

第七次习题课

1. 有关电磁感应的计算

例题 1, 常规题, 速战速决.

8.1.33 一无穷长直导线线载有 $I=5.0\text{A}$ 的电流, 旁边有一个与它共面的矩形线圈, 长边与 I 平行, 长为 $l=20\text{cm}$, 两边到 I 的距离分别为 $a=10\text{cm}$, $b=20\text{cm}$, 如图 8.1.33 所示. 线圈共有 $N=1000$ 匝, 以 $v=3.0\text{m/s}$ 的速度离开直导线. 试求线圈里的感应电动势 $\mathcal{E}$.

例题 2, 矢量要描述清楚, 难度中等, 值得一试.

负号表明, 力矩 M 阻止轮子转动.

(4) 电流 I 会反向.

8.1.44 半径为 R 的金属圆盘, 放在磁感强度为 B 的均匀磁场中, B 与盘面法线 n 的夹角为 θ , 如图 8.1.44 所示. 当这圆盘以每秒 N 圈的转速绕它的几何轴旋转时, 试求盘中心与边缘的电势差.

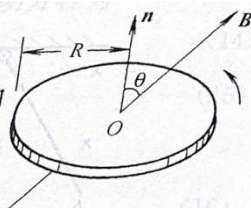


图 8.1.44

例题 3, 技巧一定要学会!

8.1.63 在半径为 R 的圆柱形空间里有磁感强度为 B 的均匀磁场, B 与圆柱的轴线平行, B 的大小随时间 t 变化的规律为 $B=B_0+kt$, 式中 B_0 和 k 都是常量; 圆柱外的空间里磁感强度为零. 有一条长为 $2R$ 的直导线 ab 在圆柱的横截面内, 它的一端 a 和中点 c 都在圆柱面上, 如图 8.1.63(1) 所示. 试求这导线两端的电势差 U_{ab} .

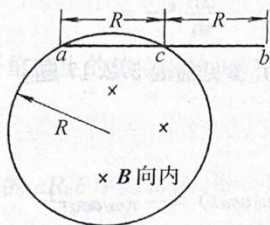


图 8.1.63(1)

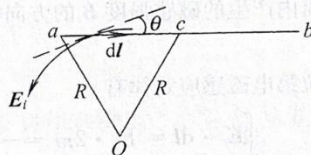


图 8.1.63(2)

例题 4, 经典模型, 书上有, 做了解.

8.1.75 电子感应加速器是利用变化的磁场 B 所产生的感应电场(涡旋电场) E_t 来加速电子, 同时 B 本身又维持电子在固定的圆轨道上运动, 如图 8.1.75 所示. 设开始时, $B=0$, 电子的初速为零; 加速后, 电子轨道处磁感强度 B 的大小为 B , 电子轨道内的平均磁感强度的大小为 $\bar{B}$.

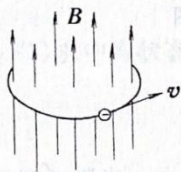


图 8.1.75

$\bar{B} = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} / \pi R^2$ (式中 R 为电子轨道半径), 则当 $B = \frac{1}{2} \bar{B}$ 时, 电子便可在半径为 R 的固定圆轨道上加速运动. 试证明上述结论.

2. 自感与互感

例题 5, 基础题 (速讲) .

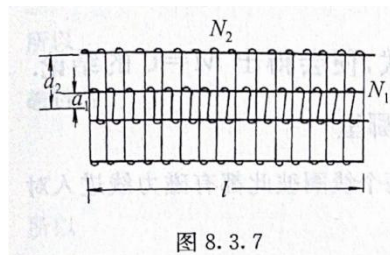


图 8.3.7

8.3.7 两螺线管共轴, 长度都是 l , 里面螺线管的半径为 a_1 , 匝数为 N_1 ; 外面螺线管的半径为 $a_2 (>a_1)$, 匝数为 N_2 , 如图 8.3.7 所示. 略去边缘效应, 试求这两螺线管的自感与它们的互感之间的关系.

【解】 因为略去边缘效应, 故当里面螺线管载有电流 I_1 时, 管内的磁感强度为

例题 6, 有点容易错, 其实还好, 试试就知道 (时间不够就不试了!) .

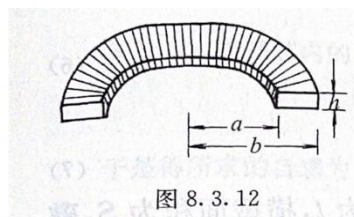


图 8.3.12

8.3.12 一螺绕环由 N 匝表面绝缘的细导线在纸环上密绕而成, 横截面是长为 $b-a$ 、宽为 h 的矩形, 环的内外半径分别为 a 和 b , 它的一半如图 8.3.12 所示. 试求它的自感 L , 并计算当 $N=1000$ 匝, $a=5.0\text{cm}$, $b=10\text{cm}$, $h=1.0\text{cm}$ 时 L 的值.

