第八章

阻抗和导纳

2010年12月2日

交流电路

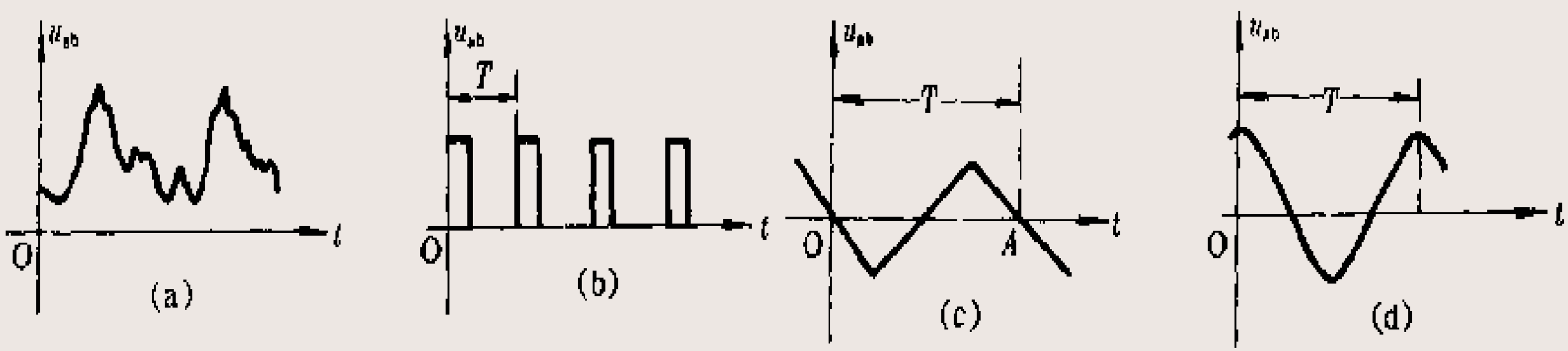
- 如果电路中所含的电源是交流电源，则称该电路为交流电路。交流电压源的电压以及交流电流源的电流都是随时间作周期性的变化的，如果这一变化方式按正弦规律变化，则称为正弦交流电源。
- 如果交流电路中除电源外所含的元件至少有一个是动态元件，则称该电路为交流动态电路。
- 电力供电系统可用交流动态电路作为模型。通信及自动控制电路中的周期信号一般虽然不是按正弦方式变化的，但通过博里叶级数可把信号分解为无限多项与频率成整数倍的正弦信号之和，在一定条件下仍可按交流动态电路处理。

§8-1 周期电压和电流

❖ 随时间变化的电压和电流称为时变电压和电流，如果给出参考方向，在任一时刻t，电压或电流的数值可由函数$u(t)$或$i(t)$确定。

❖ 时变电压和电流在任一时刻的数值，称为它们的瞬时值。

❖ 根据电压或电流瞬时值的正负号结合参考方向，可确定电压降或电流的真实方向。电压u的双下标即表明电压降的参考方向。



周期电压和周期电流

- 如果时变电压和电流的每个值在经过相等的时间后重复出现，时变的电压和电流是周期性的，称为周期电压和周期电流。周期电压应满足：

$$u(t) = u(t + kT)$$

k为任何整数。T称为周期，是波形再次重复出现所需的最短时间间隔，单位为秒。

- 单位时间内的循环(周期)数称为频率。以 f 表示频率，显然

$$f = \frac{1}{T}$$

频率的单位为赫兹(赫或Hz)。

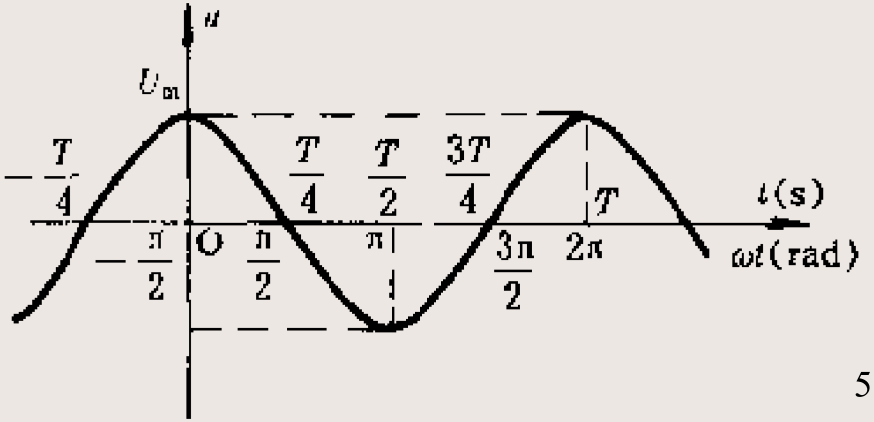
§8-2 正弦电压和电流

- 随时间按正弦规律变化的电压和电流称为正弦电压和正弦电流，正弦波是周期波形的基本形式。
- 正弦规律即简谐规律，可用时间的sin函数表示，也可用时间的cos函数表示。本书采用cos函数。

$$u(t) = U_m \cos \omega t$$

- 其中U_m为电压的振幅，它是一个常量，ωt是一个随时间变化的角度，ω则是一个与频率f有关的常量。为角频率，单位为弧度/秒。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



初相角

❖ 在一般情况下，时间的起点不一定恰好选在正弦波为正最大值的瞬间。

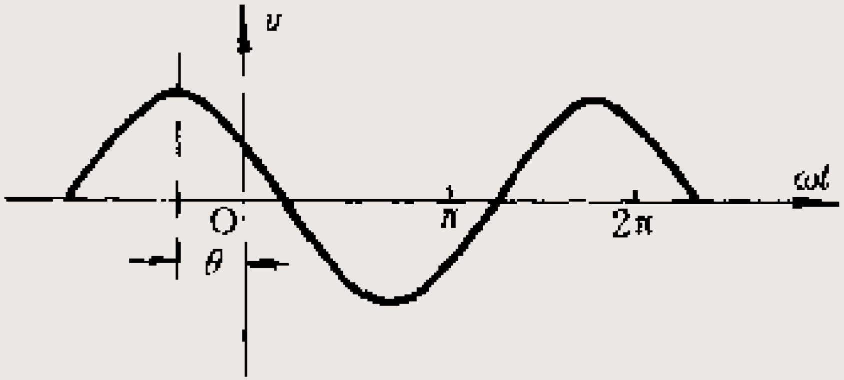
❖ 以角度来计量，时间起点选在离正弦波正最大值瞬间之后角θ处，即当$\omega t=-\theta$时，才有$u=U_m$。 因此，该正弦电压应表示为

