

电子技术基础(1)

主讲：金革

2010年9月2日

课程内容

电子技术基础(1)-电路分析部分（40学时）

教材：

1. 电路分析基础，李瀚荪

考试：考一次。

分数：考试占80%，作业占20%。

作业：

在每章结束后下一堂课时交，具体安排请各班学习委员同辅导老师商量。

辅导教师： 梁福田、郑名杨、谭一鹏、李兆凯

电话：3606495

电路分析基础

2010年9月2日

第一章

集总参数电路中电压、电流的约束关系

§ 1-1 集总电路

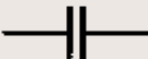
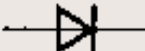
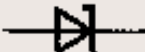
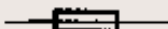
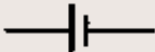
- ❖ 由电阻、电容、电感等**集总参数元件**组成的电路称为**集总电路**。
- ❖ 只含电阻元件和电源元件的电路称为**电阻电路**，是集总电路的一类。
- ❖ 电路按作用可分为：
 1. 电源类
 2. 传输和处理类
 3. 测量类
 4. 存储类
- ❖ 所有电路均建立在电路分析基础上

电路及集总电路模型

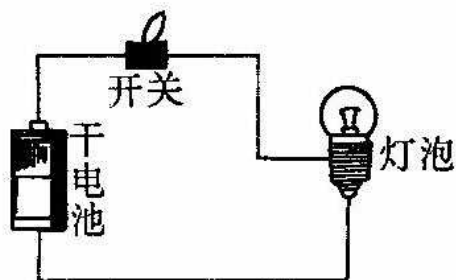
- ❖ 各种实际电路都是由电阻器、电容器、线圈、电源等部件(component)和晶体管等器件(device)相互连接组成的。
 - ❖ 现代微电子技术已可将若干器件不可分离地制作在一起，电气上互连，成为一个整体，即集成电路。
1. 按其功能、结构:模拟集成电路、数字集成电路和数/模混合集成电路三大类
 2. 按工艺:半导体集成电路和薄膜集成电路(厚膜/薄膜集成电路)
 3. 按集成度:小规模、中规模、大规模、超大规模、特大规模和超大规模集成电路。
 4. 按导电类型:双极型集成电路和单极型集成电路
 5. 按用途:电视机用集成电路、音响用集成电路、影碟机用集成电路、录像机用集成电路、电脑用集成电路、电子琴用集成电路、通信用集成电路、照相机用集成电路、遥控集成电路、语言集成电路、报警器用集成电路及各种专用集成电路。

部分电气图用图形符号

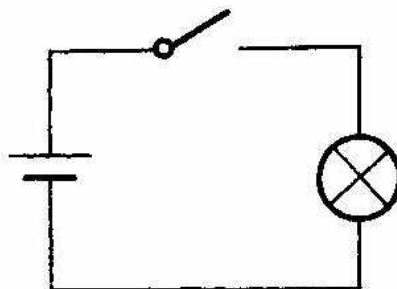
❖各种部件、器件可以用图形符号表示，采用这些符号可绘出表明各部分器件相互连接关系的电气图。

名称	符号	名称	符号	名称	符号
导线		传声器		可变电阻器	
连接的导线		扬声器		电容器	
接地		二极管		电感器、绕组	
接机壳		稳压二极管		变压器	
开关		隧道二极管		铁心变压器	
熔断器		晶体管		直流发电机	
灯		电池		直流电动机	
电压表		电阻器			

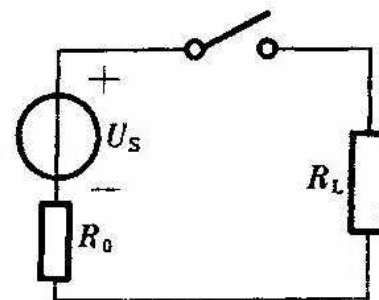
电路和元件模型



(a) 实际电路



(b) 电气图



(c) 电路模型(电路图)

在一定条件下，忽略元件的次要性质，用一个足以表征其主要性能模型(model)来表示。

集总概念

❖ **集总参数**：器件的尺寸远远小于信号的波长。

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

➤ 安徽广播电台的频率为936KHz，波长为320米。

➤ 电网频率为50Hz，波长为6000公里。

➤ 手机900/1800MHz，波长为0.32/0.16米。

❖ **分布参数**：当信号频率很高时，器件或仪器中的每一点的电阻、电容和电感参数。

§ 1-2 电流、电压及功率

- ❖ 电路的电性能通常可以用一组表为时间函数的变量来描述，最常用到的是电流、电压和功率。
- ❖ 在国际单位制中，电量的单位是库仑(其符号为C)， 6.24×10^{18} 个电子所具有电量等于1C。用符号 q 或 Q 表示电量。
- ❖ 带电粒子有秩序的移动形成电流。每单位时间内通过导体横截面的电量定义为电流强度(电流 i)，用以衡量电流的大小。

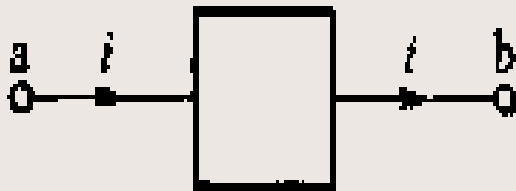
$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

电流定义

- ❖ 正电荷运动的方向规定为电流的方向。
- ❖ 如果电流的大小和方向不随时间变化，则这种电流称为恒定电流，简称直流，简写作 dc 或 DC ，可用符号 I 表示。
- ❖ 如果电流的大小和方向随时间变化，则称为交变电流，简称交流，简写作 ac 或 AC ，可用符号 I 表示。
- ❖ 在国际单位制中、电流的单位是安培(中文代号为安，其符号为 A)

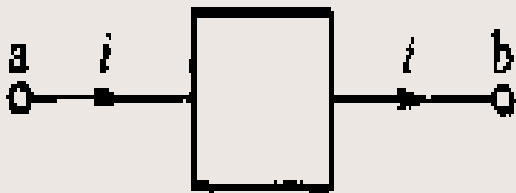
电流的参考方向

- ❖ 正电荷运动的方向规定为电流的方向，但在分析实际问题时，电流的真实方向往往难以在电路图中标出。
- ❖ 引入**参考方向**这一概念，参考方向可以**任意选定**，在电路图中用箭头表示。规定：**如果电流的真实方向与参考方向一致，电流为正值；如果两者相反，电流为负值。**
- ❖ 利用电流的正负值结合着参考方向，就可表明电流的真实方向。
- ❖ 例如， -1A 表示正电荷以每秒 1C 的速率逆着参考方向箭头移动。



电流的参考方向

- ❖ 电路图中所标的电流方向箭头不一定就表示电流的真实方向。
- ❖ 电流的参考方向又称为电流的**正方向**。
- ❖ 在集总电路中，传播是瞬间完成的，流过元件的电流可以是时间 t 的函数，不是空间位置的函数，在任一时刻从任一元件一端流入的电流一定等于从它另一端流出的电流。
- ❖ 流经元件的电流可以用电流表测读。



电压定义

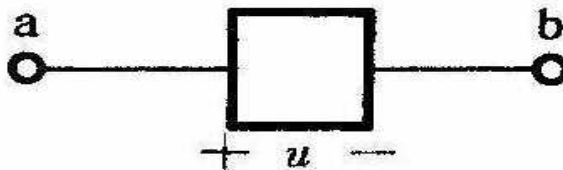
- ❖ 在分析电路时引用“电压”这一物理量，或称为“电位差”，用符号 u 表示。
- ❖ 电路中 a 、 b 两点间的电压表明了单位正电荷由 a 点转移到 b 点时所获得或失去的能量，即

$$u(t) = \frac{dw}{dq}$$

dq 为由 a 点转移到 b 点的电量，单位为库仑(C)； dw 为转移过程中，电荷 dq 所获得或失去的能量，单位为焦耳(J)，电压的单位为伏特(V)。

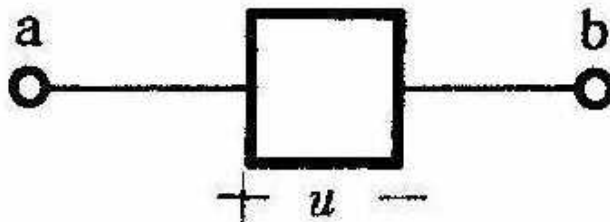
电压极性

- ❖ 如果正电荷由 a 转移到 b 获得能量，则 a 点为低电位，即**负极**， b 点为高电位，即**正极**。
- ❖ 如果正电荷由 a 转移到 b 失去能量，则 a 点为高电位，即**正极**， b 点为低电位，即**负极**。
- ❖ 正电荷在电路中转移时电能的得或失表现为电位的升高或降落，即电压升或电压降。
- ❖ 如果电压的大小和极性都不随时间而变动，就称做**恒定电压**或**直流电压**，可用符号 U 表示。如果电压的大小和极性都随时间变化，称为**交变电压**或**交流电压**。



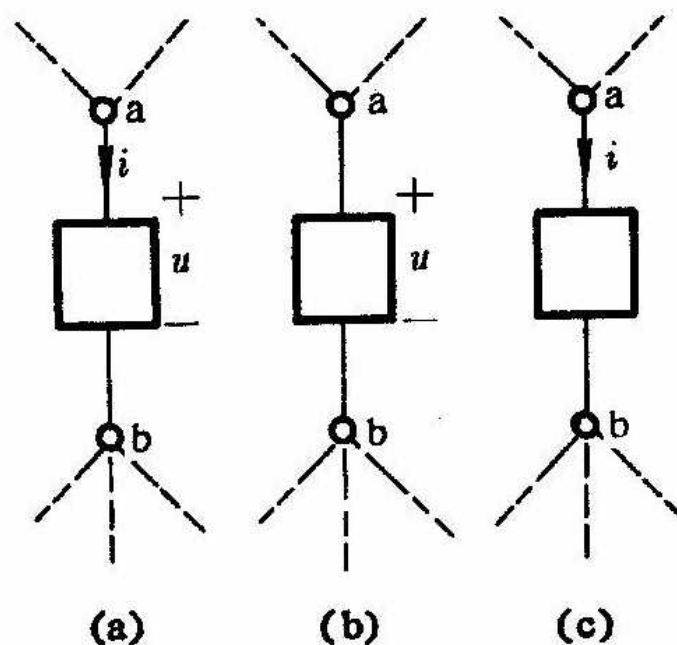
电压参考极性

- ❖ 电压的参考极性则在元件或电路的两端用“+”、“-”符号来表示。“+”号表示高电位端，“-”号表示低电位端。
- ❖ 当电压为正值时，该电压的**真实极性**与**参考极性**相同，也就是 a 点电位高于 b 点电位。
- ❖ 当电压为负值时，该电压的真实极性与所标的极性相反，也就是 b 点电位高于 a 点电位。
- ❖ 电压的参考极性也称为电压的**参考方向**或**正方向**。



关联参考方向

- ❖ 在分析电路时，既要为通过元件的电流假设参考方向，也要为元件两端的电压假设参考极性。
- ❖ **关联参考方向**：电流参考方向与电压参考“+”极到“-”极的方向一致，即**电流与电压降参考方向一致**。
- ❖ 如图 (a) 所示，就只需标出电流的参考方向和电压的参考极性中的任何一种，如图 (b)、(c) 所示。



注意

在分析电路时应注意：

- (1)电路中标出的电流方向和电压极性均为参考方向和参考极性。
- (2)如果电路中给定了参考方向，就按给定的参考方向分析。如果没有给定参考方向，首先选定参考方向，并在图上标出。没有参考方向的电流、电压没有任何意义。
- (3)按参考方向求出的值为正，说明真实方向和参考方向相同，为负说明真实方向和参考方向相反。相反时也不要更改成真实方向。

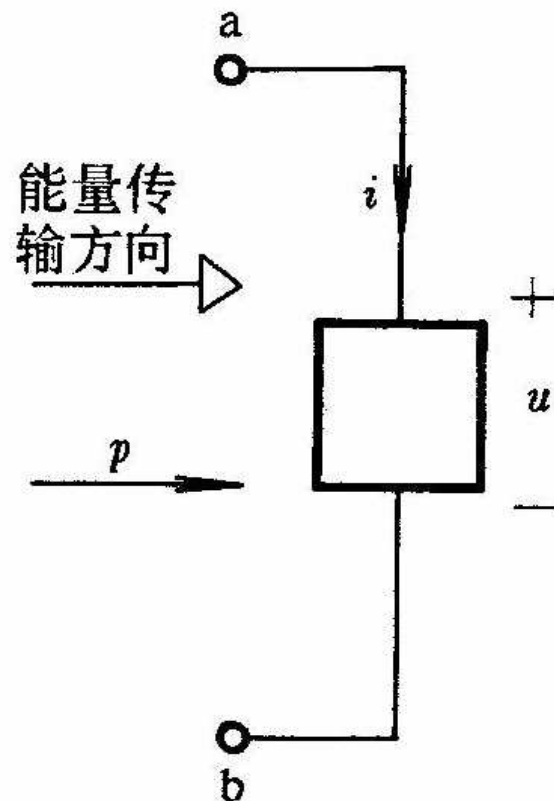
能量交换

- ❖ 电荷在电路的某些部分(例如电源处)获得能量，而在另外一些部分(如电阻元件处)失去能量。
- ❖ 电荷在电源处获得的能量是由电源的化学能、机械能或其他形式的能量转换而来的。
- ❖ 电荷在电路某些部分所失去的能量，或转换为热能，或转换为化学能，或储存在磁场中等。
- ❖ 在电路巾存在着能量的流动，电源可以提供能量，有能量流出；电阻等元件吸收能量，有能量流入。

