_{n1} - U_{n2} \approx 11.79\text{V} - 17.14\text{V} = -5.35\text{V}$$

$$P = \frac{U^2}{25\Omega} \approx 1.14\text{W}$$

§ 2.6 节点电压法

8 节点电压法的一般步骤：

（**1**）选定参考节点，对其余节点编号；

（**2**）对**(n-1)**个独立节点，以节点电压为未知量，列写其**KCL**方程；

（**3**）如电路中有受控源，把受控源当作独立源处理，然后补充控制量用节点电压表示的方程；

（**4**）求解上述方程，得到**(n-1)**个节点电压；

（**5**）求各支路电压；

（**6**）其它分析

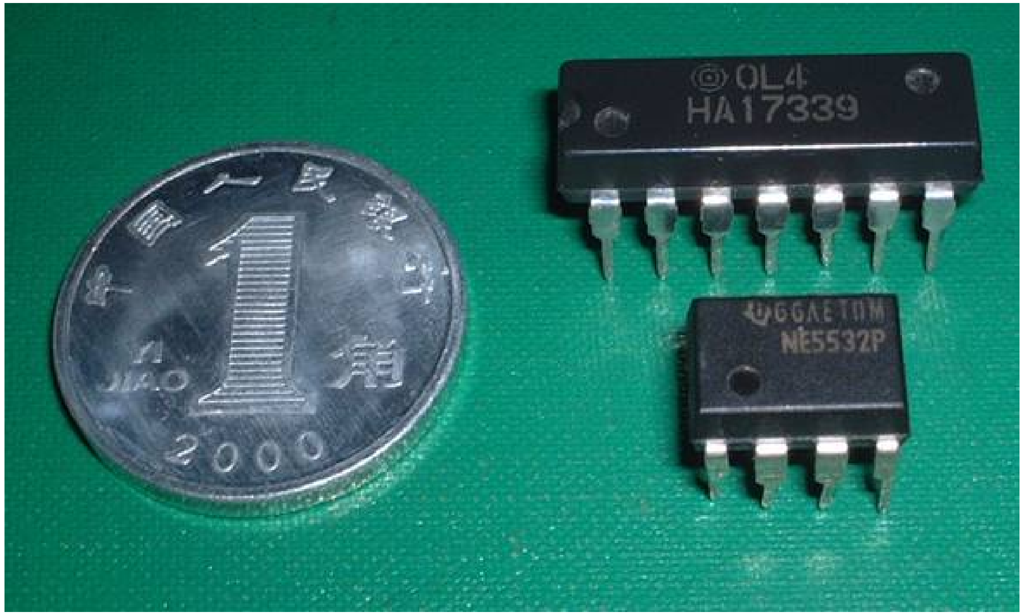
支路电流法、回路电流法、节点电压法比较
（设电路有b条支路，n个节点）

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路电流法	n-1	b-(n-1)	b
回路电流法	0	b-(n-1)	b-(n-1)
节点电压法	n-1	0	n-1