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\theta)$$

❖ θ称为初相角，简称初相。它反映了正弦波初始值的大小，即

$$u(0)=U_m\cos(\theta)$$

初相角用弧度为单位，但在工程上常用度。



相位

- 正弦波的表示式中的$(\omega t+\theta)$称为相位角，简称相位。不同的相位对应着不同的瞬时值。因此，相位表示了正弦波变化的进程。
- 正弦波的一般表示式可写成

$$
\begin{aligned}
u(t) &= U_m \cos(\omega t+\theta) \\
&= U_m \cos(2\pi f t+\theta) \\
&= U_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T}+\theta\right)
\end{aligned}
$$

- 一个正弦波可由三个参数完全确定，这三个参数是：振幅、频率和初相，三者称为正弦波的三要素。

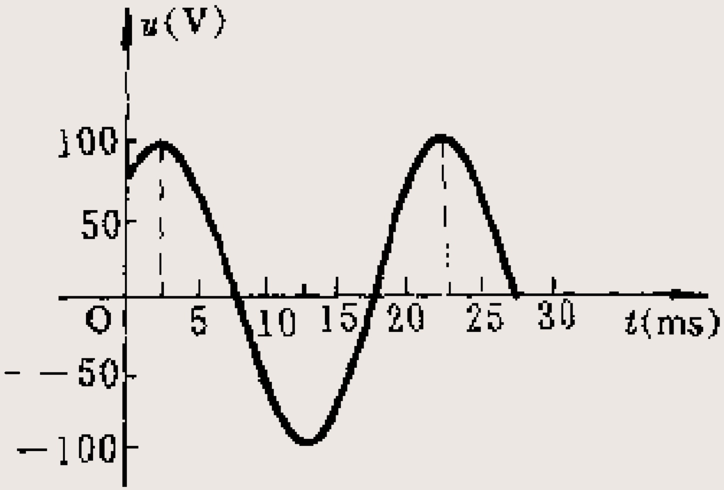
例8-2

电压波形如图所示，

(1)试求T、f及ω

(2)用cos函数，写出$u(t)$表示式；

(3)用sin函数，写出$u(t)$表示式。



解 (1)从波形图可知，从第一个正最大值到第二个正最大值所需的时间为

$$T = 22.5 - 2.5 = 20ms$$

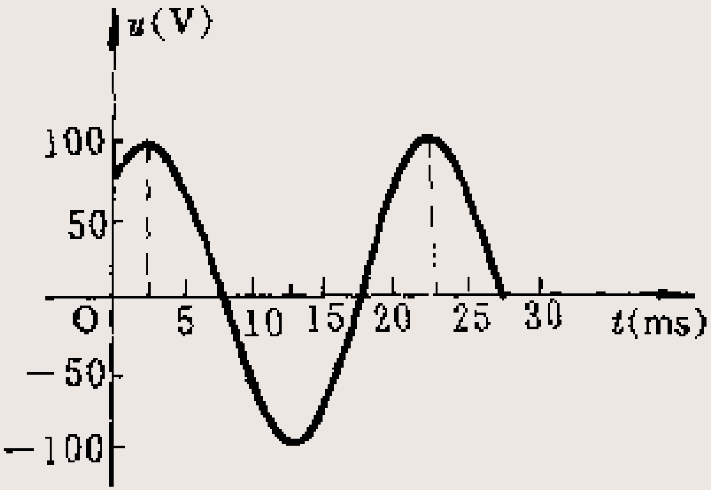
故得

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\times 10^{-3}} = 50Hz$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\times 50 = 314rad/s$$

解答

(2)由波形图可知，由坐标原点到第一个正最大值所需时间为$2.5ms$，如用ωt为横坐标则所对应的角度应为



$$\theta = \omega \times 2.5 \times 10^{-3}$$

$$= 100\pi \times 2.5 \times 10^{-3} = \frac{\pi}{4} rad$$

$$u(t) = 100\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)V$$

由波形图中可以看出当变量$\omega t=\pi/4$等时，电压达到正最大值。

解答

(3)如采用sin函数来表示正弦波，可用已知的cos函数来求解，运用三角公式可得

$$u(t)=100\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=100\sin\left(100\pi t-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=100\sin\left(100\pi t+\frac{\pi}{4}\right)V$$