功率

- ❖ 电路吸收或提供能量的速率即为**功率**，用符号 p 表示。
- ❖ 方框表示一个电路，它可能只是一个电阻元件或是一个电源，也可能是若干元件的组合。
- ❖ 采用关联的电压、电流参考方向如图中所示。
- ❖ 设在 dt 时间内由 a 点转移到 b 点的正电量为 dq ，且由 a 到 b 为电压降，其值为 u ，可知在转移过程中 dq **失去**的能量：

$$dw = udq$$



功率的计算

- ❖ 电荷失去能量意味着这段电路吸收能量，亦即能量由电路的其他部分传送到这一部分。
- ❖ 吸收能量的速率，即功率表示为：

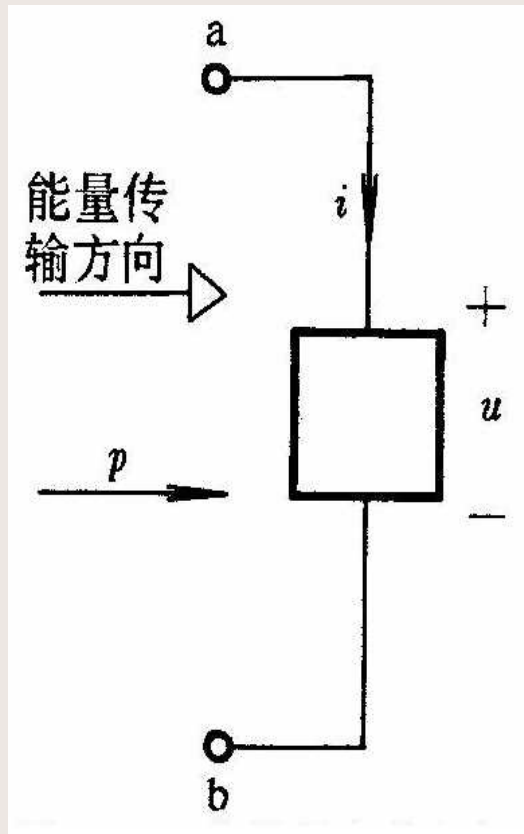
$$p(t) = \frac{dw}{dt} = u \frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$p(t) = u(t)i(t)$$

功率的方向

- ❖ 能量传输方向定义为**功率的方向**。
- ❖ 先为功率假设参考方向，当功率的实际方向与参考方向一致时，功率为正，否则，功率为负。
- ❖ 功率的参考方向用箭头表示，可任意假定进入或离开电路。
- ❖ 如果电流、电压的参考方向是**关联**的，且功率的参考方向系进入该电路部分的，在计算电路部分的功率时，若算得的功率为**正**，表示与功率的实际方向一致，该电路**吸收**能量， p 值为吸收能量的速率。

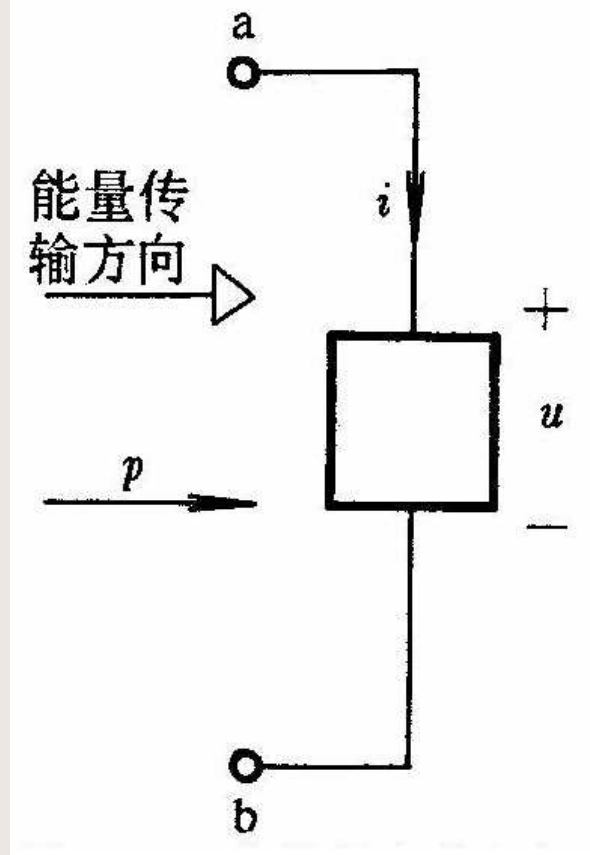


功率的方向

❖ 若 u 、 i 、 p 三者的参考方向中若改变其中任何一个，与右图中所示者相反，则改用：

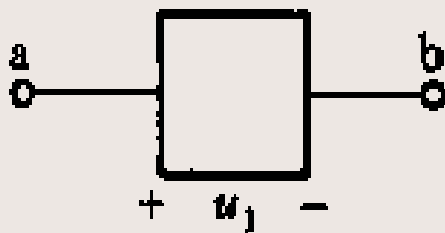
$$p(t) = -u(t)i(t)$$

计算功率时，结果为正，仍表示吸收功率；结果为负，仍表示提供功率。

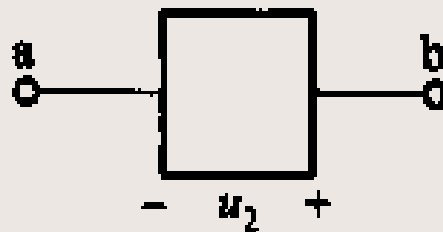


例

- (1) 在图(a)及(b)中，若电流均为 $2A$ ，且均由a流向b，已知 $u_1=1V$ ， $u_2=-1V$ 。求该两元件吸收或提供的功率；
- (2) 在图(b)中，若元件提供的功率为 $4W$ ，求电流。



(a)



(b)

解答

- (1) 因电流 i 的参考方向由a指向b，图(a)的电压、电流为关联参考方向，故：

$$i = 2A$$

$$p = u_1 i = 1 \times 2W = 2W$$

即吸收功率2W。

对图(b)的电压、电流为非关联参考方向，故

$$p = -u_2 i = -(-1) \times 2W = 2W$$

即吸收功率为2W。

- (2) 因为电流 i 的参考方向由a指向b，非关联，因系提供功率4W，故 p 为-4W。由此可得

$$p = -u_2 i$$

$$i = -\frac{p}{u_2} = -\frac{-4}{-1} A = -4A$$

例

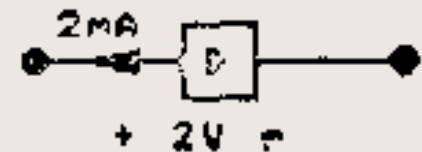
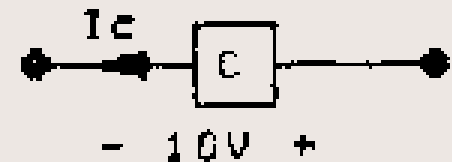
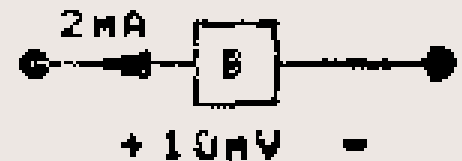
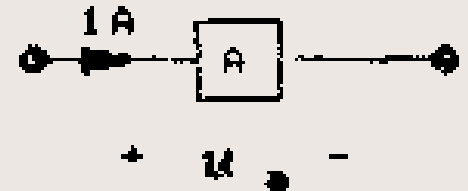
各元件情况如图所示：

(1)若元件A吸收功率10W，求 U_a ；

(2)试求元件B的吸收的功率；

(3)若元件C产生的功率为10W，求 I_c ；

(4)试求元件D产生的功率。



解答

(1)元件A吸收的功率为10W，即 $P=10W$ ，元件A上的电压、电流为关联参考方向，则

$$P=U_a \times I \quad U_a=10V$$

(2)元件B上电压、电流为非关联参考方向，所以功率等于负的电压、电流相乘。

$$P=-10 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3} = -20 \mu W$$

元件B吸收 $-20 \mu W$ 的功率，即产生 $20 \mu W$ 的功率。

(3)元件产生的功率为10W，即 $P=-10W$ ，元件C上电流、电压为关联参考方向。

$$P=10I_c \quad 10I_c=-10 \quad I_c=-1A$$

(4)元件D上电压、电流为非关联参考方向

$$P=-2 \times 2 \times 10^{-3} = -4mW$$

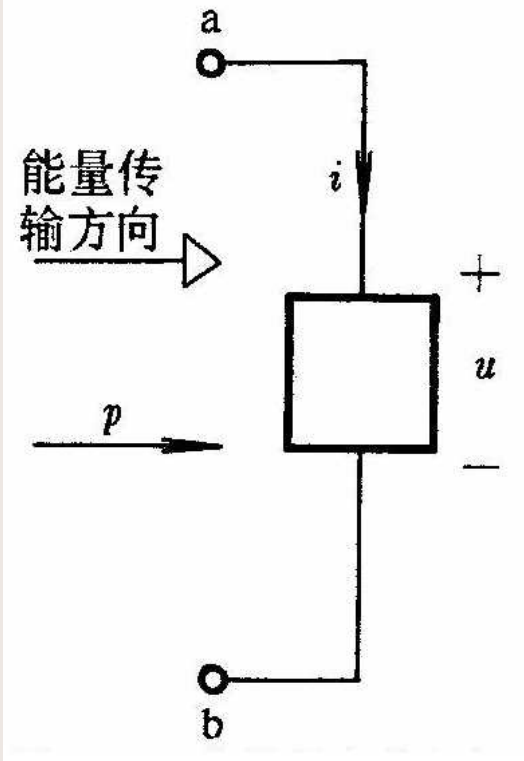
元件D产生 $4mW$ 功率。

国际单位

- ✓ 电压的单位为伏特，简称伏(V)
- ✓ 电流的单位为安培，简称安(A)
- ✓ 功率的单位为瓦特，简称瓦(W)
- ✓ 能量的单位为焦耳，简称焦(J)

❖ 在如图的参考方向下，在 t_0 到 t 的时刻内电路吸收的能量为：

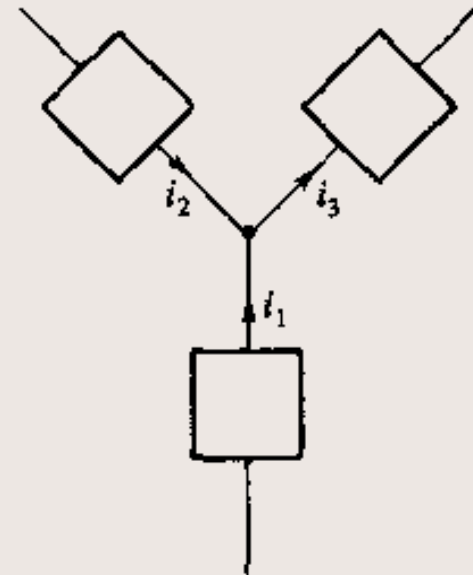
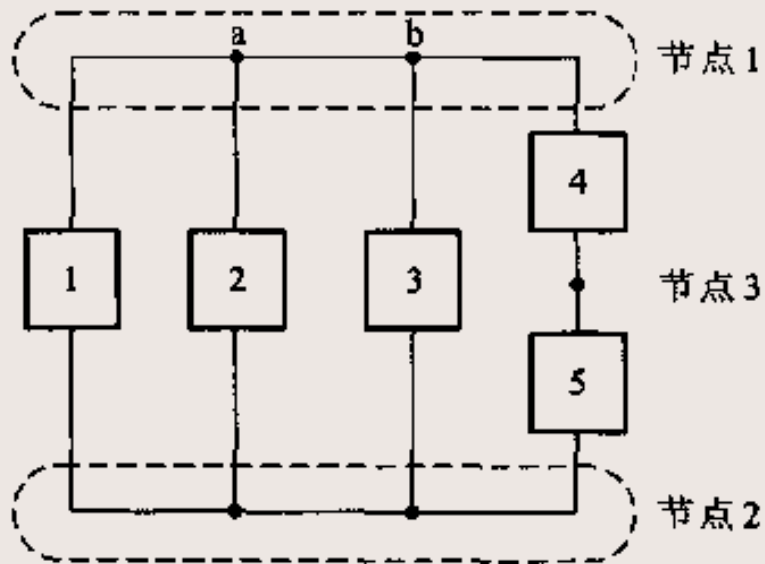
$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi$$



§ 1-3 基尔霍夫定律

- 集总电路由各种元件通过理想导体连接而成，若将每一个**二端元件**视为一条**支路**，则流经元件的电流和元件的端电压分别称为**支路电流**和**支路电压**，集总电路的基本规律将用支路电流和支路电压来表达。
- 支路的连接点称为**节点(node)**。节点是两条或两条以上支路的连接点。
- 电路中的任一闭合路径称为**回路(loop)**
- 在回路内部不另含有支路的回路称为**网孔(mesh)**
- 一般把含元件较多的电路称为**电网络(network)**，简称网络。

定义说明



支路、节点、回路、网孔、电网络

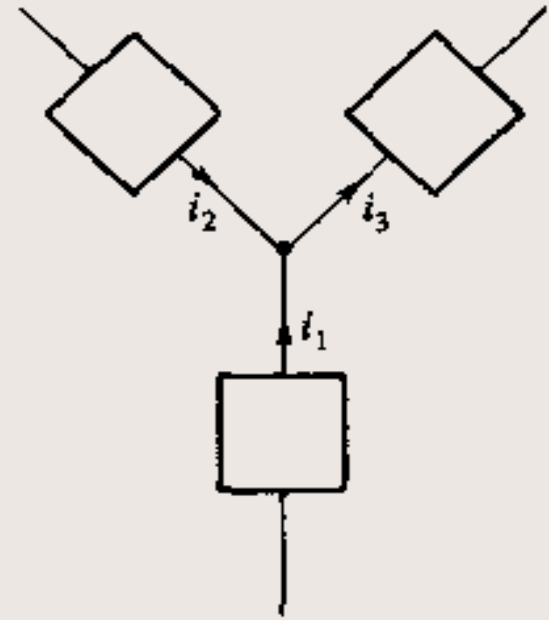
基尔霍夫定律

- ❖ 电荷守恒和能量守恒是自然界的基本法则，把它们运用到集总电路就得到基尔霍夫的两个定律。
- 基尔霍夫电流定律(Kirchhoff's current law), 该定律简写为KCL。
- 基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's voltage law), 该定律简写为KVL。