§ 2.7 运算放大器

1 实际运算放大器

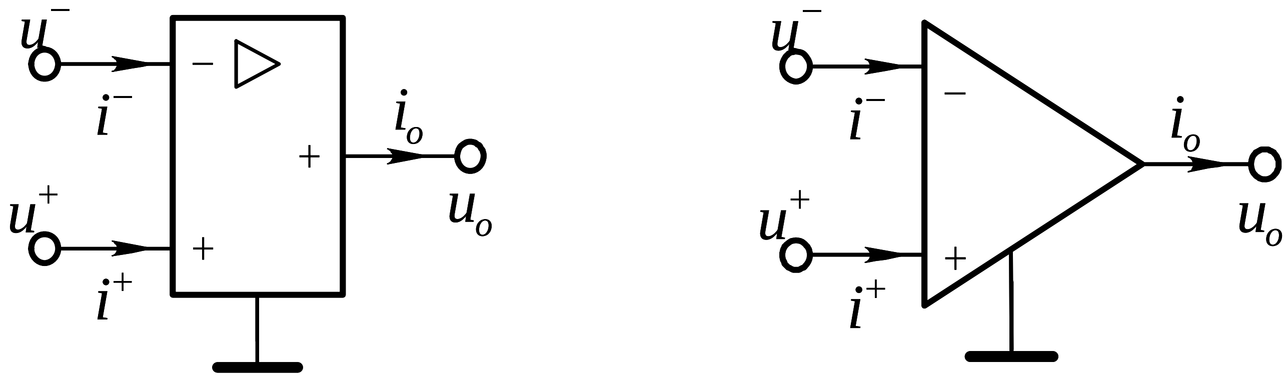
运算放大器简称运放是一种用集成电路工艺制成的多端元件。



运算放大器**NE5532P**和**HA17339**的封装图

§ 2.7 运算放大器

2 理想运放的符号

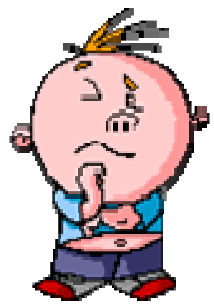


理想运放的电路符号 **(a)**国标符号；**(b)**国际通用符号

3 理想运放的端口特性：

(1) 输入电流 $i^- = 0,\quad i^+ = 0$

电流为零，相当于开路，所以此性质称为虚断。



(2) 输入电压 $u^+ = u^-$

电压相等，相当于短路，所以此性质称为虚短。

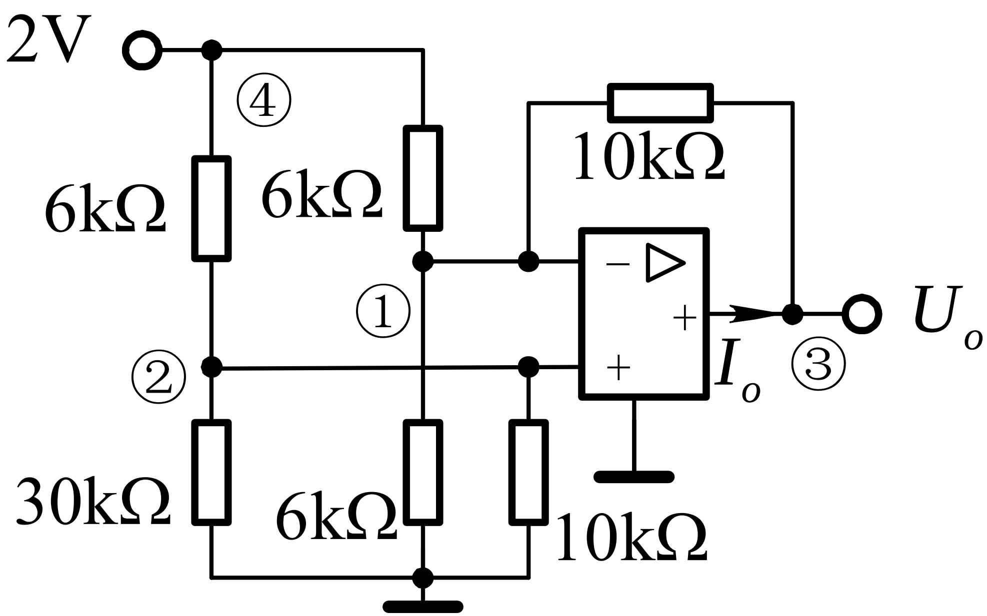
§ 2.8 含运算放大器电路的分析

含运算放大器电路的分析：

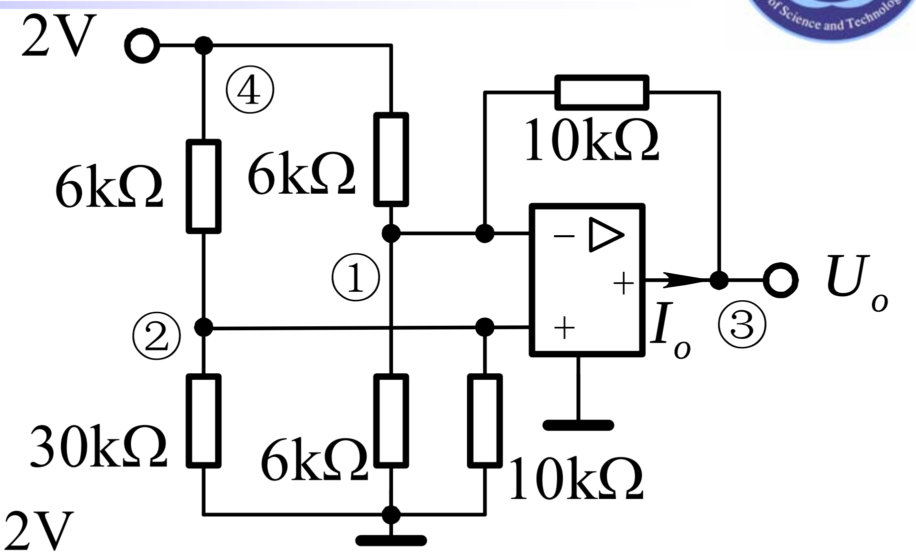
（1）节点电压法是分析含运算放大器的有效方法

（2）对输出端不列方程

例2.11 求出图示电路的输出电压U_0



§ 2.8 含运算放大器电路的分析



解

对节点①、②、③列节点方程：

$$\left(\frac{1}{6\text{k}\Omega}+\frac{1}{6\text{k}\Omega}+\frac{1}{10\text{k}\Omega}\right)U_{n1}-\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n3}=\frac{2\text{V}}{6\text{k}\Omega}$$

$$\left(\frac{1}{6\text{k}\Omega}+\frac{1}{30\text{k}\Omega}+\frac{1}{10\text{k}\Omega}\right)U_{n2}=\frac{2\text{V}}{6\text{k}\Omega}$$

$$\boxed{-\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n1}+\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n3}-\boxed{I_o}=0}$$

如不求此输出电流，则无须对输出节点列**KCL**方程

补充理想运算放大器输入端口电压方程 $U_{n1}=U_{n2}$

解得：$U_{n1}=U_{n2}=(10/9)\text{V}$，$U_{n3}=(40/27)\text{V}$

小结 本章主要内容包括三部分。

第一部分首先介绍电阻的串联与并联化简、星形与三角形联接的等效变换、电源的等效变换等；

第二部分介绍求解线性直流电路的一般方法，包括支路电流法、网孔电流法、回路电流法和节点电压法；

第三部分简要介绍运算放大器，并讨论含运算放大器电路的分析特点。