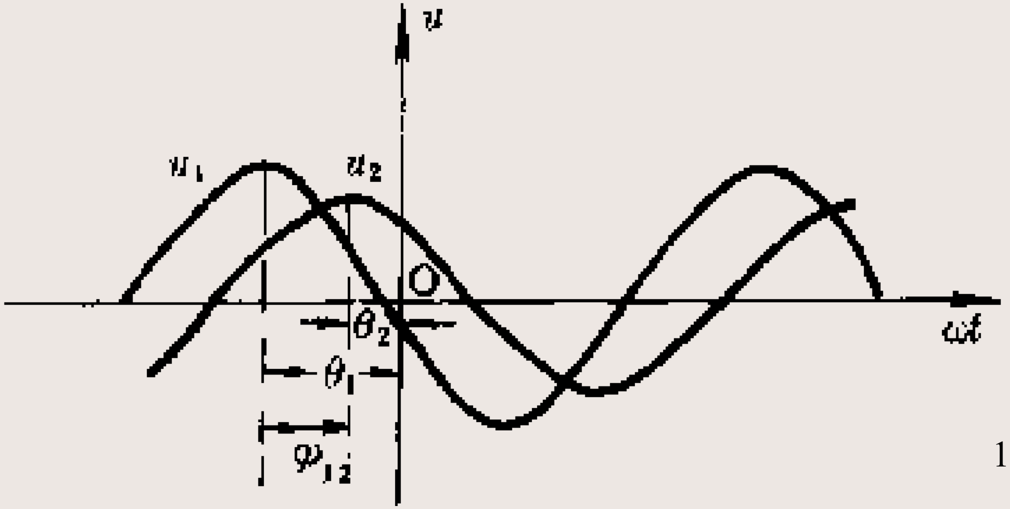
相位差

❖ 两个同频率正弦波的初相角的差值反映了它们“步调”不一致的情况。初相角之差称为相位差角，简称为相位差。以φ_{12}表示u_1与u_2的相位差，即

$$\varphi_{12}=(\omega t+\theta_1)-(\omega t+\theta_2)=\theta_1-\theta_2$$

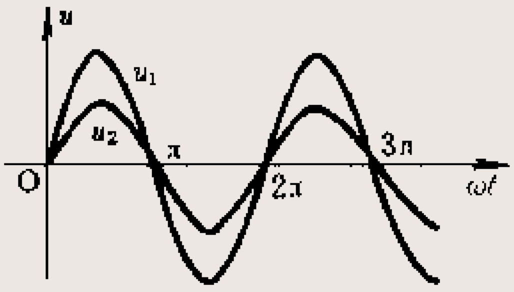
❖ φ_{12}代表u_1的相位超前于u_2或u_2的相位滞后于u_1的角度。

一般要求 $|\varphi_{12}|\le\pi$

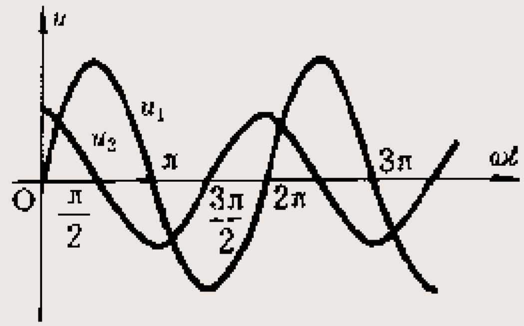


相位差的特例

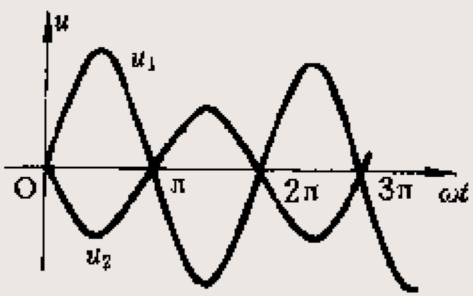
- 如果相位差为零，则两个正弦波同相位，简称同相。
- 如果相位差为±π/2，则两个正弦波为相位正交。
- 如果相位差为π，则两个正弦波为反相位，简称反相。



(a)



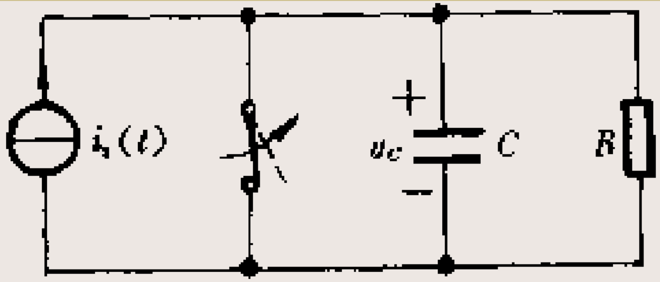
(b)



(c)

§8-3 正弦RC电路的分析

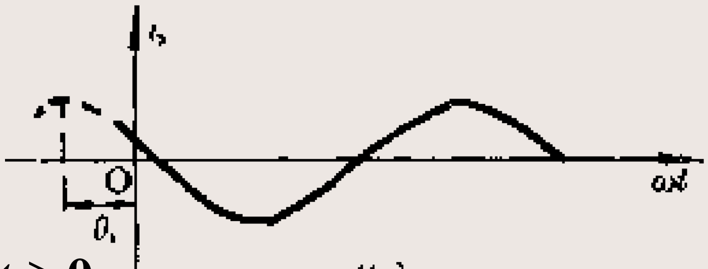
求解RC电路在正弦电流作用下的响应$u_C(t)$。



(a)

设输入到RC电路的正弦电流为

$$i_s(t) = I_{sm}\cos(\omega t + \theta_i) \qquad t > 0$$



(b)

电路的微分方程

$$C\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R}u_C = I_{sm}\cos(\omega t + \theta) \qquad t \geq 0$$

$$u_C(0) = 0$$

$$u_{Ch} = Ke^{-\frac{1}{RC}t} \qquad \text{通解}$$

$$u_{Cp} = U_{Cm}\cos(\omega t + \theta_u) \qquad \text{特解}$$

为了确定U_{Cm}和θ_u两个常数，可将特解代入方程

微分方程的完全解

❖ 由于正弦函数的导数仍为同频率的正弦函数，可得

$$-CU_{Cm}\omega\sin(\omega t+\theta_u)+\frac{U_{Cm}}{R}\cos(\omega t+\theta_u)=I_{sm}\cos(\omega t+\theta_i)$$

$$\sqrt{U_{Cm}^2\omega^2C^2+\frac{U_{Cm}^2}{R^2}}\cos(\omega t+\theta_u+Arctg\,\omega CR)=I_{sm}\cos(\omega t+\theta_i)$$

$$I_{sm}=\sqrt{U_{Cm}^2\omega^2C^2+\frac{U_{Cm}^2}{R^2}}\Rightarrow U_{Cm}=\frac{I_{sm}}{\sqrt{\omega^2C^2+\frac{1}{R^2}}}$$

$$\theta_i=\theta_u+Arctg\,\omega CR \qquad \Rightarrow \theta_u=\theta_i-Arctg\,\omega CR$$