基尔霍夫电流定律

- ❖ 对于任一集总电路中的任一节点，在任一时刻，流出(或流进)该节点的所有支路电流的代数和为零。
- ❖ 其数学表示式为：

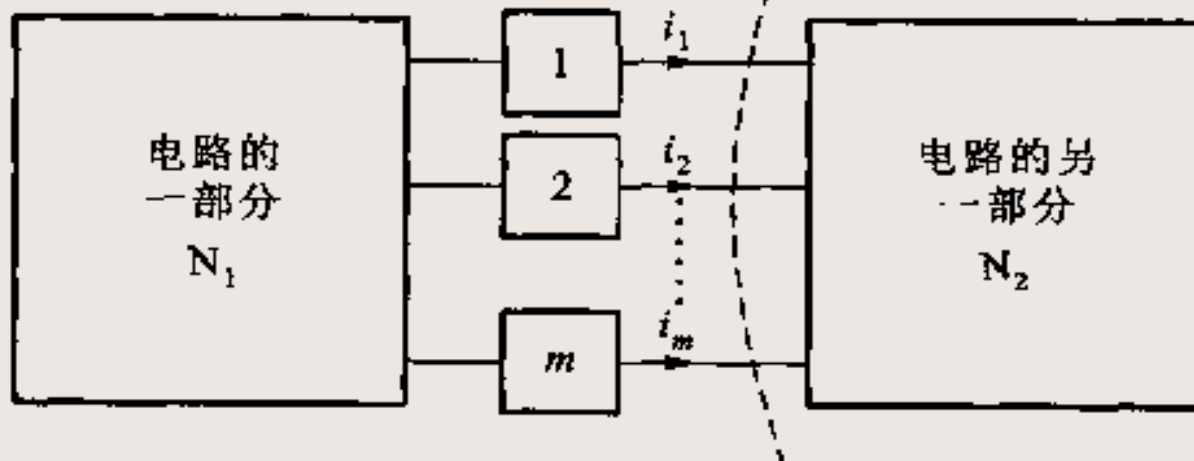
$$\sum_{k=1}^K i_k(t) = 0$$



$$\frac{dq}{dt} = i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

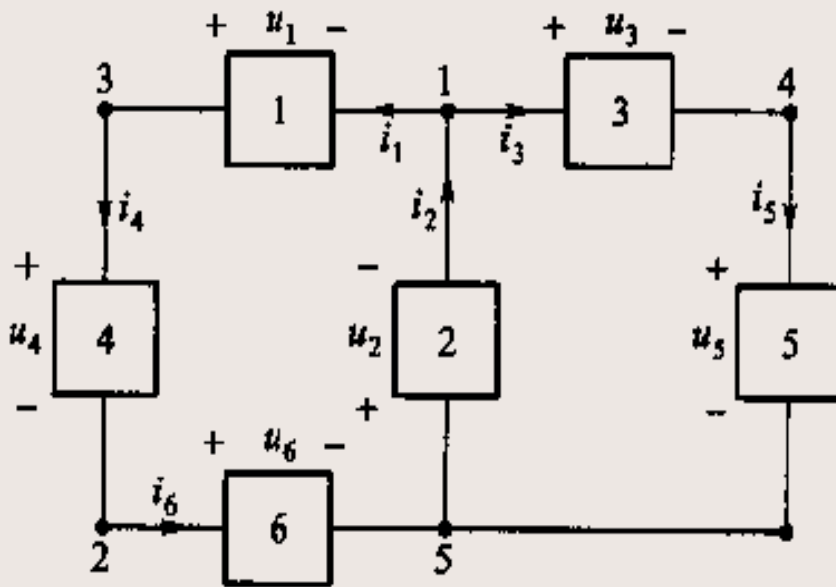
KCL的另一种表达形式

- ❖ 割集定义：割集是具有下述性质的**支路的集合**，若把集合的所有支路切割(或移去)，电路将成为两个分离部分，然而，只要少切割(或移去)其中的任一条支路，则电路仍然是连通的。
- ❖ 对于任一集总电路的任一割集，在任一时刻，该割集的所有支路电流的代数和为零。



线性相关

❖ 一组电流当且仅当满足一个KCL方程时，它们才是线性相关的。



对节点1，若已知 i_1 、 i_2 的数值， i_3 的数值立即随之而定，不能自由选取任何其他的数值。

这三个电流存在一个约束关系，这是一个线性关系，称这三个电流线性相关。

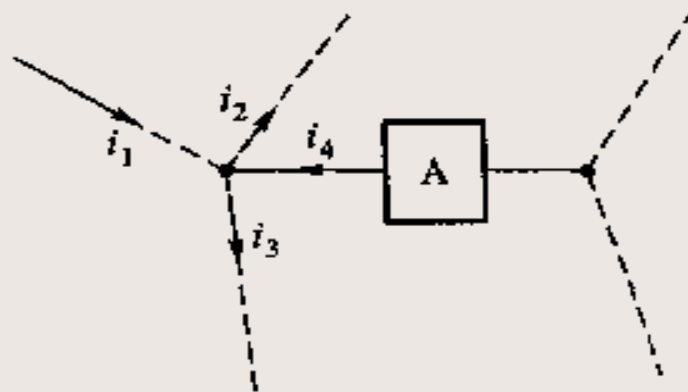
$$i_1 + i_3 - i_2 = 0$$



$$i_3 = i_2 - i_1$$

例

如图所示, 某复杂电路中的一个节点处, 已知 $i_1 = 5\text{A}$, $i_2 = 2\text{A}$, $i_3 = -3\text{A}$, 试求流过元件A的电流 i_4 。



解：在列写 KCL 方程时, 应先标出所有电流的参考方向。图中电流的参考方向已给定。

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_4 = -i_1 + i_2 + i_3$$

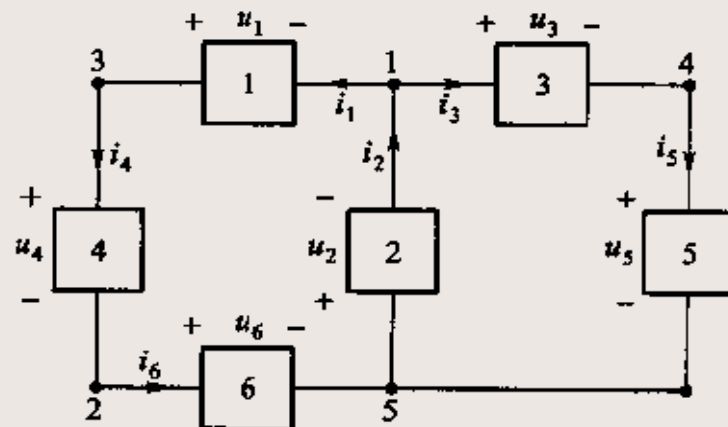
$$i_4 = -(5) + 2 + (-3) = -6\text{A}$$

基尔霍夫电压定律

- ❖ 对于任一集总电路中的任一回路，在任一时刻，沿着该回路的所有支路电压降的代数和为零。其数学表达式为

$$\sum_{k=1}^K u_k(t) = 0$$

式中 $u_k(t)$ 为该回路中的第 k 条支路电压， K 为该回路中的支路数。



KVL简要说明

若在某段时间内元件*i*所得到的能量为 w_i ，由能量守恒法则可知：

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 0$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 0$$

$$p_1 = -u_1 i_1$$

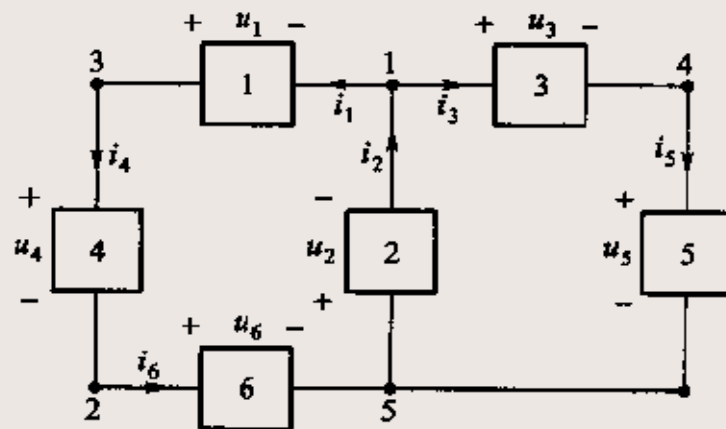
$$p_2 = u_2 i_2$$

$$p_3 = u_3 i_3$$

$$p_4 = u_4 i_4 = u_4 i_1$$

$$p_5 = u_5 i_5 = u_5 i_3$$

$$p_6 = u_6 i_6 = u_6 i_1$$



$$-u_1 i_1 + u_4 i_1 + u_6 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 + u_5 i_3 = 0$$

$$i_2 = i_1 + i_3$$

$$(-u_1 + u_4 + u_6 + u_2) i_1 + (u_2 + u_3 + u_5) i_3 = 0$$

$$-u_1 + u_4 + u_6 + u_2 = 0$$

$$u_2 + u_3 + u_5 = 0$$

$$-u_1 + u_4 + u_6 - u_5 - u_3 = 0$$

i_1 和 i_3 线性无关，
系数必为0

线性相关

- ❖ KVL 对各支路的元件并无要求，这就是说，不论电路中的元件如何，只要是集总电路， KVL 总是成立的。
- ❖ 一组电压当且仅当满足一个 KVL 方程时，它们才是线性相关的。
- ❖ KCL 是电荷守恒法则运用于集总电路的结果； KVL 是能量守恒法则和电荷守恒法则运用于集总电路的结果。
- ❖ KCL 反映电路中各支路电流间的约束关系； KVL 反映电路中各支路电压间的约束关系。

例

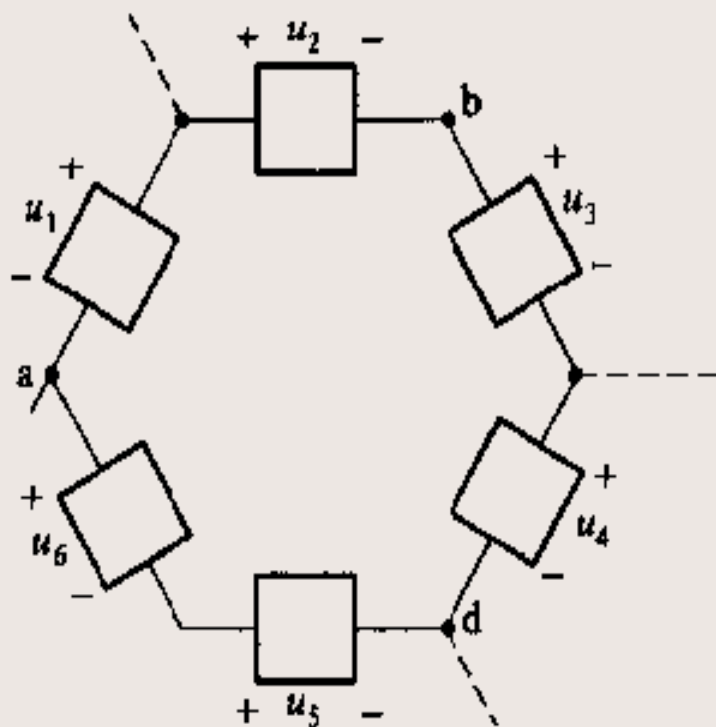
右图为一个回路。已知各元件的电压： $u_1 = u_6 = 2V$ ， $u_2 = u_3 = 3V$ ， $u_4 = -7V$ ，求 u_5 。

解：根据KVL，这6个支路电压线性相关，为此，应先列出KVL方程：

$$-u_1 + u_2 + u_3 + u_4 - u_5 - u_6 = 0$$

式中：凡参考极性所表示的电压降方向与绕行方向一致者取正号，否则为负。

$$u_5 = -(2V) + 3V + 3V + (-7V) - (2V) = -5V$$

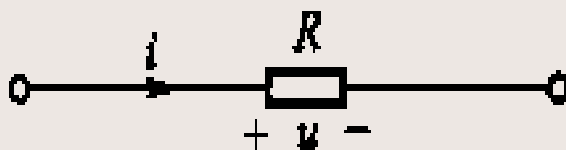


双下标记法

- ❖ 采用双下标记法，如 u_{ab} 、 u_{ad} 等，双下标字母即表示计算电压时所涉及的两点，其前后次序则表示计算电压降时所遵循的方向。
- ❖ 双下标 ab 表示由 a 点到 b 点计算电压降，亦即 a 点为电压参考“+”极处， b 点为电压参考“-”极处。
- ❖ 采用双下标记法，就可不必在 a 、 b 点分别标以“+”号及“-”号，避免符号间混淆不清。

§ 1-4 电阻元件

- ❖ 电路是由元件连接组成的，而各种元件都有精确的定义，由此可确定每一元件电压与电流之间关系，**电压-电流关系**简称为**VAR**。
- ❖ 元件的**VAR**连同基尔霍夫定律构成了集总电路分析的基础。
- ❖ 电阻元件(**Resistor**)是从实际电阻器抽象出来的模型。只反映电阻器对电流呈现阻力的性能。



欧姆定律(ohm's law)

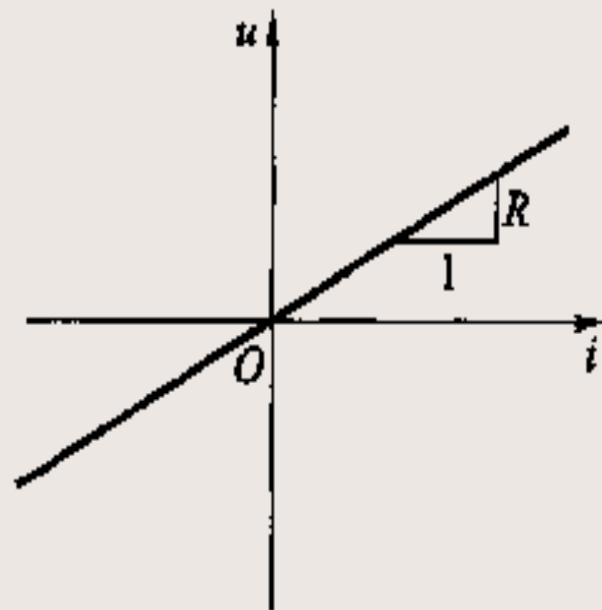
❖ 欧姆定律定义

$$u(t) = Ri(t)$$

- ❖ 式中 u 为电阻元件两端的电压，单位为伏(V)， i 为流过电阻元件的电流，单位为安(A)， R 为电阻，单位为欧(Ω)。
- ❖ R 为常数，故 u 与 i 成正比。所以，由欧姆定律定义的电阻元件，称为线性(Linear)电阻元件。
- ❖ u 、 i 可以是时间的函数，也可以是常量(直流)。