例题 7, 挺不错一个题, 结合了上一章的内容.

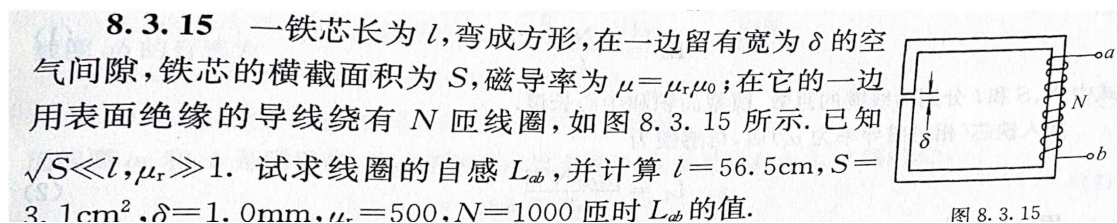


图 8.3.15

8.3.15 一铁芯长为 l , 弯成方形, 在一边留有宽为 δ 的空气间隙, 铁芯的横截面积为 S , 磁导率为 $\mu = \mu_r \mu_0$; 在它的一边用表面绝缘的导线绕有 N 匝线圈, 如图 8.3.15 所示. 已知 $\sqrt{S} \ll l$, $\mu_r \gg 1$. 试求线圈的自感 L_{ab} , 并计算 $l=56.5\text{cm}$, $S=3.1\text{cm}^2$, $\delta=1.0\text{mm}$, $\mu_r=500$, $N=1000$ 匝时 L_{ab} 的值.

例题 8, 同样不错, 直接讲 (没时间就不讲!)

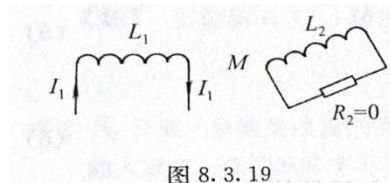


图 8.3.19

8.3.19 一线圈的自感为 L_1 , 在它旁边有一个自感为 L_2 、电阻可略去不计的线圈, 两线圈之间的互感为 M , 如图 8.3.19 所示. 试证明: 如果把互感的作用也考虑在自感里, 则 L_1 的有效自感为 $L_1 - M^2/L_2$.

【证】 因

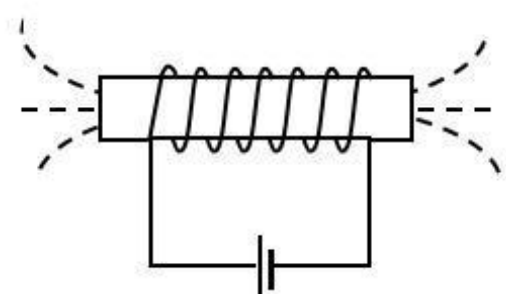
例题 9, 考点较多, 直接讲.

8.3.27 一同轴传输线由很长的两个同轴导体薄圆筒构成, 内筒半径为 $R_1=40\text{mm}$, 外筒半径为 $R_2=120\text{mm}$, 两筒间是空气. 在两筒间加上 $U=10\text{V}$ 电压时, 电流由一筒流去, 由另一筒流回, 大小为 $I=10\text{mA}$, 电流在两筒上都是均匀分布的. a 是两筒间很靠近内筒的一点, b 是两筒间很靠近外筒的一点. 试求: (1) a 、 b 两点电场强度和电位移的值; (2) a 、 b 两点磁场强度和磁感强度的值; (3) 单位长度的电容; (4) 单位长度的自感.

例题 10, 这类题通法就一个.

8.3.28 一同轴电缆由很长的直导线和套在它外面的同轴导体圆筒构成, 导线的半径为 a , 圆筒的半径为 b , 它们之间介质的 $\mu_r=1$. 使用时, 电流沿导线流去, 沿圆筒流回. 设电流在圆筒上和导线的横截面上都是均匀分布的. 试求这电缆单位长度的自感.

思考题（单选）：如图所示绕在 PC 管的线圈通入短暂的脉冲电流，有一个铁磁质钢钉放在 PC 管的左端。



- (1) 钢钉将会向哪个方向运动？
A. 左边 B. 右边 C. 几乎不动
- (2) 如果想让钢钉获得更大的弹射速度，钢钉发射前应该放在哪里？
A. PC 管的边缘 B. 螺线管的正中间 C. 钢钉没有磁性，根本不会动

详情：

简易电磁炮的制作与原理探究

董宇坤¹，丁梓骅¹

(1. 中国科学技术大学少年班学院，安徽合肥 230026)

摘要：本文首先简要介绍当今世界各种电磁炮的原理和特点，并利用了一些常见的电学原件制作了一套简易的单级线圈炮同时详细阐述了我们的制作过程.此外，在研究的过程中根据我们发现的现象提出猜想，通过实验证实猜想并且给出了解释与讨论.

关键词：电磁炮；线圈炮.