$$u_C(t)=Ke^{-\frac{1}{RC}t}+U_{Cm}\cos(\omega t+\theta_u)$$

求解K

❖ K可根据初始条件$u_C(0)$求得

$$u_C(0) = K + U_{Cm}\cos(\theta_u)$$

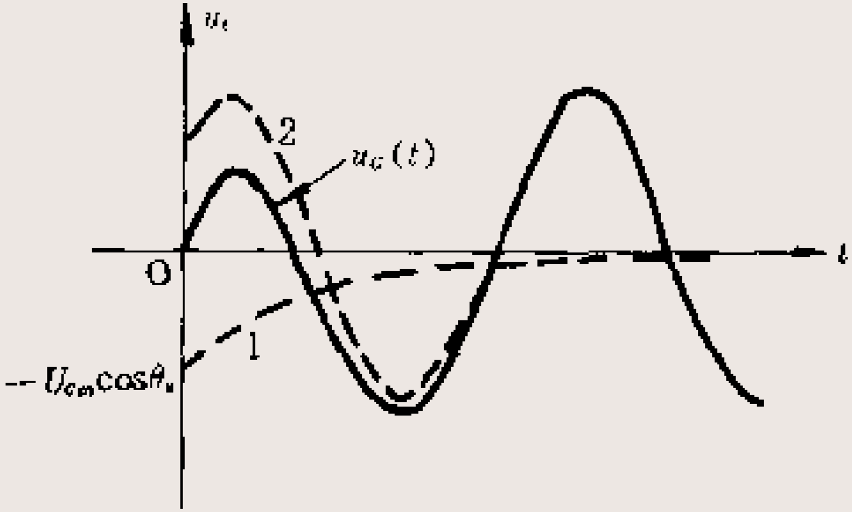
$$K = u_C(0) - U_{Cm}\cos(\theta_u) = -U_{Cm}\cos(\theta_u)$$

零状态响应为

稳态响应

$$u_C(t) = -U_{Cm}\cos(\theta_u)e^{-\frac{1}{RC}t} + U_{Cm}\cos(\omega t + \theta_u) \qquad t \geq 0$$

暂态响应



说明

- 由于特征根是负的，因此，解的第一项是衰减的。当t趋于无限大，该项也趋于零。特征根的性质是与电路的激励方式无关的。第一项代表暂态响应分量。
- 解的第二项，即微分方程的特解，为稳态响应分量。这一分量与外施激励形式相同，差别仅在具体的振幅和相位值不同。当t趋于无限大时，电路的响应只由该项确定。
- 暂态响应分量的出现是为了使电路的响应满足初始条件，保证换路瞬间电容电压不能跃变。因此，暂态响应分量初始值K应为电容初始电压$u_C(0)$与稳态响应分量初始值之差，如果$u_C(0)$恰同$U_{cm}\cos(\theta_u)$相等，即$K=0$，电路中将无暂态响应，直接进入稳态。

§8-4 相量

- 从RC电路在正弦激励下响应的求解过程可知，求微分方程的特解是比较麻烦的。因此，我们需要有一种简便的办法，求解右端为正弦时间函数的线性常系数微分方程的特解，这一方法就是相量法。
- 相量法是建立在用复数来表示正弦波的基础上的，也就是建立在欧拉恒等式的基础上的。

欧拉恒等式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$\theta = \omega t$$

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

相量表示法

- 正弦电压可表示为

$$\cos\omega t = \mathrm{Re}\left[e^{j\omega t}\right]$$

$$\sin\omega t = \mathrm{Im}\left[e^{j\omega t}\right]$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$= \mathrm{Re}\left[U_m e^{j(\omega t+\theta)}\right] = \mathrm{Re}\left[U_m e^{j\theta} e^{j\omega t}\right]$$

$$= \mathrm{Re}\left[\dot{U}_m e^{j\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[\dot{U}_m \angle \omega t\right]$$

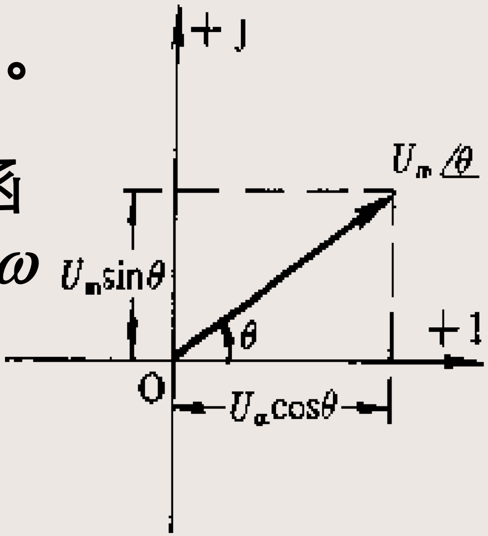
- 电压振幅相量 $\dot{U}_m = U_m e^{j\theta} = U_m \angle \theta$

  模为该正弦电压的振幅，辐角为该正弦电压的初相。

- 电流振幅相量记为 $\dot{I}_m$

相量图

- 相量在复平面上的图示称为相量图。
- 相量与$e^{j\omega t}$的乘积则是时间t的复值函数，在复平面上可用以恒定角速度ω逆时针方向旋转的相量表示。
- 因为这一乘积的辐角为$\theta+\omega t$，不是常量，而是随时间的增长而增长的，其角速度为ω。
- 相量只能表征或代表正弦波，并不等于正弦波。



$$\dot{U}_m \Leftrightarrow u(t)$$

$$u(t) = \mathrm{Re}\left[\dot{U}_m \angle \omega t\right]$$

§8-5阻抗和导纳

- 在正弦激励的动态电路中，若各电压、电流均为与激励同频率的正弦波，称为正弦稳态电路。
- 由于各个电压、电流响应与激励均为同频率的正弦波，因而它们都可以用相量来表示。正弦时间函数的分析问题可以简化为对相量的分析问题。
- 利用相量可以使微分方程的求解问题简化为复数方程的求解问题。正弦稳态分析就是运用相量的概念对正弦稳态电路进行分析。
- 引入阻抗和导纳这两个重要的概念，不仅能把电阻电路的分析方法推广应用于分析正弦稳态电路，还能表征元件和电路在正弦稳态时的性能。

