

电路分析简介



向学生澄清以下定义。

E = 直流电压。 $\vec{E}$ = 矢量电压。 $v(t)$ = 时变电压。 I 、 $\vec{I}$ 和 $i(t)$ = 电流。

► 基本物理量

可以根据基本 SI 单位或派生量进行验证的特性。

库仑 (派生量) (C) – 1 安培秒。大约 6.24×10^{18} 个电子所带的电荷。一个电子所带的电荷为 $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 。

电压 (派生量) (V 或 E) – 1 伏特等于通过 1 安培电流时为产生 1 瓦特负载所需的电动势 (EMF)。

电阻 (派生量) (R) – 1 欧姆等于通过 1 安培电流时为产生 1 伏特电压所需的电阻。

电流 (基本量) (I) – 这是 SI 单位的一个基本标准，是在间隔 1 米的两根平行的、无

限长的细导线之间产生每米 2×10^{-7} 牛顿的力所需的电流。它也等于 1 库仑/秒。

电容 (派生量) (C) – 1 法拉等于电压为 1 伏特时能够储存 1 库仑电荷的电容器的电容。 $C = Q / V$

电感 (派生量) (L) – 电感等于电路中的磁通量与流过该电路的电流之比。

$$L = \Phi / I$$

当通过闭合回路的电流以 1 安培/秒的速度变化时，1 亨利电感可以提供 1 伏特的电压。

功率 (派生量) (P) – 1 瓦特相当于每秒消耗 1 焦耳的功率值。通常定义为 $\vec{P} = \vec{E}\vec{I}$ 。

无功功率在负载下不会转换为热能。 $\text{Re}(\vec{P})$ 在无源电路中始终为正值。

能量 (派生量) (E) – 1 焦耳相当于在 1 牛顿力 (kg m/sec^2) 的作用下移动 1 米所消耗的能量。
或者

$$J = \int P(t) dt$$

1 千瓦时等于 3.6×10^6 焦耳。

频率 (派生量) – 频率 (f) 是波形周期 (T) 的倒数。周期是信号重复出现的时间间隔。 $F = 1/T$ 。角频率的公式为

$$\omega = 2\pi f$$

► 常规用法

电子学中具有特殊含义的一些术语或概念。

节点 – 在示意图或电路图中，电路中多个支路的连接点。也可能指的是无电位差的点。

支路 – 在示意图或电路图中，具有单独电流通路的一系列元件。

接地 –

1) 可以接地的那部分电路，或无电流通过的安全电源连接。或者，

2) 不必换算为接地的给定电路的任意基准。

负载 – 耗损功率或改变输入功率、但不产生功率的那部分电路。

电源 – 能够产生功率的那部分电路。

电流方向 – 工程惯例指的是从电源的正极 (+) 端流向负极 (-) 端。这与电子流向相反，但允许其他一些惯例仍然有效。

开路 – 无电流通过的电路。

短路 – 电压没有变化的电路。

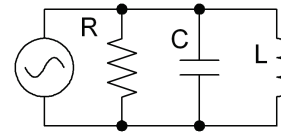
分贝 (dB) –

$$\text{灵敏度 dB} = 10 \log \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)$$

就电压和电流而言常常用分贝表示。由于电压和电流两者与功率都是平方关系，因此以 dB 表示这些物理量时需要将以上方程式乘以 2。

简谐共振 – 在具有并联 RLC 元件的交流电路中，阻尼描述了与消耗的能量相比存储在电路中的能量。在纯电阻电路中，存储的能量为零。无功电路（包含电容器和/或感应器的电路）可以瞬时存储能量以备以后使用。注意：以下分析不包括实际

电路中常常出现的寄生效应和非最佳的材料问题。



频域 – 如果我们定义了谐振频率和质量系数（注意，在谐振

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

中，可能存在各种快捷算法），那么

谐振频率 –

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

ω_0 是以弧度/秒表示的谐振频率。它是由电感和电容决定的，而与电阻无关。

品质因素 -

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} \quad \text{或} \quad Q = \omega_0 RC$$

以上公式适用于并联谐振。对于串联谐振，为该值的倒数。

Q 是一个循环周期内存储的能量与耗损的能量之比。基本上，它暗示了谐振系统中的循环能量（在谐振系统外可能不明显）。这样在串联谐振电路中无功元件上的电压和并联谐振电路中通过无功元件的电流，可能远远超过所有电阻元件上可见的电压和电流。Q 也等于中心频率与 -3 dB 带宽之比。