伏安特性曲线

- ❖ 如果把电阻元件的电压取为纵坐标(或横坐标), 电流取为横坐标(或纵坐标), 可绘出*i*-*u*平面(或*u*-*i*平面)上的曲线, 称为电阻元件的**伏安特性曲线**。
- ❖ 线性电阻元件的伏安特性曲线是一条经过坐标原点的直线, 电阻值可由直线的斜率来确定。



$$u(t) = Ri(t)$$

电导

- ❖ 电导(Conductance)来表征，电导用符号 G 表示，其定义为：

$$G = \frac{1}{R}$$

- ❖ 在国际单位制中电导的单位是西门子，简称西(符号为 S)，用电导表征线性电阻元件时，欧姆定律为：

$$u(t) = \frac{1}{G} i(t)$$
$$i(t) = Gu(t)$$

电阻的无记忆特性

- ❖ 根据欧姆定律，任一时刻，**线性电阻**的电压(或电流)是由同一时刻的电流(或电压)决定的。这就是说，线性电阻的电压(或电流)不能“记忆”电流(或电压)在“历史”上起过的作用。
- ❖ 这种无记忆的性质不只为线性电阻所具有。任何一个二端元件只要它的 $u(t)$ 与 $i(t)$ 之间存在着**代数关系**，不论这一关系是线性的还是非线性的，都具有这种性质。

电阻的一般定义

❖ 电阻元件定义如下：

任何一个二端元件，如果在任一时刻的电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 之间存在代数关系：

$$f(u, i) = 0$$

亦即这一关系可以由 u - i 平面(或 i - u 平面)上一条曲线所决定，不论电压或电流的波形如何，则此二端元件称为电阻元件。

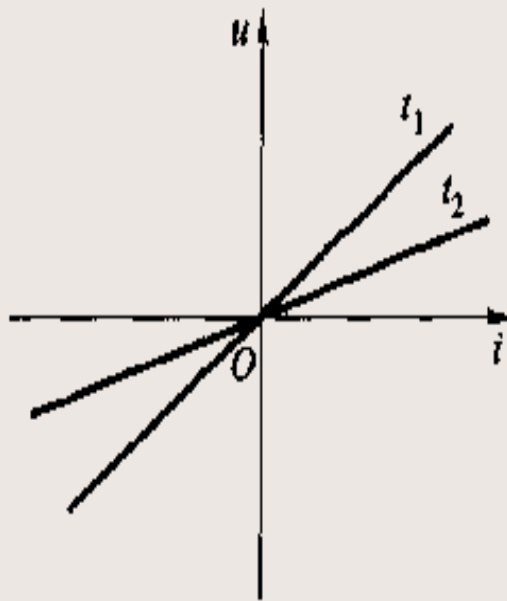
❖ 对线性电阻来说：

$$f(u, i) = u - Ri = 0$$

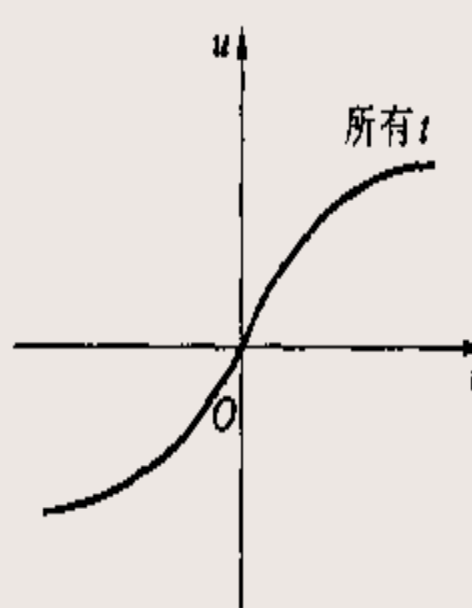
$$f(u, i) = i - Gu = 0$$

电阻分类

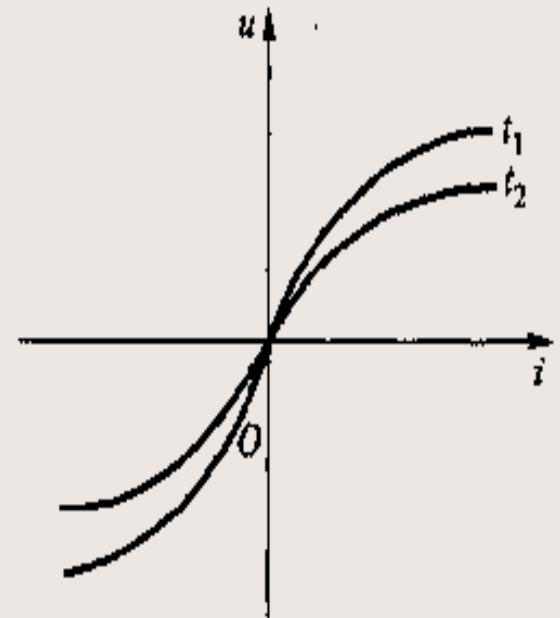
- ❖ 电阻可以是线性的或非线性的、时不变的或时变的。
- ❖ 特性曲线不随时间而变化的，称为时不变的(或称为定常的)，否则称为时变的。



线性时变电阻



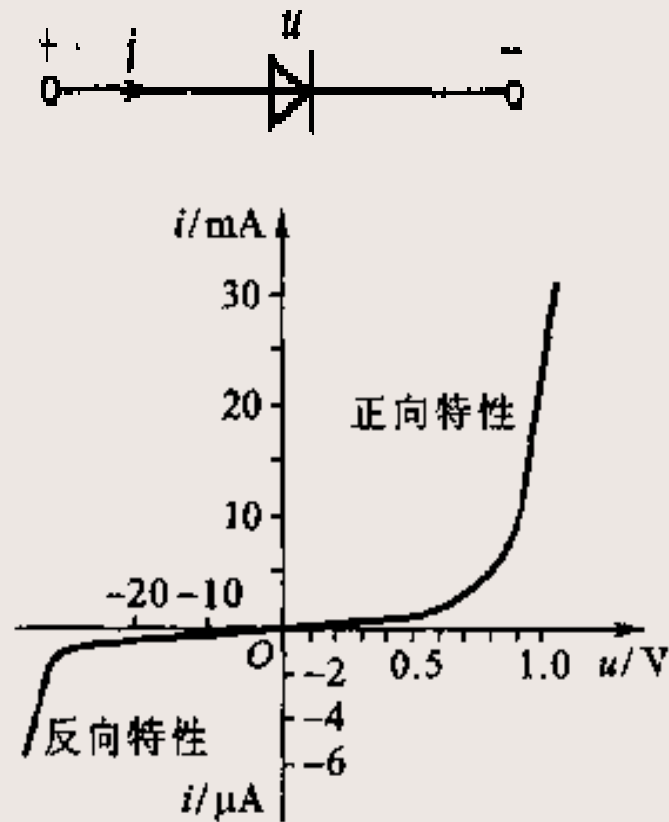
非线性时不变电阻



非线性时变电阻

二极管的伏安特性曲线

- ❖ 任何一个二端器件或装置，只要从端钮上看，能满足电阻元件的定义都可看成是电阻元件，不论其内部结构和物理过程如何。
- ❖ 半导体二极管的伏安特性曲线如图所示来表征，因而它是一个非线性电阻。电阻值随着电压或电流的大小甚至方向而改变，不是常数。
- ❖ 对坐标原点来说不对称。



电阻元件的功率

❖ 在电压和电流的关联参考方向下：

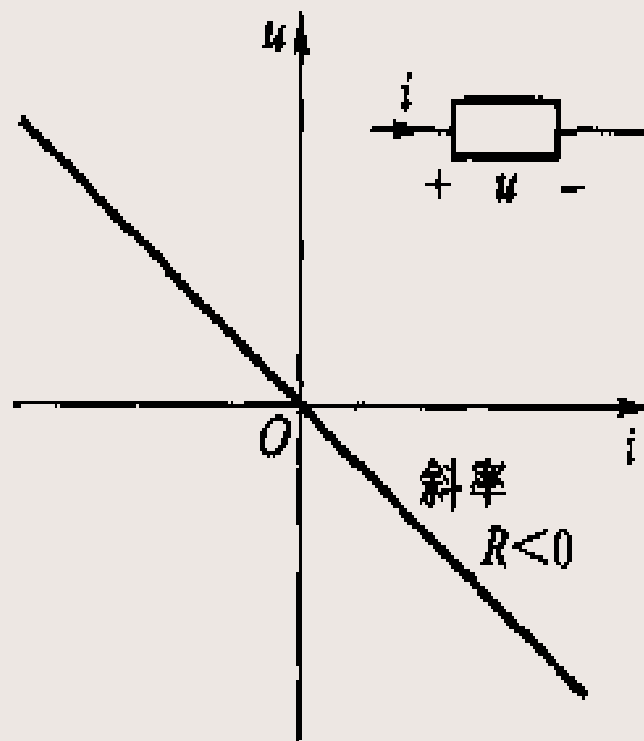
$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{i^2(t)}{G}$$

$$p(t) = \frac{u^2(t)}{R} = u^2(t)G$$

式中 $i(t)$ 是流过电阻上的电流， $u(t)$ 是电阻 R 两端的电压，若 $R \geq 0$ ，则 $p(t) \geq 0$ ，上式算得的结果即为该电阻消耗的功率。因此，若 $R \geq 0$ ，电阻元件是一种耗能元件。

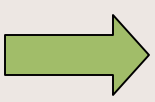
负电阻元件

- ❖ 根据电阻元件的一般定义，在 u - i 平面(i - u 平面)上用一条斜率为负的特性曲线来表征的元件也属电阻元件。
- ❖ 这种元件称为负电阻元件或负电阻。
- ❖ 由于 $R \leq 0$ ，由前式算得的功率为负值，说明该元件是提供功率的，对外电路提供能量。



线性电阻的特殊情况

❖ 开路: $R=\infty$ $i=0$
❖ 短路: $R=0$ $u=0$



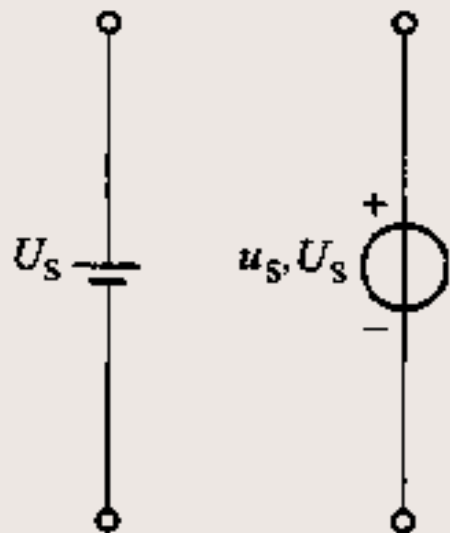
§ 1-5 电压源

- ❖ 在含电阻的电路中有电流流动时, 就会不断地消耗能量, 这就要求电路中必须要有能量来源—电源不断提供能量。
- ❖ **理想电源**自身没有能量损耗, 是从实际电源抽象出来的一种模型。
- ❖ 在理想的情况下, 每库仑的正电荷由电源的负极转移到正极时, 就能获得这一定值能量的全部, 也就是说, 电源的端电压 U_s 是定值, 其值等于电源的电动势。

电压源

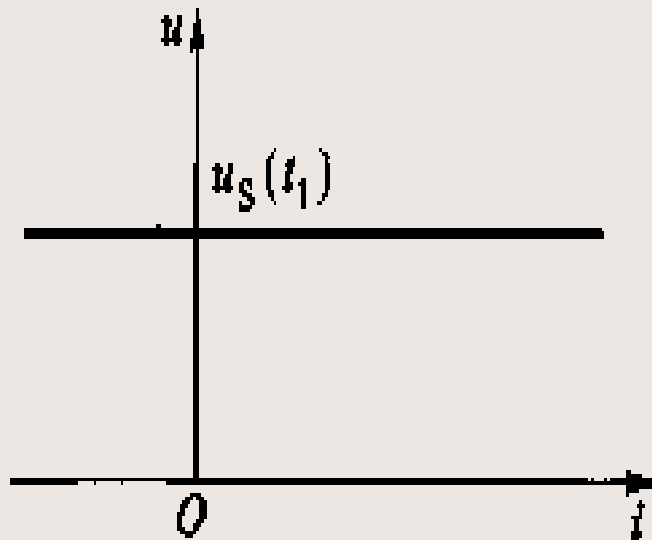
❖ 电压源有两个基本性质：

- (1) 它的端电压是定值 U_s ，或是时间函数 $u_s(t)$ ，与流过的电流无关。当电流为零时，其两端仍有电压 U_s 或 $u_s(t)$ 。
- (2) 电压源的电压是由它本身确定的，流过它的电流则是任意的。



电压源伏安特性曲线

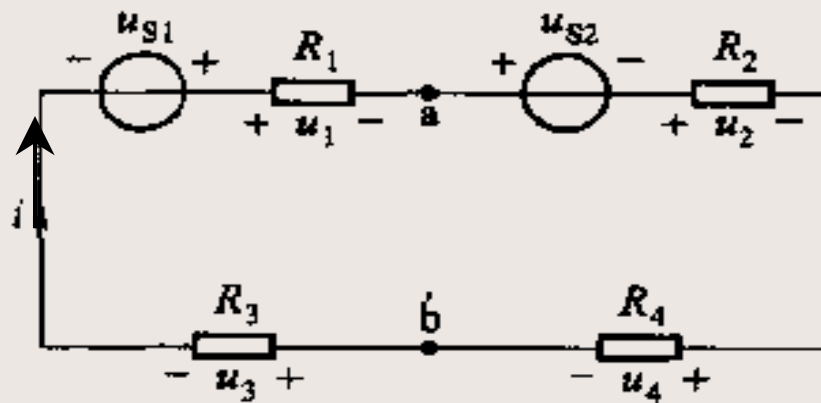
- ❖ 在 u - i 平面上，电压源在时刻 t_1 的伏安特性曲线是一条平行于 i 轴，且纵坐标为 $u_s(t_1)$ 的直线。
- ❖ 电压源特性曲线表明了电压源端电压与电流大小无关。