有效值 有效值相量

- 周期电流、电压的瞬时值是随时间而变化的，有时并不需要知道它们每一瞬间的大小，在这种情况下，就需要为它们规定一个表征大小的特定值。
- 用平均值作为这一特定值是不合适的，因为正弦波在一个周期内的平均值为零。
- 用最大值也不合适，因为最大值只能表明某一瞬间的大小。
- 从周期电流(电压)和直流电流(电压)施加于电阻时，电阻消耗电能考虑，可以为周期波规定一个表征其大小的特定值，即有效值。

有效值

- 设有两个相同的电阻R，分别通以周期电流i和直流电流I。当周期电流i流过电阻R时，该电阻在一个周期T内所消耗的电能为

$$\int_0^T p(t)dt = \int_0^T i^2 R dt = R\int_0^T i^2 dt$$

- 当直流电流I流过电阻R时，在相同的时间T内所消耗的电能为

$$PT = RI^2 T$$

- 令两式相等，可得到周期电流i的有效值的定义式：

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

- 同理电压有效值

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt}$$

正弦电流、电压的有效值

❖ 把有效值的定义式运用于正弦电流

$$i = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \theta_i) dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{I_m^2}{2}\left[\cos(2\omega t + 2\theta_i) + 1\right] dt}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} I_m = 0.707\, I_m$$

❖ 把有效值的定义式运用于正弦电压

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m = 0.707 U_m$$

说明

- 交流电表测读值都是有效值。日常生活中用的50Hz交流电为220V，指的就是有效值，其振幅为

$$\sqrt{2}\times 220 = 311V$$

- 引用有效值后，正弦波电压可表为

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta_u) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta_u)$$

- 电压相量可表为

$$\dot{U}_m = U_m \angle \theta_u = \sqrt{2}U\angle\theta_u$$

- 电压有效值相量

$$\dot{U} = U\angle\theta_u \qquad \dot{U}_m = \sqrt{2}\,\dot{U}$$

例

若$i_1(t)$ =5cos(314t+60°)，$i_2(t)$ =-10sin(314t+60°) A，$i_3(t)$ =-4cos(314t+60°) A。试写出代表达三个正弦电流的相量，并绘相量图。

解 除非特别声明，相量均系指有效值相量

$$i_1(t) = 5\cos(314t + 60°)$$

$$= \mathrm{Re}\left[5e^{j60°}e^{j314t}\right] = \mathrm{Re}\left[\sqrt{2}\,\frac{5}{\sqrt{2}}\,e^{j60°}e^{j314t}\right]$$

$$= \mathrm{Re}\left[\sqrt{2}\,\dot{I}_1\,e^{j314t}\right]$$

$$\dot{I}_1 = \frac{5}{\sqrt{2}}e^{j60°} = 3.54\angle 60° = 1.77 + j3.07\,A$$

解答

- 可直接写出代表i_2的相量

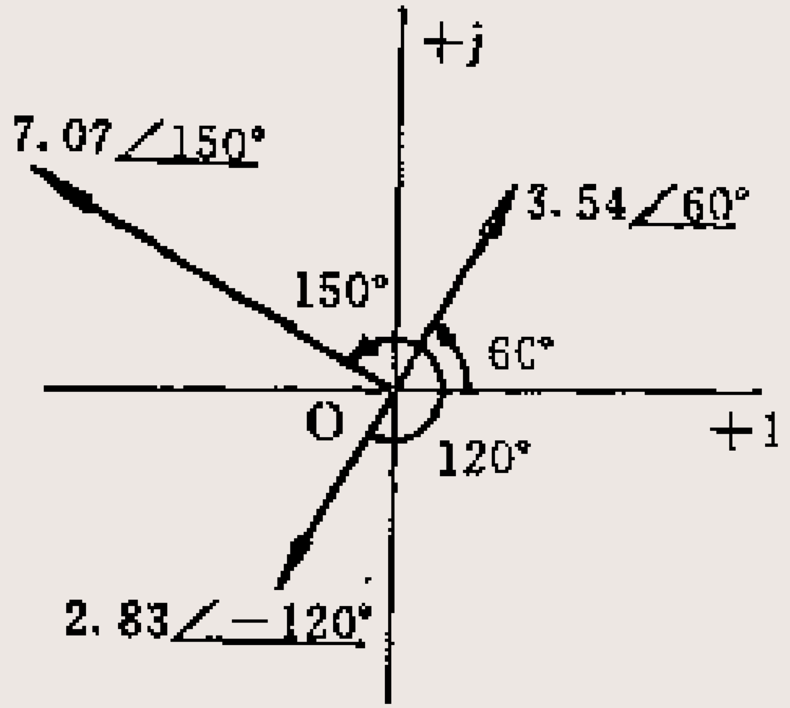
$$i_2(t) = -10\sin(314t + 60°)$$
$$= 10\cos(314t + 60° + 90°)$$
$$\dot{I}_2 = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle 150° A$$

- 代表i_3的相量

$$i_3(t) = -4\cos(314t + 60°) = 4\cos(314t + 60° - 180°)$$
$$= 4\cos(314t - 120°)$$
$$\dot{I}_3 = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle -120° A$$

解答

- 相量图



§8-6基尔霍夫定律的相量形式

❖ 设线性非时变电路在单一频率ω的正弦激励下(正弦电源可以有多个，但频率必须相同)进入稳态，各处的电压、电流都将为同频率的正弦波。在所有时刻，对任一节点KCL可表示为

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{Re}\left(\dot{I}_{km} e^{j\omega t} \right) = 0$$

其中 $\dot{I}_{km} = I_{km} e^{j\theta_k}$ 为第k条支路电流i_k的振幅相量。

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_{km} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_{k=1}^{n} \dot{I}_{k} = 0$$

结论

❖ 同理，KVL可表示为

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{U}_{km} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_{k=1}^{n} \dot{U}_{k} = 0$$