带宽 - 无功电路的带宽等于响应以 3 dB 变化的两处的频率差值。在直流仍为满增益的位置，为上面的 3 dB 点。定义与电路拓扑有关，而不管电流或电压是否为测量的参数。

时域 - 计算电路时域响应的方法是写下该电路的方程式，假定一些初始条件，然后解微分方程式。

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{dv}{RCdt} + \frac{1}{LC}v = 0$$

该公式假定最终形式为

$$s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC} = 0$$

使用二次方程式求根。根据判别式有两个实根，一个根或两个复根即可确定阻尼。

列出的变量 A_n 和 φ 取决于初始条件。

欠阻尼 -
$$\frac{1}{2RC} < \omega_0$$

低衰减电路通常会产生振荡，可能需要过多的时间才能达到终值。

$$v(t) = A_1 e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \sin(\omega_c t + \varphi)$$

其中：

$$\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

过阻尼 -

$$\frac{1}{2RC} > \omega_0$$

过阻尼电路无振荡，但也需要花费过多时间逐渐达到终值。

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

其中：

$$s_1 = \omega_0 \left(\frac{-1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{4Q^2} - 1 \right)} \right) \quad \text{和}$$

$$s_2 = \omega_0 \left(\frac{-1}{2Q} - \sqrt{\left(\frac{1}{4Q^2} - 1 \right)} \right)$$

临界阻尼 -

$$\frac{1}{2RC} = \omega_0$$

临界阻尼电路在可能的最短时间内达到终值。以下情况下，会出现临界阻尼：

$$v(t) = A_1 e^{s^t} + A_2 t e^{s^t}$$

其中：

$$s = -\frac{\omega_0}{2Q}$$

无源元件

有关无源元件的基础知识说明。

欧姆定律 - $\vec{E} = \vec{I}\vec{Z}$ 其中： $\vec{Z}$ 是电阻（正 x 轴）元件与电感（ $j\omega L$ ）和电容（ $\frac{1}{j\omega C}$ ）复合元件的矢量和。

由于 $1/j$ 等于 $-j$ ，因此求阻抗之和时，电容使用虚平面上的负 y 轴，电感使用正 y 轴。

电阻/电导 -



电阻是阻碍电流流动的导体的属性。它将耗损有功功率。此处使用的例图包括了要识别的物理量。另外还有计算该物理量的方程式。将 I 和 R 相乘可计算得出 E。E 除以 R 可计算得出 I。

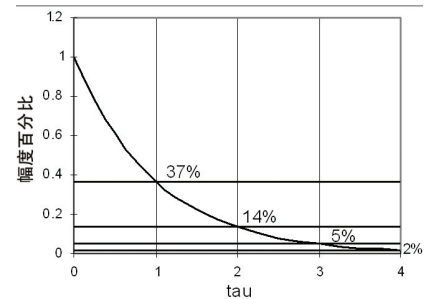
电容 - 电容是电路中平行金属板积蓄电荷倾向的测量值。实际上没有直流电流通过，只是电荷进出平行金属板，从而出现随着电压变化电子迁移的现象。

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad \text{或} \quad i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

电感 - 电感是表示电路或元件阻止改变电流的属性的测量值。

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

指数式衰减 -



标准的 RL 或 RC 时间常数是指数式衰减的。上图显示了当 t 为时间常数 τ 时的残余振幅。

数字逻辑

运算符 - 下面说明了标准的布尔运算符。And、Or 和 Invert 为基本运算符。Nand、Nor、Xor 和 Xnor 为派生运算符。Nand 和 Nor 常用于硬件中。Xor 和 Xnor 在运算电路中很有用。

And/Nand - 只有所有输入都为 1，And 函数才会输出 1。Nand 是 And 的互补函数。

A	B	A * B	$\overline{A * B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Or - 只要任意一个输入为 1，Or 函数就会输出 1。

A	B	A + B	$\overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Invert – 只要输入为 0, Invert 函数就会输出 1。

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Xor/Xnor (exclusive or/nor) – 只要有一个且仅有一个输入为 1, 则 Xor 函数输出 1。Xnor 是 Xor 的互补函数。

A	B	$A \oplus B$	$\overline{A \oplus B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

公理 – 以下是两个基本的布尔代数公理。应注意此处的语义。布尔代数虽然在方法上类似于数学代数, 但定义不同。例如, 以下列出的布尔代数的分配律与数学代数的分配律就不同。必须记住, “+” 与 “*” 符号在布尔代数和数学代数中的含义有本质上的区别, 因此某些情况下必须区别对待。