度达到最大，此即能量转化率最高的点.在发射点离线圈较远的时候，钢钉被磁化的成分较小，因此受到的力较小；在发射点过于靠近线圈中心时，虽然钢钉被磁化效果较好，但是附近的磁场梯度较小，导致钢钉也不会受到很大的力.这个最佳发射位置是钢钉磁化程度与磁场梯度的一个折中，达到了最佳的效果，印证了我们的猜想.

10.1 一漏电容器的平板之间的空间填满电阻为 $5.0 \times 10^3 \Omega$ 的物质, 电容器的电容是 $2.0 \times 10^{-6} \text{F}$, 它的极板是圆形的, 半径为 30cm , 内部电场均匀, 在 $t=0$ 时刻, 电容器两端的初始电压是零.

- (1) 如果电压以恒定速率 $1.0 \times 10^3 \text{V} \cdot \text{s}^{-1}$ 增加, 那么位移电流是多少?
- (2) 通过电容器的真实漏电流在什么时间等于位移电流?
- (3) 在半径 $r = 20 \text{cm}$ 处, 在 $t = 0 \text{s}, 1.0 \text{s}, 2.0 \text{s}$ 时刻, 极板之间的磁场大小各是多少?

解 (1) 位移电流为

$$\begin{aligned} I_d &= S \cdot \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon S \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\varepsilon S}{d} \cdot \frac{dV}{dt} = C \frac{dV}{dt} \\ &= 2.0 \times 10^{-6} \times 1.0 \times 10^3 = 2.0 \times 10^{-3} (\text{A}) \end{aligned}$$

- (2) 真实漏电流赶上位移电流的时间

$$I = \frac{V}{R} = \frac{(dV/dt) \cdot T}{R} = I_d \Rightarrow T = \frac{I_d R}{dV/dt} = \frac{2.0 \times 10^{-3} \times 5.0 \times 10^3}{1.0 \times 10^3} = 1 (\text{s})$$

- (3) 由安培环路定理得

$$2\pi r B = \mu_0 (I_d + I) \frac{\pi r^2}{\pi a^2} = \frac{\mu_0 r^2}{a^2} \left(C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} \right) = \frac{\mu_0 r^2}{a^2} \frac{dV}{dt} \left(C + \frac{t}{R} \right)$$

式中, t 为考察时间, a 为极板半径. 由上式解得

$$B = \frac{\mu_0 r}{2\pi a^2 R} \frac{dV}{dt} (RC + t)$$

在 $r = 20 \text{cm}$ 处, 给定时刻的磁场大小分别为

$$\begin{aligned} B(t=0) &= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 0.2 \times 10^3}{2\pi \times 0.3^2 \times 5 \times 10^3} \times (5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6} + t)_{t=0} \\ &= 8.9 \times 10^{-10} (1+t)_{t=0} = 0.89 \times 10^{-9} (\text{T}) \\ B(t=1) &= 8.9 \times 10^{-10} (1+1) = 1.8 \times 10^{-9} (\text{T}) \\ B(t=2) &= 8.9 \times 10^{-10} (1+2) = 2.7 \times 10^{-9} (\text{T}) \end{aligned}$$

10.8 在地球轨道上太阳辐射的平均强度(即平均能流密度)是 $\bar{S} = 1353 \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, 太阳半径约为 $R_0 = 7 \times 10^8 \text{m}$, 太阳到地球的距离约为 $d = 1.5 \times 10^{11} \text{m}$.

- (1) 求在太阳表面处太阳辐射的平均强度 $\bar{S}_0$;
- (2) 求在太阳表面处电场强度的有效值;
- (3) 求在太阳表面处磁场强度的有效值.

解 (1) 太阳表面的平均能流密度:

$$\begin{aligned} \bar{S}_{\text{表}} \cdot 4\pi R_0^2 &= \bar{S}_{\text{地}} 4\pi d_{\text{地}}^2; \quad \bar{S}_0 \cdot 4\pi R_0^2 = \bar{S} \cdot 4\pi d^2 \\ \bar{S}_0 &= (d/R_0)^2 \bar{S} = \left(\frac{1.5 \times 10^{11}}{7 \times 10^8} \right)^2 \times 1353 = 6.21 \times 10^7 (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \end{aligned}$$

- (2) 电场强度有效值: 由 $\bar{S}_0 = \varepsilon_0 \bar{E}^2 c$ 得

$$\bar{E} = \sqrt{\frac{\bar{S}_0}{\varepsilon_0 c}} = \left(\frac{6.21 \times 10^7}{8.85 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^8} \right)^{1/2} = 1.53 \times 10^5 (\text{V} \cdot \text{m}^{-1}) = 153 (\text{kV} \cdot \text{m}^{-1})$$

- (3) 磁场强度有效值:

$$\bar{H} = \bar{E} / (\mu_0 c) = 1.53 \times 10^5 / (4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^8) = 406 (\text{A} \cdot \text{m}^{-1})$$