❖ 在正弦稳态电路中，基尔霍夫定律可直接用电流相量和电压相量写出，也可直接用电流振幅相量和电压振幅相量写出。

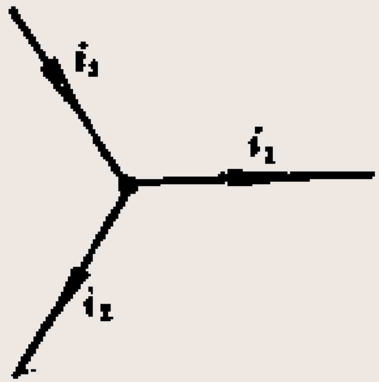
例

图为电路中的一个节点，已知

$$i_1(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 60°)A$$

$$i_2(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t)A$$

求i_3和I_3。



解 为了要利用KCL的相量形式，首先应写出已知电流i_1和i_2的相量，即

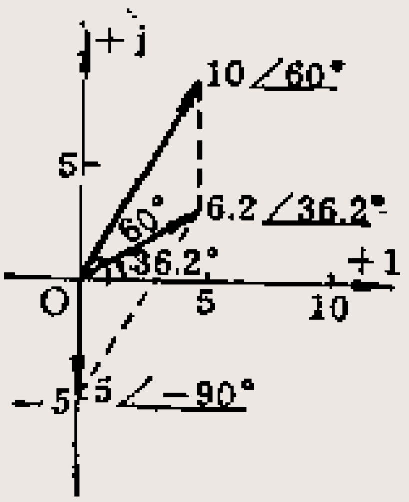
$$\dot{I}_1 = 10\angle 60° \qquad \dot{I}_2 = 5\angle -90°$$

各相量前的正负号仍然根据相对应的正弦电流的参考方向而定。流出节点为正，流入节点为负。

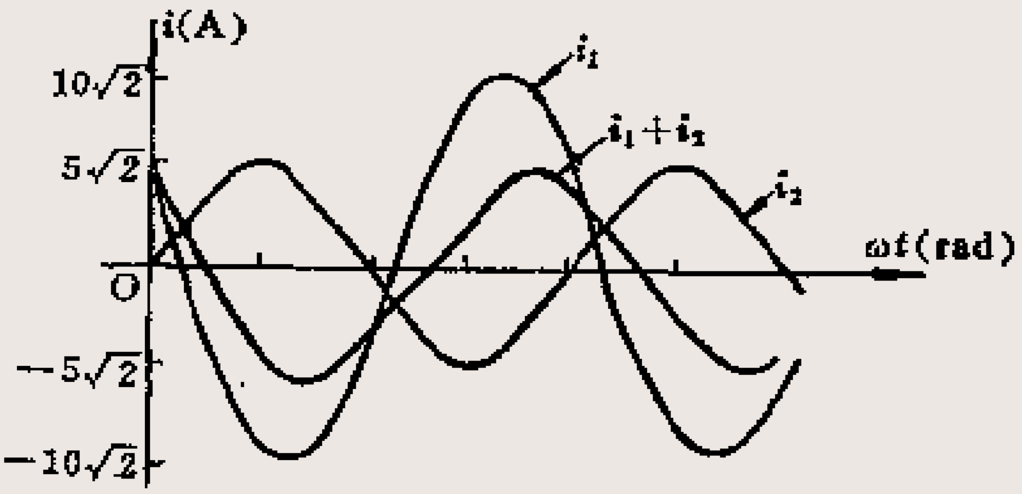
$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

解答

解得 $$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 10\angle 60° + 5\angle -90°$$
$$= 5 + j8.66 - j5 = 5 + j3.66$$
$$= 6.2\angle 36.2°$$
$$i_3(t) = 6.2\sqrt{2}\,\mathbf{cos}(\omega t + 36.2°)$$



(a) 相量图



(b) 波形图

§8-7 基本元件的v-i相量形式

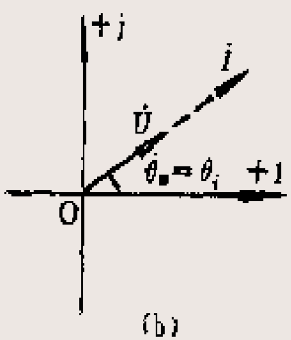
❖ 在关联参考方向下，线性非时变电阻、电容及电感元件的伏安关系分别为

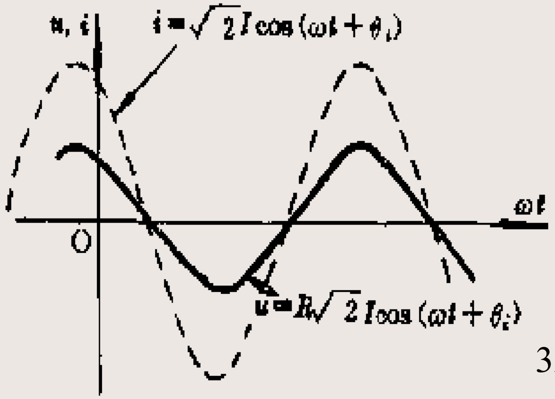
$$u = Ri \qquad i = C\frac{du}{dt} \qquad u = L\frac{di}{dt}$$

❖ 在正弦稳态电路中，这些元件的电压、电流都是同频率的正弦波。

❖ 电阻伏安关系为 $\sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta_u) = R\times\sqrt{2}I\cos(\omega t+\theta_i)$

由于R是常数，该式子表明电阻两端的正弦电压和流过的正弦电流是同相的。





电阻的相量关系式

❖ 电阻的相量关系式

$$\mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\,\dot{U}\,e^{j\omega t}\right) = R\,\mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\,\dot{I}\,e^{j\omega t}\right) = \mathrm{Re}\left(\sqrt{2}R\,\dot{I}\,e^{j\omega t}\right)$$

$$\sqrt{2}\,\dot{U} = \sqrt{2}R\,\dot{I} \qquad \dot{U} = R\,\dot{I} \qquad U\angle\theta_u = RI\angle\theta_i$$

$$U = RI \qquad \theta_u = \theta_i$$

电容的相量关系式

❖ 电容的相量关系式

$$\mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\,\dot{I}\,e^{j\omega t}\right)=C\frac{d}{dt}\left[\mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\,\dot{U}\,e^{j\omega t}\right)\right]=C\,\mathrm{Re}\left[\frac{d}{dt}\sqrt{2}\,\dot{U}\,e^{j\omega t}\right]$$

$$=C\,\mathrm{Re}\left[j\omega\sqrt{2}\,\dot{U}\,e^{j\omega t}\right]=\mathrm{Re}\left[j\omega C\sqrt{2}\,\dot{U}\,e^{j\omega t}\right]$$

$$\sqrt{2}\,\dot{I}=j\omega C\sqrt{2}\,\dot{U}\qquad\qquad \dot{I}=j\omega C\,\dot{U}$$