交换律 –

$$A+B = B+A$$

$$A*B = B*A$$

结合律 –

$$(A+B)+C = A+(B+C)$$

$$(A*B)*C = A*(B*C)$$

定理 –

以下定理很有用, 而且可以通过公理进行证明。

分配律 –

$$A*(B+C) = (A*B)+(A*C)$$

$$A+(B*C) = (A+B)*(A+C)$$

摩根定理 –

$$\overline{(A+B)} = \bar{A} * \bar{B}$$

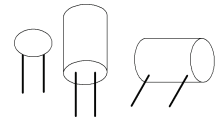
$$\overline{(A*B)} = \bar{A} + \bar{B}$$

▶ 元件

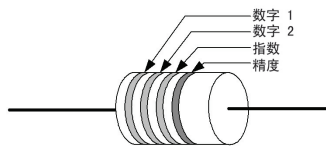
轴向引线元件 –



径向引线元件 –



▶ 颜色代码



黑色	0	褐色	1
红色	2	橙色	3
黄色	4	绿色	5
蓝色	6	紫色	7
灰色	8	白色	9

精度: 无 20%、银 10%、金 5%

$$\text{值} = (10 * D1 + D2) * 10^{\text{指数}}$$

如果指数为银, 则指数值为 -2。如果为金, 则指数值为 -1。

1% 和更精确的电阻器使用四种色带来表示值。

电感器和电容器有时使用色带或色点来表示值。

▶ 标准电阻器值

并非每个可能的电阻器值在实际中都可用。以下是 5% 的标准值。以黑色表示的是 10% 的标准值。以灰色表示的是 20% 的标准值。

10	11	12	13	15	16	18	20
22	24	27	30	33	36	39	43
47	51	56	62	68	75	82	91

有关精密电阻器的信息, 请参阅

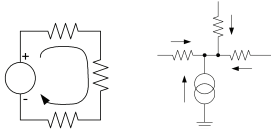
<http://www.vishay.com/docs/31001/dectable.pdf>

电感器和电容器通常使用相同的序列。但常常只使用灰色框中的值。

▶ 分析技术

下面介绍了一些基于基本原理的标准分析技术。

基尔霍夫电压定律 – 稳态情况下, 电路中任一回路的电压和恒等于零。根据绕行的方向, 电源为正极, 所有其他元件为负极。如果这些元件为 Z 而非 R, 那么必须多加注意, 但结果仍然正确。



基尔霍夫电流定律 – 同样, 一个节点所有流入 (或流出) 的电流之和必须等于零。如果存在无阻抗元件, 则应多加注意, 但结果依旧。

节点分析 – 针对有 N 个节点的电流使用节点分析, 可以列出有 N-1 个未知量的 N-1 元方程组并进行求解。将一个节点定义为接地点, 无需对其进一步求解。其它所有分析都是相对于该参考接地点的。

步骤:

1) 写下电压电源上那些节点的节点电压。

以下是一些方程式。

($x = V_{n1} - V_{n2}$, 此处 x 是 N1 和 N2 之间电压电源的值)

2) 将电压电源短路。由于原来未连接的两个节点连在了一起, 所以减少了节点数。为何要进行该操作呢? 请参阅“电源变换”。

3) 写出剩余节点的 KCL 方程式, 并用电压除以阻抗的形式表示电流。此时应列出了在第 1 步和第 3 步定义的节点间的 N-1 个方程式。

4) 解方程。如果电路包括电感和电容, 则需要微分方程。

网孔分析 – 使用网孔分析, 可以列出有 N-1 未知量的 N-1 元方程组并进行求解。(为何是 N-1 个? 因为组成一个网孔需要两个节点。)

步骤:

1) 写下网孔。对它们进行标记。确保网孔是二维的。

2) 写下电流源。

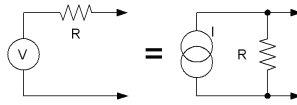
3) 断开电流源。有关基本原理, 请参阅“电源变换”。

4) 写出剩余每个回路的方程式。由于只剩下电压电源和阻抗, 因此电流必须通过电压和阻抗来表示。

5) 解前面列出的方程。如果电路包括电感和电容, 则需要微分方程。

► 电源变换

之所以要进一步详细讨论电源，存在以下两个重要原因。第一个原因是要想掌握分析技巧，必须更好地理解电源。第二个原因是不能总是能够找到所需的电源，因此必须能够轻松地变换为现有的某种电源。尤其是电流电源比电压电源更难以实现。