例

单回路电路如图所示，已知 $u_{s1}=12\text{V}$ 、 $u_{s2}=6\text{V}$ 、 $R_1=0.2\Omega$ 、 $R_2=0.1\Omega$ 、 $R_3=1.4\Omega$ 、 $R_4=2.3\Omega$ 。求电流 i 及电压 u_{ab} 。

解 根据基尔霍夫定律和元件的电压电流关系。设电流参考方向如图所示，相应地标出各电阻上电压的参考极性。



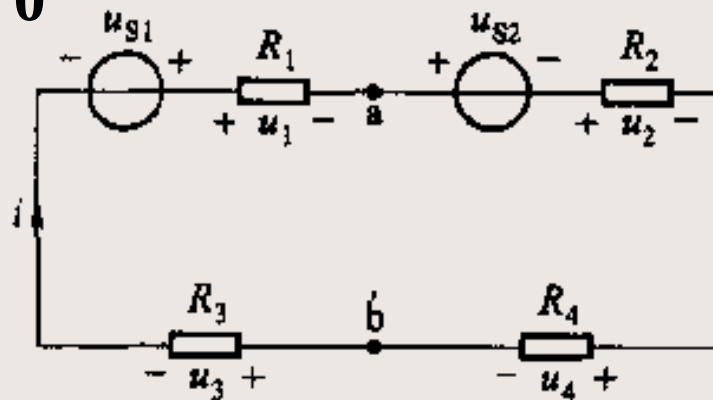
$$u_{s2} + u_2 + u_4 + u_3 - u_{s1} + u_1 = 0$$

解答

由欧姆定律得电阻元件的电压电流关系：

$$u_{s2} + R_2 i + R_4 i + R_3 i - u_{s1} + R_1 i = 0$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{u_{s1} - u_{s2}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \\ &= \frac{12 - 6}{0.2 + 0.1 + 1.4 + 2.4} \text{ A} = 1.5 \text{ A} \end{aligned}$$



根据图中标极性，循着右边路径计算可得：

$$\begin{aligned} u_{ab} &= u_{s2} + u_2 + u_4 \\ &= u_{s2} + R_2 i + R_4 i \\ &= 6 + 0.1 \times 1.5 + 2.3 \times 1.5 = 9.6 \text{ V} \end{aligned}$$

例

求图中直流电阻电路中的 U_2 、 I_2 、 R_2 、 R_1 及 U_s 。

解 I_2 为流过 $2\ \Omega$ 电阻的电流，由欧姆定律可得：

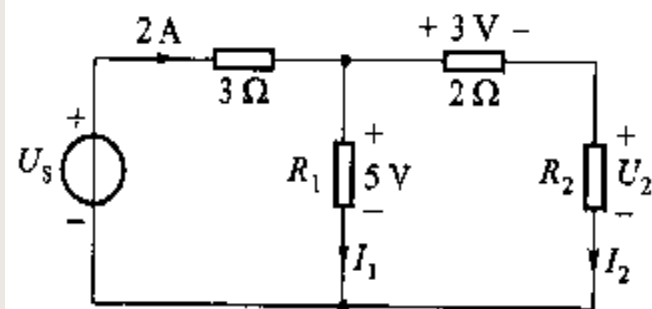
$$I_2 = \frac{3}{2} A = 1.5 A$$

R_1 、 R_2 和 $2\ \Omega$ 电阻共同组成一个回路，由KVL可得

$$U_2 - 5V + 3V = 0$$

$$U_2 = 2V$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{2}{1.5} \Omega = 1.33 \Omega$$



由KCL可得

$$2A - I_1 - I_2 = 0$$

$$2A - I_1 - 1.5A = 0$$

$$I_1 = 0.5A$$

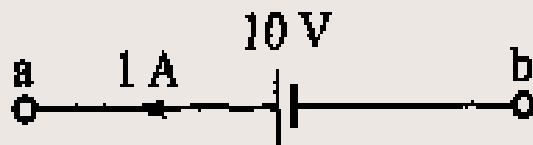
由欧姆定律可得

$$R_1 = \frac{5}{0.5} \Omega = 10 \Omega$$

$$U_s = 3 \times 2V + 5V = 11V$$

练习题

求下列各段电路的 U_{ab}



(a)



(b)



(c)



(d)

(10V; 10V; 10V; -10V)

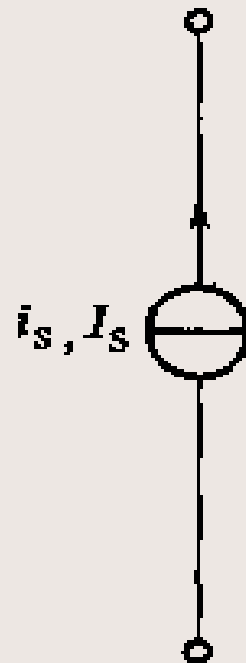
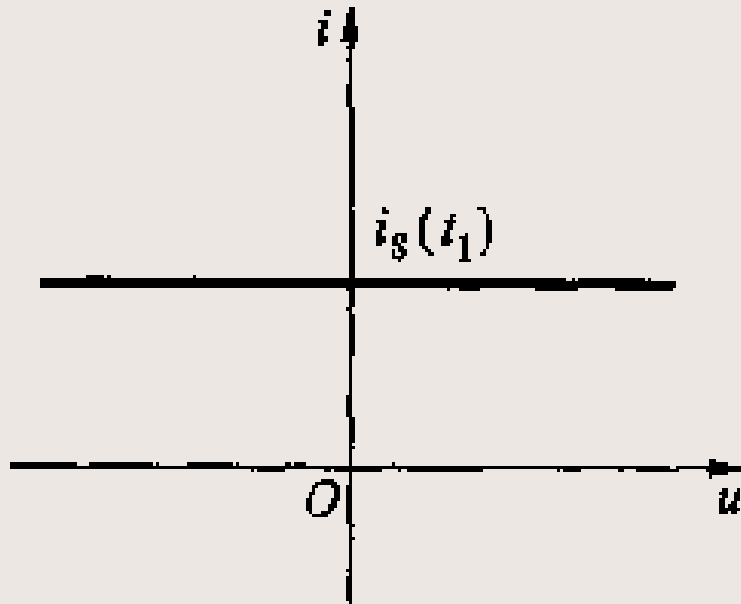
§ 1-6 电流源

❖ 电流源有两个基本性质：

- (1) 它发出的电流是定值 I_s ，或是时间函数 $i_s(t)$ ，与两端的电压无关。当电压为零时，它的电流仍为 I_s 或 $i_s(t)$ 。
 - (2) 电流源的电流是由它本身确定的，它两端的电压由与之相连接的外电路来决定。
- ❖ 电流源两端电压可以有不同的极性。因而电流源既可以对外电路提供能量，也可以从外电路接受能量，视电压的极性而定。

电流源的伏安特性曲线

- ❖ 在 u - i 平面上，电流源在时刻 t_1 的伏安特性曲线是一条平行于 u 轴且纵坐标为 $i_s(t_1)$ 的直线，特性曲线表明了电流源电流与端电压大小无关。



例

计算如图所示电路中 3Ω 电阻的电压以及电流源的端电压及功率。

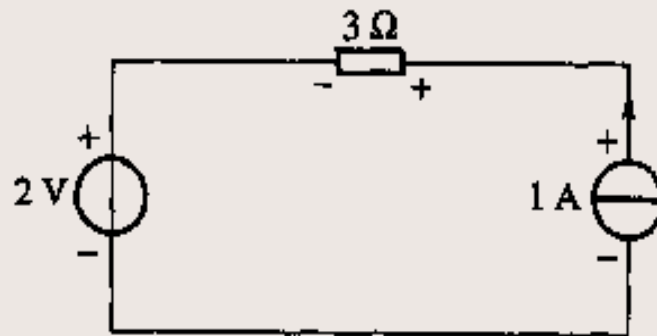
解 与电流源串联的元件，其电流即为电流源的电流。故知，流过 3Ω 电阻的电流为 1A ，其电压为：

$$V_R = I \times R = 3\text{V}$$

极性如图所示。

电流源电压：

$$V_I = V_U + V_R = 2 + 3 = 5\text{V}$$

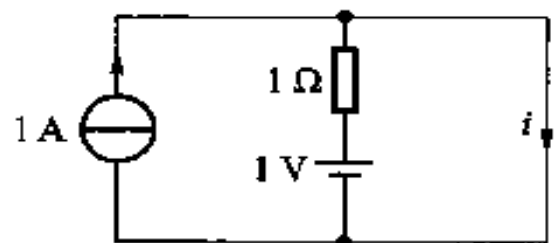
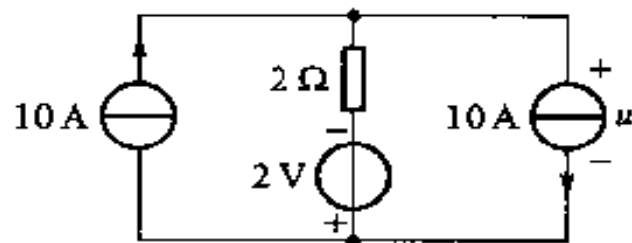
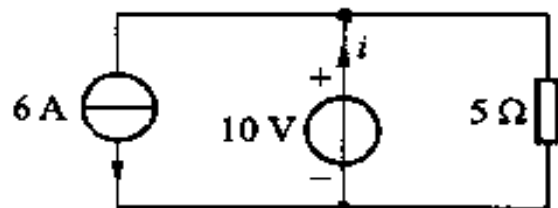
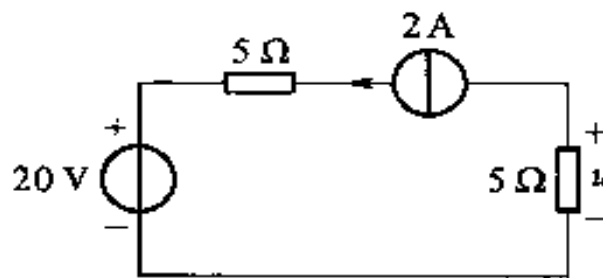
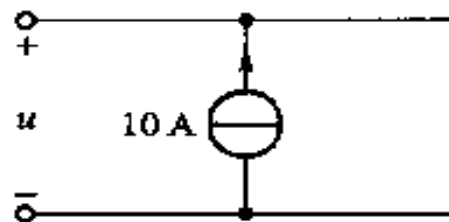
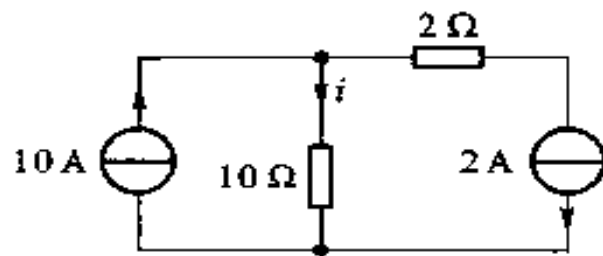


电流源功率(非关联参考方向)

$$P = -V_I \times I = -5 \times 1 = -5\text{W}$$

思考题

试回答图中所示各电路中的 u 及 i 为多少。



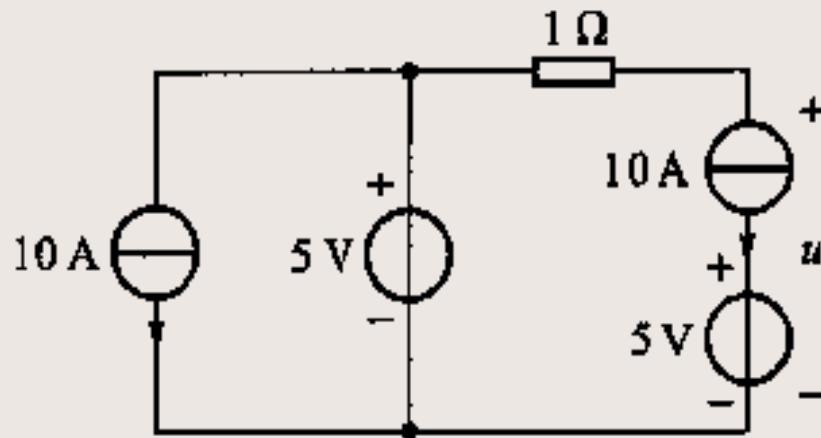
练习题

求图中所示电路中的 u 。

解：

因无法确定10A电流源的电压，所以不能直接将电流源的电压和电压源相加。

可以通过左边的支路进行计算，即先算电阻的电压，再加5V。



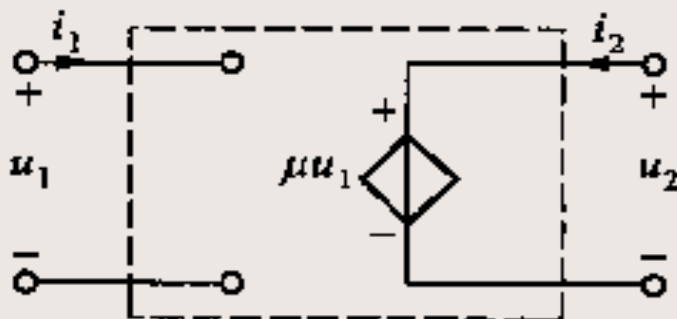
$$u = 5V + (-10 \times 1) = -5V$$

§ 1-7 受控源

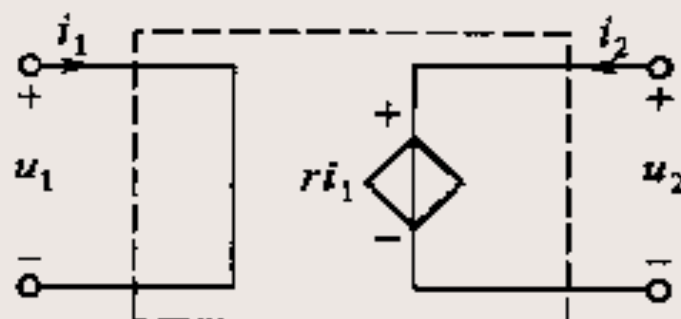
- ❖ 受控源是一种双口元件，它含有两条支路，其一为控制支路，这条支路或为开路或为短路；另一为受控支路。
- ❖ 受控支路或用一个受控“电压源”表明该支路的电压受控制的性质，或用一个受控“电流源”表明该支路的电流受控制的性质。
- ❖ 受控源不是严格意义上的电源。
- ❖ 受控源用菱形符号表示。