❖ 这个式子包含了电容电压、电流时域关系的特征，它是正弦稳态分析的一个基本公式。

$$I\angle\theta_i=j\omega CU\angle\theta_u=\omega CU\angle\theta_u+90°$$

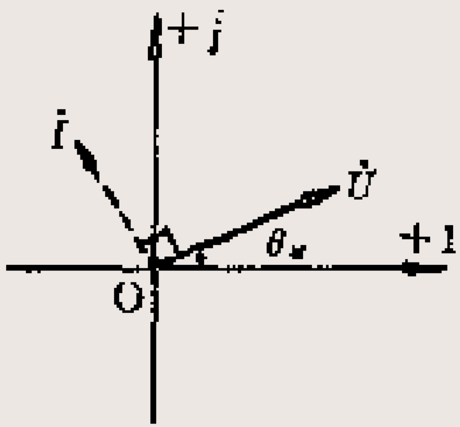
$$I=\omega CU\qquad\qquad \theta_i=\theta_u+90°$$

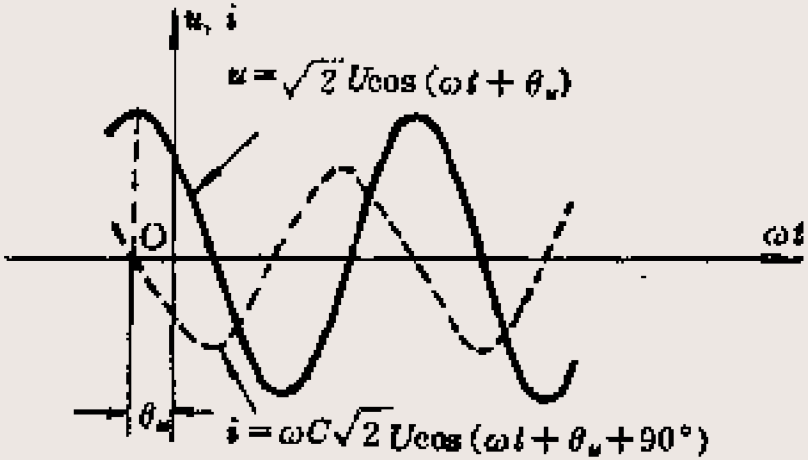
即电压、电流有效值的关系与C有关和角频率ω有关。

电容相量关系式的说明

- 当C值一定时，对一定的U来说，ω越高，则I越大，也就是说电流越容易通过； 当ω=0(相当于直流激励)时，I=0，电容相当于开路，这正是直流稳态时电容的表现。
- 电流超前电压的角度为90°。

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta_u) \Rightarrow i(t) = \sqrt{2}U\omega C\cos(\omega t + \theta_u + 90°)$$

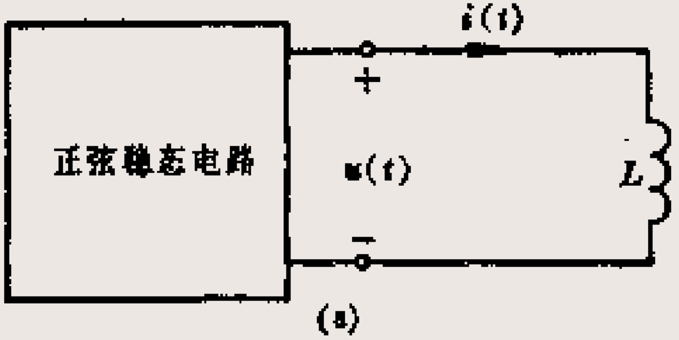




电感的相量关系式

❖ 由于电容和电感存在对偶关系，可根据电容*VAR*相量形式直接得到电感*VAR*相量形式

$$\dot{U} = j\omega L \dot{I}$$



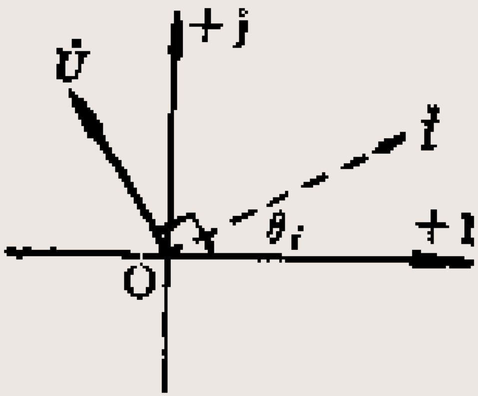
$$U\angle\theta_u = j\omega L I\angle\theta_u = \omega L I\angle\theta_i + 90°$$

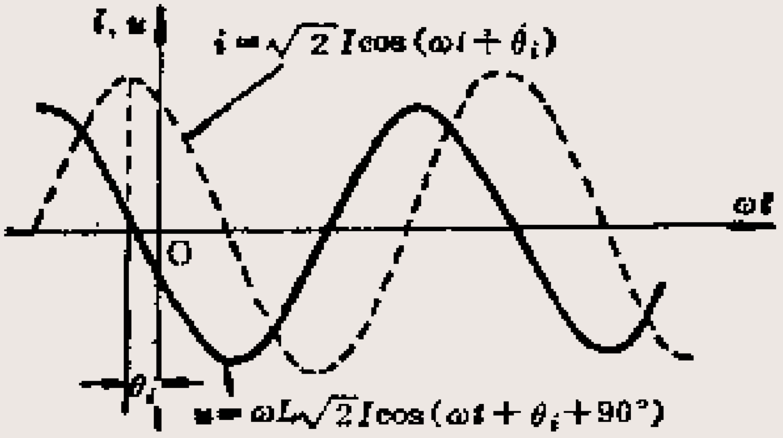
$$U = \omega L I \qquad \theta_u = \theta_i + 90°$$