其中： $V=IR$ 或 $I=V/R$ 。

根据电压源和电流源的定义，此公式成立。电压源维持相同的电压，而不管电流如何。这样，输出阻抗为 0 ($I_1R = I_2R$ 要求 $R=0$)。同样，电流电源的输出阻抗无穷大（或未定义），这是因为可以对电流电源输入任何电压仍可获得相同的电流。

► 叠加

在任何包含多个独立电源的线性电路中，可通过分别计算各个电源的响应（对于电

压电源，需将其余电源短路；对于电流电源，需将其余电源断路）来计算总响应。

► 变换

以下两种变换对于电子学计算非常重要。拉普拉斯变换是滤波器设计和频率响应计算的理论基础。傅立叶变换可用来在频域中检查时域波形。这些变换主要用于确定系统的变换函数，有时也会交替使用。傅立叶变换的优势在于：某些情况下可以进行数字计算。

拉普拉斯变换 - 拉普拉斯变换创建一个单独的数据空间（通常称为 s 域）来操作函数。在电子学中，这些函数表示可实现的电路。此变换的定义是：

$$Y(s) = \int_{t=0}^{\infty} e^{-st} y(t) dt$$

使用此变换来处理积分和微分非常简单，因此该变换常用来分析包含电感和电容的电路。

示例：

$$Y(s) = \frac{1}{s + \alpha}$$

使用以下方程式定义一个指数式衰减：

$$y(t) = e^{-\alpha t}$$

此处 α 是波形的时间常数。

转换到 s 域后，电路以零点/极点形式表示。各方程式的根是相应元件的 -3 dB 角的位置。虚根可能会导致振荡。

常用转换函数 $H(s)$ 的基础是拉普拉斯变换。您可以从网上下载或从讲述该主题的大多数文章中找到常用拉普拉斯变换表。

s 域方程式可轻松转换为 z 域方程式（DSP 操作的基本描述符）。

欧拉恒等式 - 欧拉恒等式说明了虚平面内极坐标和直角坐标的关系：

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$$

解释定义傅立叶分析的公式时，此恒等式非常有用。

傅立叶变换 - 傅立叶变换在操作上与拉普拉斯变换类似。但是，与拉普拉斯变换不同的是，傅立叶变换可用于重复信号。傅立叶变换证明：无论何种形状的波形，都可将其描述为不同频率、不同振幅的正弦波的和。要精确地描述非重复性波形，需要连续频率带宽上正弦波（以便积分）的无穷和。要精确地描述重复波形，需要按离散频率间隔（以便进行求和）取样的正弦波的无穷和。尽管每种情况都需要正弦波的无穷和才能达到绝对精确，但是通常情况下，有限的傅立叶项决定了波形的行为，并且经常出现其中某些项等于零。因此，仅考虑“相关”傅立叶项，也可能得出有用的近似值。系统的有限带宽决定了某些可能项将是非相关项，因为它们超出了带宽。傅立叶变换的定义是：

$$\mathcal{F}(d(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t) e^{-j\omega t} dt$$

脉冲的傅立叶变换在所有频率上提供常量振幅激励。因此，您可以观察该响应，然后确定变换函数。

将重复波形简化到 2π 周期内：

$$\mathcal{F}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx)$$

此处：

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x) \sin(nx) dx$$

后面的方程式主要说明重复波形可以表示为许多正弦函数的和。正弦项和余弦项在相移处有效地创建了一个函数，因此可以用多种方式表达该方程式。如果将欧拉恒等式应用到傅立叶变换，那么傅立叶变换将展开为一系列正弦项和余弦项，从中可找到傅立叶级数的共性。

$H(\omega)$ 变换函数应该是傅立叶函数。比较 $H(s)$ 和 $H(\omega)$ 的定义，可发现它们在所有常见的电子应用中都是类似的。

► 频率响应（波德图）

波德图采用拉普拉斯或傅立叶变换函数，在图中以频率的函数这一形式显示预计的幅度

与相位。零点处有几条向上倾斜的斜线，并在频率为 -3 dB 处出现转折点。极点向下。这些图形重叠在 dB - 对数频率图和线性相位 - 对数频率图上时，整个变换函数将一

目了然。直线斜率为 20 dB/decade * 极点或零点的指数。20 dB/decade = 6 dB/octave。