4种类型受控源

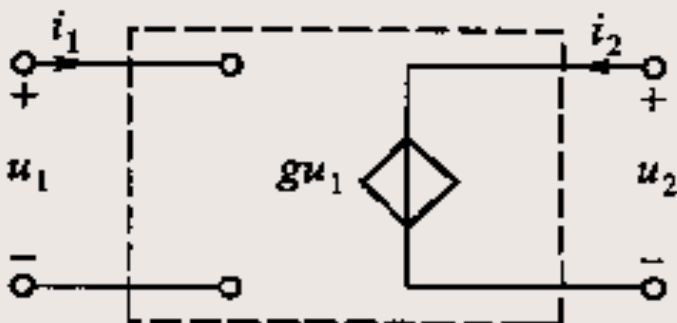
(电)压控(制)电压源(VCVS)，流控电压源(CCVS)，压控电流源(VCCS)和流控电流源(CCCS)。



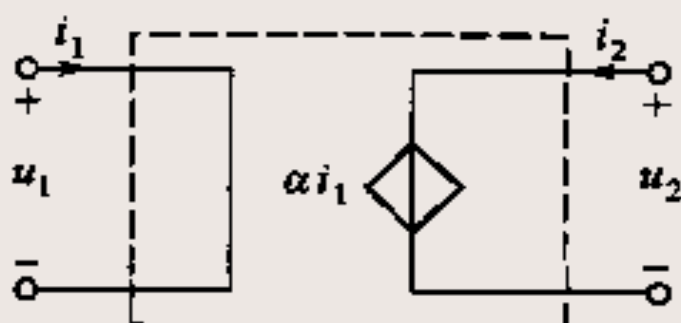
(a)



(b)



(c)



(d)

受控源数学表示

受控源是一种双口电阻元件，由两个代数方程定义：

$$f_1(u_1, u_2, i_1, i_2) = 0$$

$$f_2(u_1, u_2, i_1, i_2) = 0$$

$$\begin{array}{ll} \text{VCVS} & f_1(u_1, u_2, i_1, i_2) = i_1 = 0 \\ & f_2(u_1, u_2, i_1, i_2) = u_2 - \mu u_1 = 0 \end{array}$$

$$\text{CCVS} \quad u_1 = 0 \quad u_2 - r i_1 = 0$$

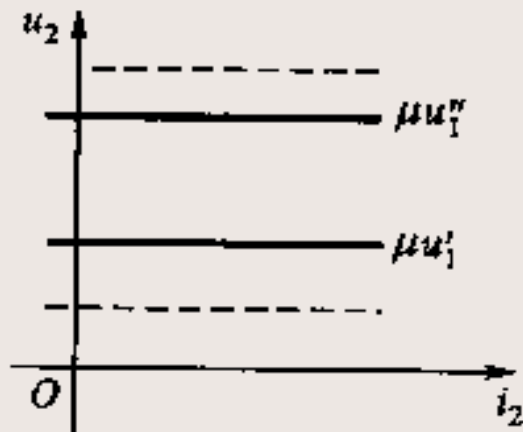
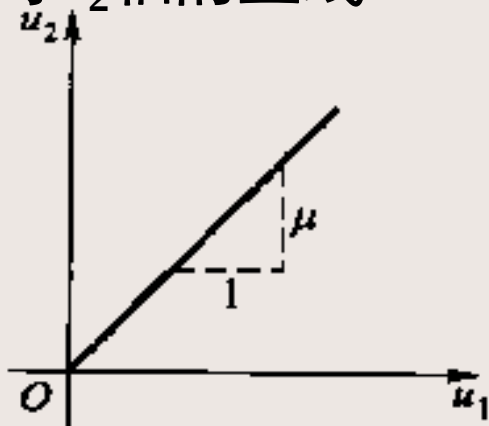
$$\text{VCCS} \quad i_1 = 0 \quad i_2 - g u_1 = 0$$

$$\text{CCCS} \quad u_1 = 0 \quad i_2 - \alpha i_1 = 0$$

各式中 μ 称为转移电压比、 r 称为转移电阻、 g 称为转移电导、 α 称为转移电流比。

受控源转移特性和输出特性

- ❖ 若线性受控源的参数不随时间而变，则该受控源就是一种线性、时不变、双口电阻元件。
- ❖ VCVS为例，下图反映的 u_2 与 u_1 的约束关系，它是一条通过原点、斜率为 μ 的直线。由于控制电压 u_1 和受控电压 u_2 不在同一端口，这是一种转移的约束关系，称为转移特性。
- ❖ 输出特性 u_2-i_2 ，它们是一族对应于不同控制电压 u_1 且平行于 i_2 轴的直线。



受控源功率

❖ 采用关联参考方向. 受控源吸收的功率为:

$$p(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t)$$

❖ 由于控制支路不是开路($i_1=0$), 便是短路($u_1=0$), 所以, 对所有四种受控源, 其功率为:

$$p(t) = u_2(t)i_2(t)$$

例

VCVS连接于信号电压源 u_s 与负载电阻 R_L 之间， R_s 为信号电压源的内阻。试求负载电压 u_o 与信号电压 u_s 的关系，并求受控源的功率。

解 由KVL可得：

$$\mu u_1 - u_o = 0$$

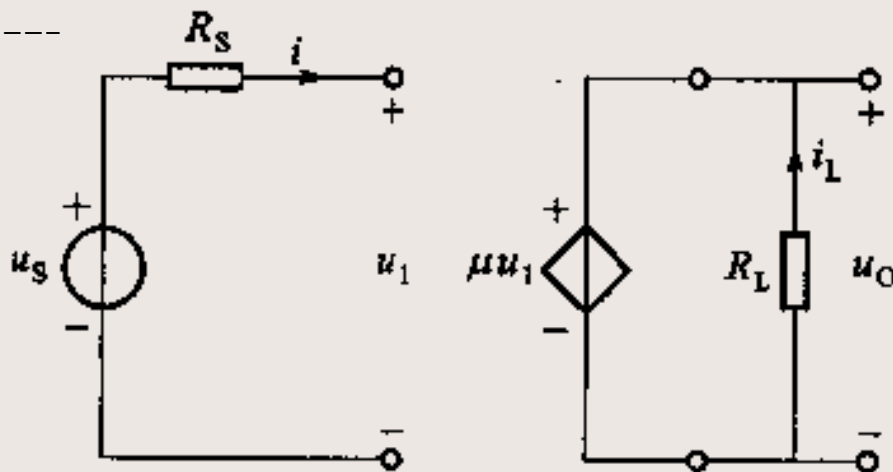
由于 $i=0$ ，可得

$$u_1 = u_s$$

$$u_o = \mu u_s$$

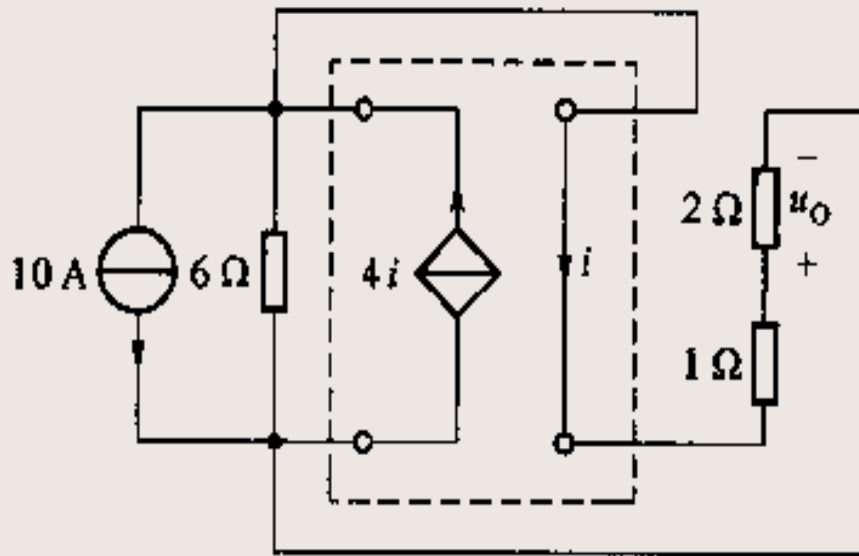
受控支路电压和电流为关联参考方向，其功率为：

$$p = \mu u_1 i_L = \mu u_1 \left(-\frac{\mu u_1}{R_L} \right) = -\frac{(\mu u_s)^2}{R_L}$$

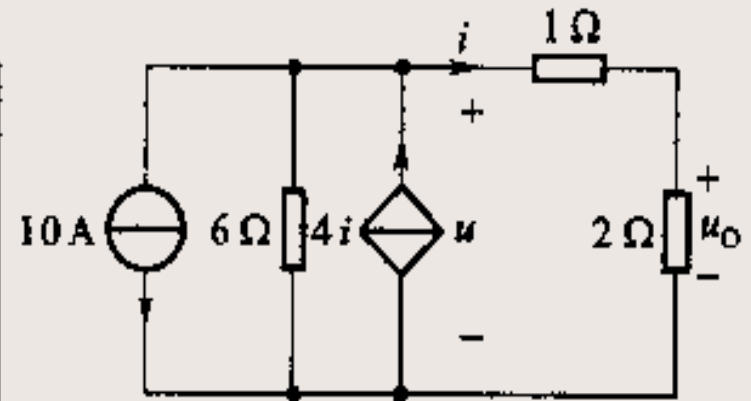


例

含CCCS电路如图所示，试求电压 u_o 和流经受控源的电流。



(a)



(b)

解答

- ❖ 含受控源电路仍需满足两类约束。在列写 KVL 、 KCL 方程时，要把受控源暂时看作独立源。本题把受控源看作是电流为 $4i$ 的电流源，可得：

$$\frac{u}{6} + \frac{u}{1+2} - (4i) + 10 = 0$$

- ❖ 列出方程后，必须找出控制量(本题为 i)与求解量(本题为 u)的关系，代入写出的方程才能求得答案。

- ❖ 解得： $i = \frac{u}{3}$

$$u = 12V$$

$$i = 4A$$



$$u_o = (2\Omega)i = 8V$$

$$4i = 16A$$

练习题

求各元件的功率。

解：因电流源串联在电路中，
所以 R 上的电压为：

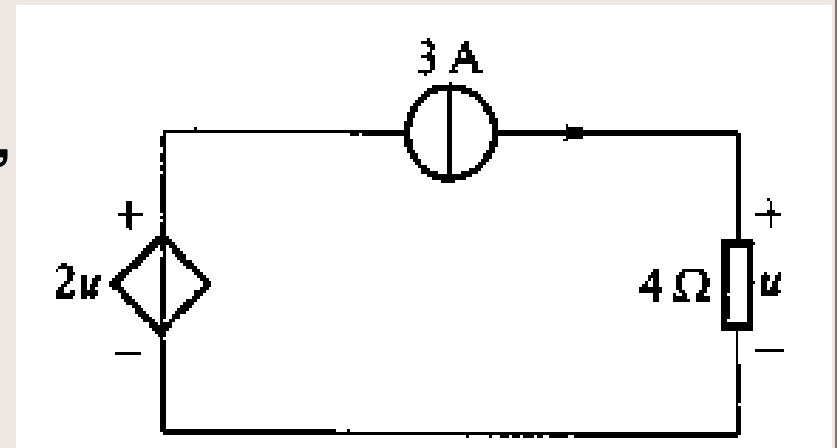
$$u = 3 \times 4 = 12V$$

$$p_R = i \times u = 3 \times 12 = 36W$$

$$p_i = i \times (2u - u) = 36W$$

由于受控源为非关联方向：

$$p_u = -i \times 2u = -72W$$

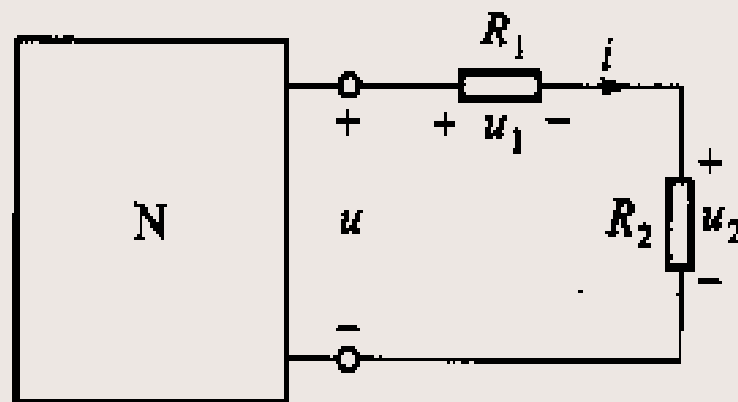


§ 1-8 分压公式和分流公式

❖ 串联电路的分压公式

若有 n 个电阻串联，第 k 个电阻的电压为：

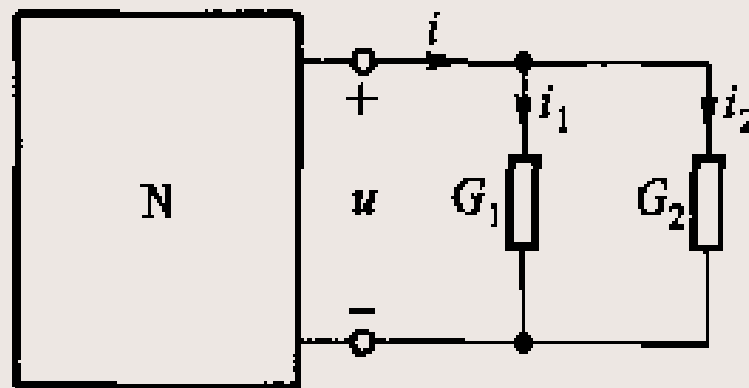
$$u_k = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^n R_k} u$$