电感相量关系式的说明

- 当L值一定时，对一定的I来说，ω越高则U越大；ω越低则U越小。当ω=0(相当于直流激励)，U=0，电感相当于短路。
- 电流滞后电压的角度为90 °。

$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\theta_i)$$
$$u(t)=\sqrt{2}I\omega L\cos(\omega t+\theta_i+90°)$$





§8-8 阻抗和导纳 相量模型

❖ 三种基本元件*VAR*的相量形式，在关联参考方向时：

$$\dot{U} = R\dot{I} \qquad \dot{U} = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} \qquad \dot{U} = j\omega L\dot{I}$$

❖ 如果我们把元件在正弦稳态时电压相量与电流相量之比定义为该元件的阻抗，记为*Z*，则

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \qquad \dot{U} = Z\dot{I}$$

欧姆定律的相量形式

$$Z_R = R$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

$$Z_L = j\omega L$$

阻抗和导纳

- 元件的阻抗也可定义为电压振幅相量与电流振幅相量之比。

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{\sqrt{2}\,\dot{U}}{\sqrt{2}\,\dot{I}}=\frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}$$

- 把阻抗的倒数定义为导纳，记为Y，即

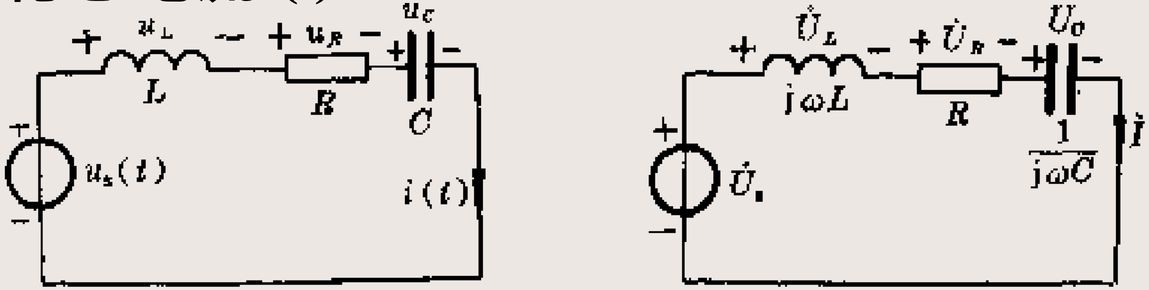
$$Y=\frac{1}{Z}\qquad Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}$$

- 导纳的单位为西门子(S)。电阻、电容和电感的导纳分别为

$$Y_R=\frac{1}{R}=G\qquad Y_C=j\omega C\qquad Y_L=\frac{1}{j\omega L}=-j\frac{1}{\omega L}$$

例

❖ *RLC*串联电路，电源电压 $u_s(t)=\sqrt{2}U_S\cos(\omega t+\theta_u)$ 试求稳态电流*i*(*t*)。



(a)　　　　　　　　　　(b)

解 *RLC*串联电路的阻抗为

$$Z=Z_R+Z_L+Z_C=R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\angle Arctg\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$$

解答

由相量模型

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_s}{Z}=\frac{U_s\angle\theta_u}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\angle Arctg\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}}$$

$$=\frac{U_s}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\angle\theta_u-Arctg\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}=I\angle\theta_i$$

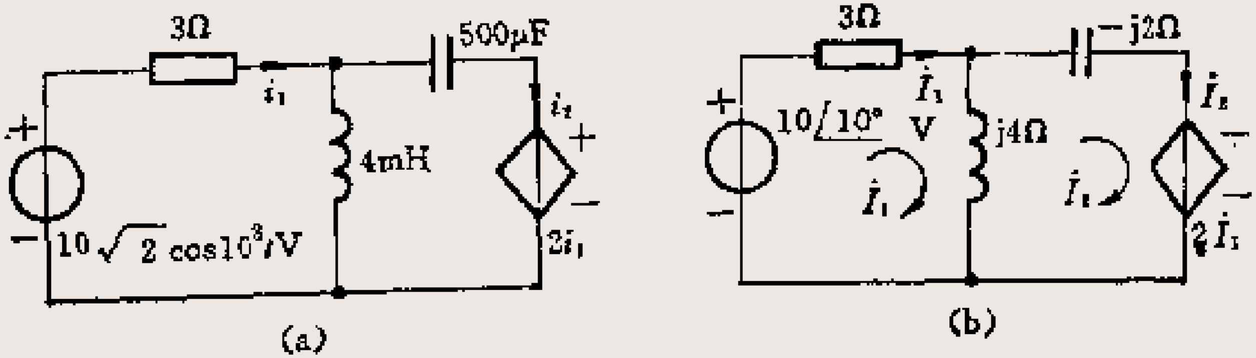
$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\theta_i)=\frac{\sqrt{2}U_s}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\cos\left(\omega t+\theta_u-Arctg\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

§8-9 相量模型的网孔分析法和节点分析法

- 有了元件的阻抗和导纳模型，我们可以将前面学过的网孔分析法和节点分析法应用于相量模型。
- 通过具体举例说明如何对相量模型运用网孔分析法和节点分析法。

例11—18

电路如图，求解$i_1(t)$和$i_2(t)$。



解 作相量模型如图(b)所示。其中

$$Z_L = j\omega L = j10^3 \times 4 \times 10^{-3} = j4\Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{10^3 \times 500 \times 10^{-6}} = -j2\Omega$$

解答

❖ 用网孔法，电路相量方程为

$$(3+j4)\dot{I}_1 - j4\dot{I}_2 = 10\angle 0°$$

$$-j4\dot{I}_1 + (j4-j2)\dot{I}_2 = -2\dot{I}_2$$

解得

$$\dot{I}_1 = \frac{10}{7-j4} = 1.24\angle 29.7°\,A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{10(2-j4)}{7-j4} \times \frac{1}{-j2} = 2.77\angle 56.3°\,A$$

$$i_1(t) = 1.24\sqrt{2}\cos(10^3 t + 29.7°)A$$

$$i_2(t) = 2.77\sqrt{2}\cos(10^3 t + 56.3°)A$$

作 业

作业

4、5、19、20

考试

时间：12月26日上9:40~11:20

地点：