❖ 并联电路的分流公式

若有 n 个电阻并联，第 k 个电阻的电流为：

$$i_k = \frac{G_k}{\sum_{k=1}^n G_k} i$$



串联电路的分压公式

电路中，两个串联电阻的总电压为 u ，流过同一电流 i ，显然，每个电阻的电压只是总电压的一部分。

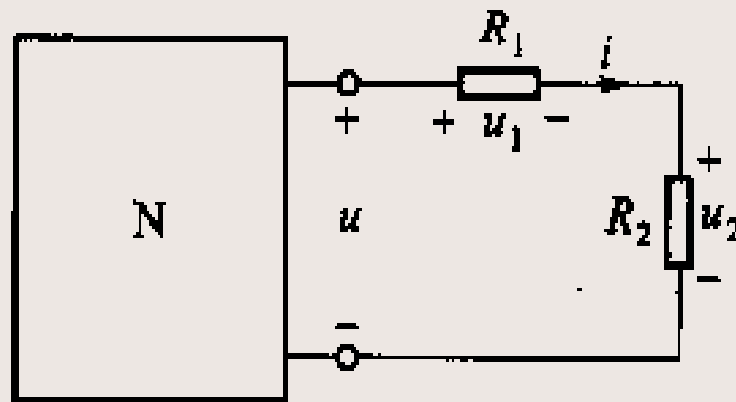
由KVL及欧姆定律得：

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 \\ &= R_1 i + R_2 i \end{aligned}$$

$$i = \frac{u}{R_1 + R_2}$$

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

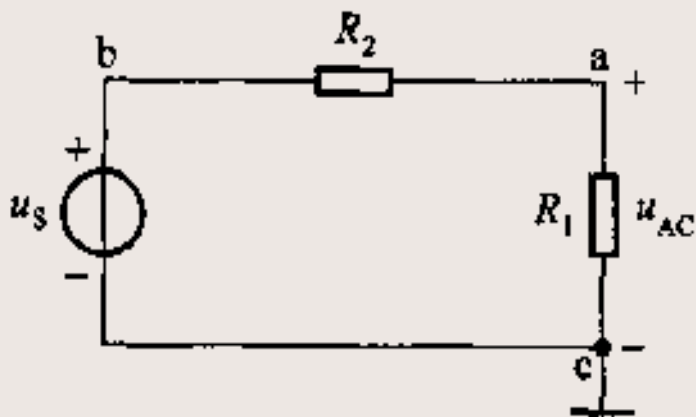


若有 n 个电阻串联，则第 k 个电阻的电压为：

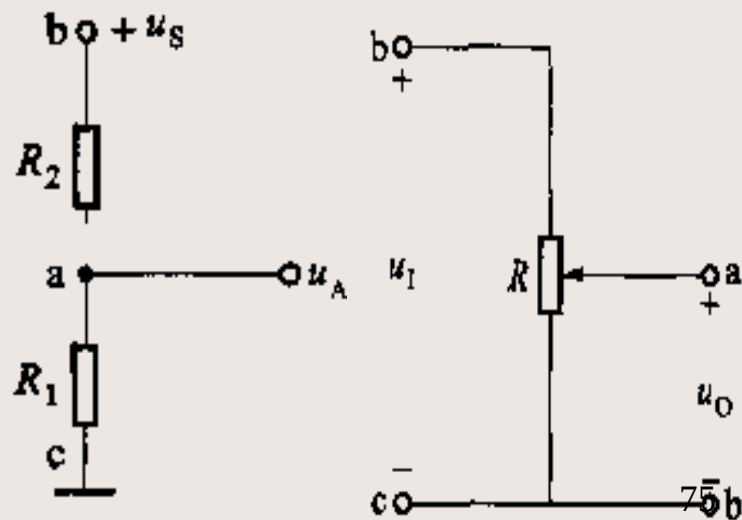
$$u_k = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^n R_k} u$$

分压电路的习惯表示形式

- ❖ 机壳称为“地”(Gound)，又称为电路的参考节点，参考点是节点电压的“-”端。
- ❖ 各节点至参考节点间的电压降定义为该点的节点电压。a点的节点电压即为a点至参考点c的电压降 u_{ac} ，可记为 u_{na} ，也可记为 u_a
- ❖ 参考节点c的电压 $u_c = u_{cc} = 0$ ，故参考节点又称为“零点”或“零电位点”。



(a)



(b)

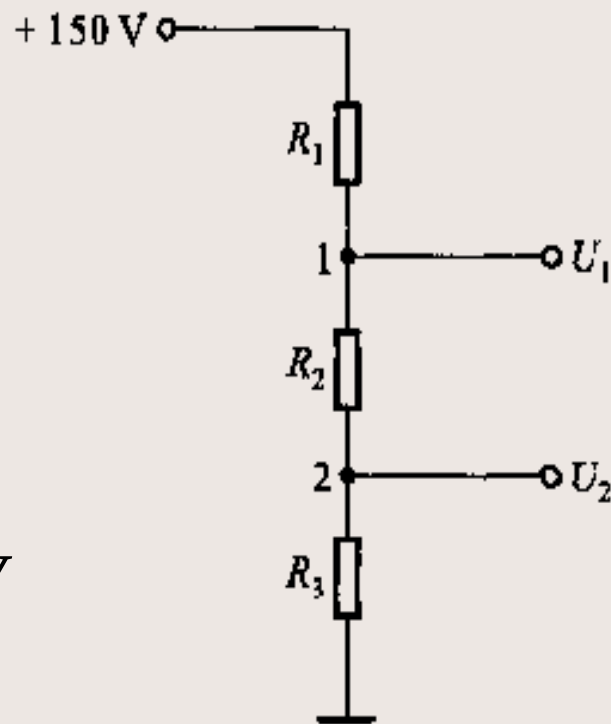
例

空载直流分压电路如图所示，
 $R_1=R_2=R_3=100\Omega$ ，求 U_1 及 U_2 。

解 注意 U_1 、 U_2 均指节点1、2分别至参考点的电压， U_1 并非是 R_2 两端的电压，而是 R_2+R_3 两端的电压：

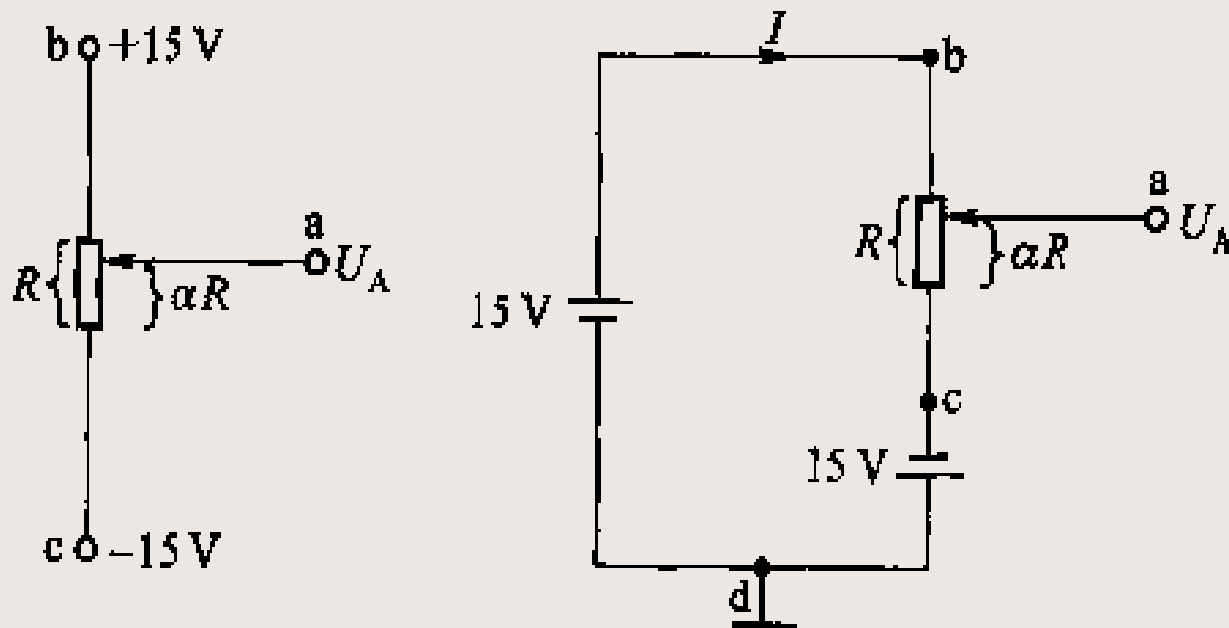
$$U_1 = 150 \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V = 100V$$

$$U_2 = 150 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V = 50V$$



例

电路为双电源直流分压电路，试说明 U_A 可在 $+15\text{V}$ 至 -15V 间的连续变化。电位器电阻为 R ， α 表示ac间的电阻在电位器总电阻 R 中所占比例的数值， $0 < \alpha < 1$ 。



解答

解：设电流 I 的参考方向如图中所示，由 KVL 及欧姆定律可得

$$RI - 15V - 15V = 0$$

$$I = \frac{30}{R}V$$

$$U_A = U_{AD} = \alpha RI - 15V = (30\alpha - 15)V$$

实际上利用分压公式可以直接得到

$$\begin{aligned} U_a &= U_{bc} \frac{\alpha R}{(1 - \alpha)R + \alpha R} + U_c \\ &= (15 - (-15)) \times \alpha - 15 \\ &= 30\alpha - 15 \end{aligned}$$

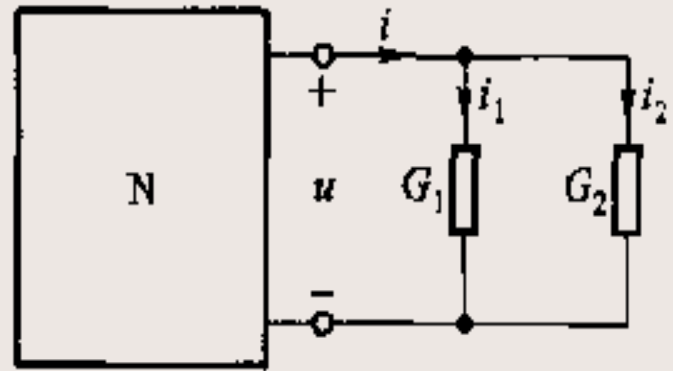
并联电路分流公式

- ❖ 两个并联电阻的总电流为 i ，两端的电压同为 u 。
- ❖ 每个电阻的电流只是总电流的一部分，并联电阻电路具备对总电流的分流作用。
- ❖ 用电导表示电阻元件，由 *KCL* 及欧姆定律得

$$i = i_1 + i_2 = G_1 u + G_2 u = (G_1 + G_2) u$$

$$u = \frac{i}{G_1 + G_2} \quad \Rightarrow \quad i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i \quad i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i$$

并联电路中的任一电导的电流等于总电流乘以该电导对总电导的比值。



并联电路的分流公式

若有 n 个电阻并联，第 k 个电阻的电流为：

$$i_k = \frac{G_k}{\sum_{k=1}^n G_k} i$$

电阻串联和并联公式

❖ 电阻串联求和公式

若有 n 个电阻 R_i 串联，总电阻的 R_Σ 为：

$$R_\Sigma = \sum_{i=1}^n R_i$$

❖ 电阻并联求和公式

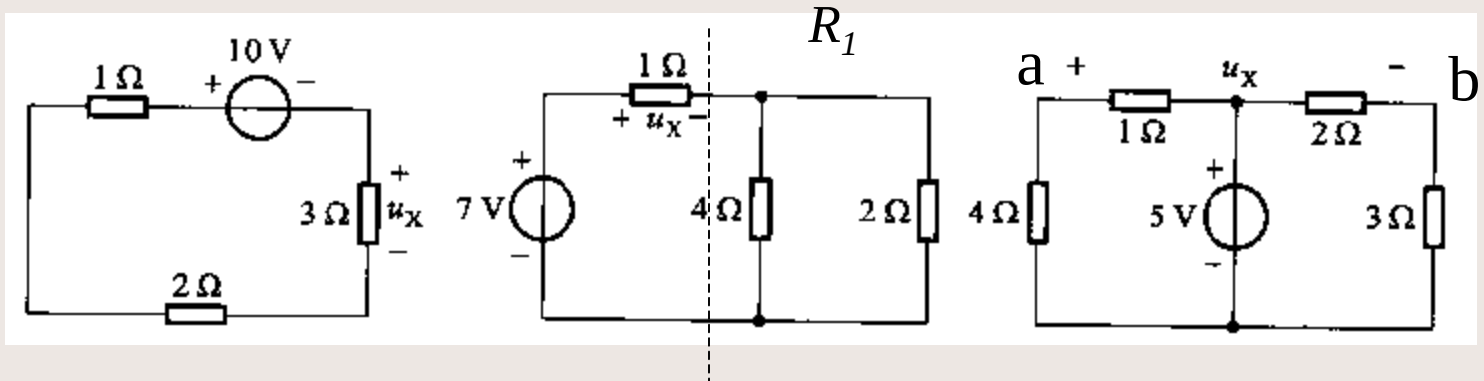
若有 n 个电阻 R_i 并联，总电阻的 R_Σ 为：

$$\frac{1}{R_\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$G_\Sigma = \sum_{i=1}^n G_i$$

练习题

求图所示各电路中的 u_x 。



$$u_x = -10 \times \frac{3}{1+2+3} = -5V$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \quad R_1 = \frac{4}{3} \Omega$$

$$u_x = 7 \times \frac{1}{1 + \frac{4}{3}} = 3V$$

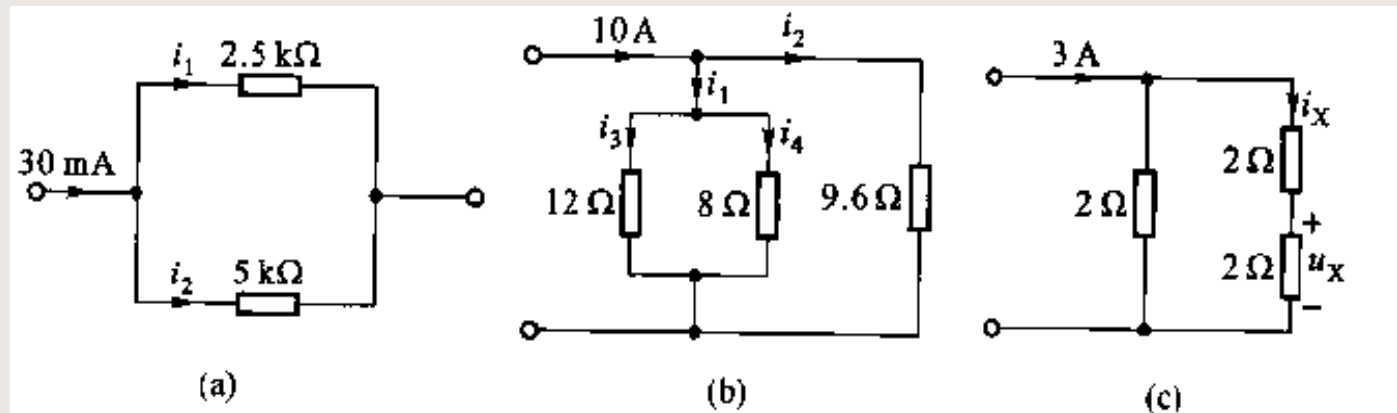
$$u_a = 5 \times \frac{4}{4+1} = 4V$$

$$u_b = 5 \times \frac{3}{3+2} = 3V$$

$$u_x = u_a - u_b = 1V$$

练习题

求图(a)中的 i_1 和 i_2 ；图(b)中的 i_1 、 i_2 和 i_3 ；图(c)中的 i_x 和 u_x 。



$$i_1 = 30 \times \frac{\frac{1}{2.5}}{\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5}} = 20 \text{ mA}$$

$$i_2 = 30 \times \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5}} = 10 \text{ mA}$$

如法炮制

先算 i_x ，再算 u_x

§ 1-9 两类约束 KCL、KVL方程的独立性

- ❖ **KCL、KVL和元件的VAR**是对电路中各电压变量、电流变量施加的**全部约束**。
- ❖ 两类约束
 1. 来自元件的相互连接方式：与一个节点相连接的各支路，其电流必须受到**KCL**的约束；与一个回路相联系的各支路，其电压必须受到**KVL**的约束。这种只取决于互连形式的约束，称为**拓扑约束**。
 2. 来自元件的性质：每种元件的电压、电流形成一个约束，这种只取决于元件性质的约束，称为**元件约束**。

两类约束

- ❖ 根据这两类约束关系，可以列出联系电路中所有电压变量、电流变量的足够的**独立方程组**。
- ❖ 具体说，对一个具有 b 条支路的电路，可以列出联系 b 个支路电流变量和 b 个支路电压变量所需的 $2b$ 个独立方程式。
- ❖ 电路分析的典型问题是：给定电路的结构、元件的特性以及各独立电源的电压或电流，求出电路中所有的支路电压和支路电流，或某些指定的支路电压、支路电流。
- ❖ 两类约束是解决集总电路问题的基本依据。

4个节点、5个支路的独立方程

依次对节点1、2、3、4运用
*KCL*可得

$$i_0 - i_1 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_2 + i_4 = 0$$

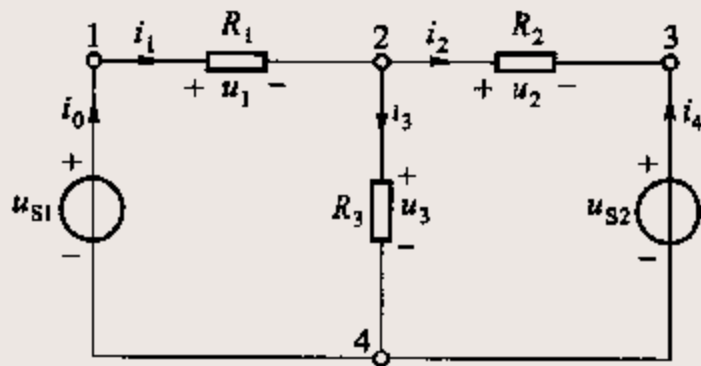
$$-i_0 + i_3 - i_4 = 0$$

这4个方程式中只有3个
是独立的.

运用*KVL*可得

$$u_1 + u_3 - u_{s1} = 0$$

$$-u_3 + u_2 + u_{s2} = 0$$



由5条支路所得的VAR为

$$u_1 = R_1 i_1$$

$$u_2 = R_2 i_2$$

$$u_3 = R_3 i_3$$

$$u_{s1} = \text{给定的输入}$$

$$u_{s2} = \text{给定的输入}$$

推论

- ❖ 在一般情况下，如果电路有 b 条支路，则有 $2b$ 个电压、电流变量，需用 $2b$ 个联立方程来反映它们的全部约束关系。
- ❖ 由 b 条支路的 VAR 可得到 b 个方程，其余的 b 个独立方程，则恰好可以由 KCL 及 KVL 提供。

证明 (1)

(1) 设电路的节点数为 n 。则独立的KCL方程为 $(n-1)$ 个，且为任意的 $(n-1)$ 。

论证：每一支路接在两个节点之间，因而每一支路电流对一个节点为流出(设为 $+i_j$)，则对另一个节点为流入($-i_j$)。因此，如为所有的节点写KCL方程，每一支路电流将出现两次，一次为正，一次为负。

所有 n 个节点的KCL方程之和为：

$$\sum_{k=1}^n (\sum i)_k = \sum_{j=1}^b [(+i_j) + (-i_j)] \equiv 0$$

表明对电路的每一个节点写出KCL方程，则所得的 n 个方程是非独立的(线性相关)。去掉任意一个，余下的 $(n-1)$ 个方程一定是互相独立的。

证明 (2)

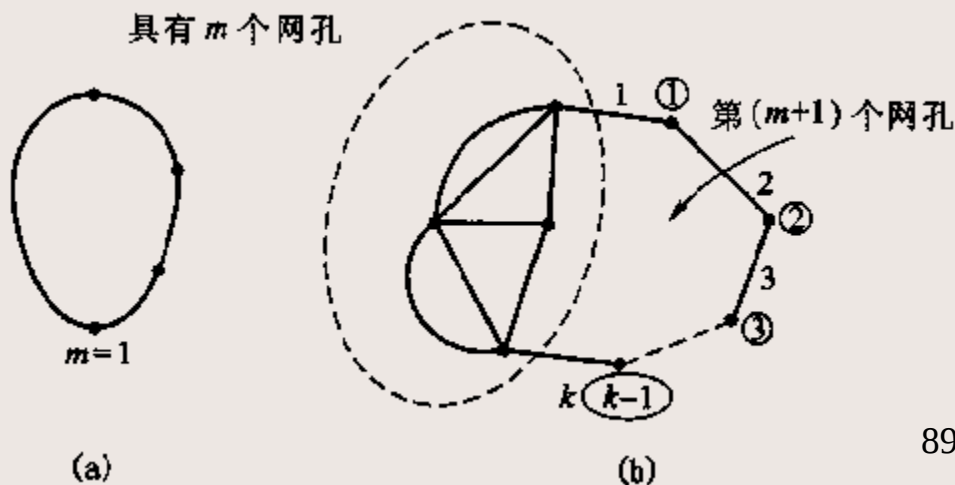
(2)给定一平面电路(包含 b 条支路):

(a)该电路有 $[b-(n-1)]$ 个网孔;

(b) $[b-(n-1)]$ 个网孔的KVL方程是独立的。

论证: 平面电路网孔数 $m=b-(n-1)$, 用数学归纳法证明。

- 当 $m=1$ 时, 由图(a)可知. 这一关系式无疑是正确的。
- 若对一个具有 m 个网孔的电路, 该式正确, 则当电路改为 $(m+1)$ 个网孔时, 该式仍然正确, 见图(b)。



证明 (续)

可以在现存的节点之间加上一条支路使网孔数增加1个；也可加上 k 条串联支路，这些支路经过 $(k-1)$ 个节点与原来的电路相连，也能使网孔增加1个。

如令新电路的网孔数为 m' ，支路数为 b' ，节点数为 n' ，则显然：

$$m' = m + 1, b' = b + k, n' = n + (k - 1)$$

由于 $m = b - (n - 1)$

$$m' = m + 1 = b - (n - 1) + 1$$

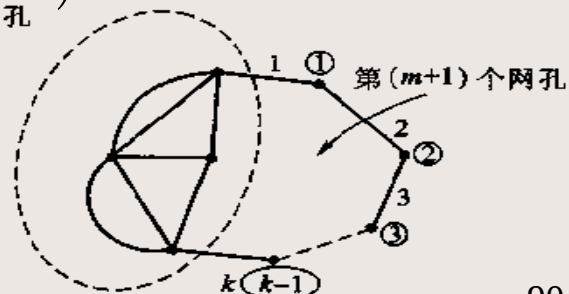
$$= b' - k - n' + k + 1 = b' - (n' - 1)$$

具有 m 个网孔

网孔数的公式依然正确。



(a)



(b)

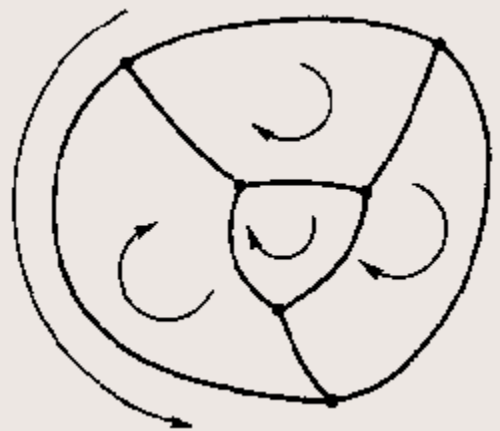
证明 (续)

在平面电路中，每一支路或为两网孔所共有，或只属于电路的边界。如把边界也看成是一个包围外部“空间”的网孔，称为外沿网孔，则所有支路都将为两个网孔所共有。设电路的网孔数为 m ，则包括外沿网孔在内的 $(m+1)$ 个网孔的KVL方程之和为

$$\sum_{k=1}^n (\sum u)_k = \sum_{j=1}^b [(+u_j) + (-u_j)] \equiv 0$$

每一支路电压出现两次，一次为正，一次为负，互相抵消之故。因此， $(m+1)$ 个KVL网孔方程是非独立的。

如去掉一个网孔方程，其余 m 个网孔方程是独立的。



证明 (3)

(3)综上所述，对 n 个节点、 b 条支路的电路，由KCL及KVL可以得到的独立方程总数是 b 个。因为

$$n-1+m=n-1+b-(n-1)=b$$

由支路的VAR可列出其中的 b 个。

根据两类约束列出支路电压变量、支路电流变量的联立方程组，从而求得未知电压、电流的方法常称为 $2b$ 法。

若在 b 条支路中，独立电压源支路及独立电流源支路的总数为 b_s ，则在 $2b$ 法中

$$\text{未知电压、电流数} = 2b - b_s$$

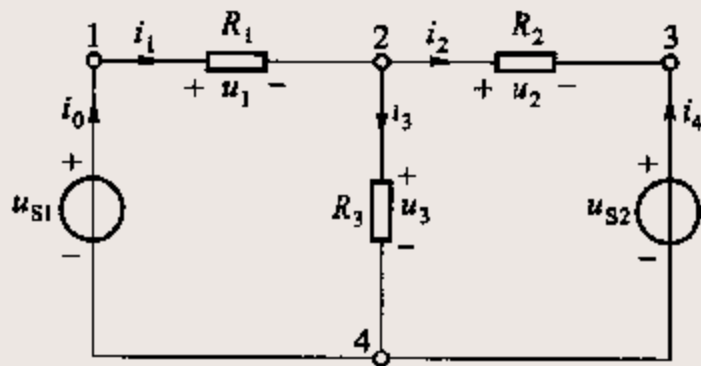
由KCL及KVL可列出 b 个，由非电源支路的VAR可列出其中的 $(b-b_s)$ 个。

§ 1-10 支路电流法和支路电压法

- ❖ 支路电流法和支路电压法，在分析电路时所需的联立方程数可比 $2b$ 法所需者少。
- ❖ 各电阻支路的电流与电压是由相应支路的VAR相联系的。一旦求得各电阻支路电流，各电阻支路电压立即可由相应支路的VAR求得；反之，一旦求得各电阻支路电压，各电阻支路电流也可由相应支路的VAR立即求得。
- ❖ 电阻的VAR是已知的，因此可以只求支路电流或电阻支路电压。

具体示例

- ❖ 如以电阻支路电流(或支路电压)和电压源支路电流为未知量, 所需联立方程式为 $b=5$ 个, 少于 $2b$ 法中的 $2b-b_s=8$ 个联立方程式。



解:以电阻和电压源支路的电流 i_1 、 i_2 、 i_3 、 i_4 、 i_0 为未知量, 仍按任意三个节点写出三个KCL方程,

$$i_0 - i_1 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_2 - i_4 = 0$$

VAR代入KVL式得

$$R_1 i_1 + R_3 i_3 - u_{S1} = 0$$

$$-R_3 i_3 + R_2 i_2 + u_{S2} = 0$$

具体示例

❖ 也可以将VAR关系代入KCL方程中：

$$i_0 - i_1 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_2 - i_4 = 0$$



$$i_0 - \frac{u_1}{R_1} = 0$$

$$\frac{u_1}{R_1} - \frac{u_2}{R_2} - \frac{u_3}{R_3} = 0$$

$$\frac{u_2}{R_2} + i_4 = 0$$

运用KVL:

$$u_1 + u_3 - u_{s1} = 0$$

$$-u_3 + u_2 + u_{s2} = 0$$

支路电流法和支路电压法常称为1b法。

练习题

用支路电流法求解电路的各支路电流。

解：根据KCL方程

$$i_3 = i_1 + i_2$$

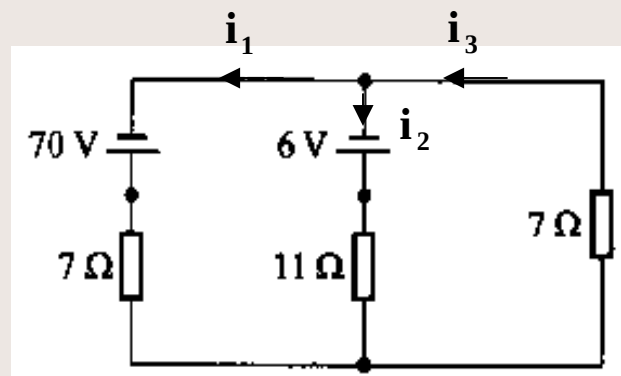
根据KVL和VAR得

$$-70 + 7i_1 + 7i_3 = 0$$

$$-6 + 11i_2 + 7i_3 = 0$$

3个方程连立，解得

$$i_1=6A, i_2=-2A, i_3=4A$$



作业

习题一

1, 4, 6, 7, 12, 16, 21, 23, 32