

# 第六次习题课

## 6.1 磁场对电流的作用

### P146 例6.2

记结论:

在**均匀磁场**中, 我们有载流线圈受到的力矩为

$$\mathbf{L} = \mathbf{m} \times \mathbf{B};$$

对于小的载流线圈, 在**非均匀磁场**中受到的力为

$$\mathbf{F} = (\mathbf{m} \cdot \nabla)\mathbf{B}.$$

推导的过程不要求掌握, 不过结论 (尤其是前者) 是很重要的。

### P147 例6.3

求无穷长螺线管( $n, I$ )的管壁压强。

对于一个面元 $dS = dl \times dx$ 分析的时候, 我们要找准施力物体。在面元两侧磁感应强度存在突变, 跟电场中类似, 对 $dS$ 施力的磁感应强度大小为 $B_{eff} = \frac{1}{2}\mu_0 nI$ , 横向长度 $dx$ 占有的匝数为 $ndx$ , 故 $dS$ 受到的力为

$$dF = B_{eff}(ndx \cdot I)dl,$$

故得到压强

$$P = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2.$$

### P273 习题6.6

解答:

积分求出圆盘旋转时候的磁矩:

$$m = \int S dI = \int_0^R (\pi r^2) \cdot \frac{\sigma \cdot 2\pi r}{2\pi/\omega} dr = \frac{1}{4}\pi\sigma\omega R^4,$$

得到受到的力矩:

$$L = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}| = \frac{1}{4}\pi\sigma\omega R^4 B.$$

### P273 习题6.7

解答:

面电流密度 $i = \frac{I}{2\pi a}$ , 内部由于对称性磁场为0, 在柱体外侧磁场强度为 $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a}$ 。考察 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ , 长度为 $l$ 的电流元, 对这段电流元产生力的磁场为

$$B_{eff} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a},$$

受到的力为

$$dF = B_{eff} l (i \cdot a d\theta),$$

方向指向圆心。因此要计算合力就得对 $\theta$ 积分, 我们得到

$$F = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_{eff} l \cdot i a \cos\theta d\theta,$$

得到单位长度受到的力

$$f = F/l = \frac{I^2 \mu_0}{4\pi^2 a^2}.$$

## 6.2-6.4 磁介质

### 干题解7.18

一无限长圆柱形铜线, 横截面半径为 $R$ , 线外包一层相对磁导率为 $\mu_r$ 的磁介质, 厚度为 $d$ , 导线中通有电流 $I$ , 均匀分布于横截面上。

(1) 求离轴线 $r$ 处的磁场强度 $\mathbf{H}$ 和磁感应强度 $\mathbf{B}$ 。

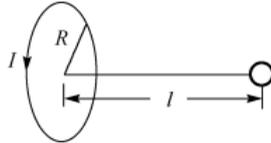
(2) 求介质内外表面的磁化电流。

### 干题解7.21

一半径为 $R$ 的介质球均匀磁化, 磁化强度为 $M$ , 求其磁化电流和磁矩。

### P273 习题6.10

**6.10** 一抗磁质小球的质量为 $0.10\text{g}$ , 密度 $\rho = 9.8\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , 磁化率为 $\chi_m = -1.82 \times 10^{-4}$ , 放在一个半径 $R = 10\text{cm}$ 的圆线圈的轴线上且距圆心为 $l = 10\text{cm}$ 处(习题6.10图)。线圈中载有电流 $I = 100\text{A}$ 。求电流作用在这小球上力的大小和方向。



习题 6.10 图

解 以圆心为原点,  $z$  轴与线圈平面垂直, 与电流方向呈右手螺旋关系. 线圈电流在  $z$  轴上产生的磁场为

$$B(z) = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

其方向沿  $z$  轴正向. 在小球的磁化率远小于 1 的情况下, 可略去小球磁化电流对球内磁场的影响, 即小球内的磁场近似等于外场  $B(l)$ , 据此求得小球内的磁化强度为

$$M = \chi_m H(l) \approx \chi_m \frac{B(l)}{\mu} = \chi_m \frac{B(l)}{\mu_0(1 + \chi_m)} \approx \frac{\chi_m B(l)}{\mu_0}$$

设  $m_0$  为小球质量,  $\rho$  为小球密度, 则小球体积为  $V = m_0 / \rho$ , 小球磁矩为

$$m = MV = \frac{\chi_m B(l) m_0}{\mu_0 \rho}$$

$m > 0$  表示磁矩沿  $z$  轴正向. 小球受力  $F = (m \cdot \nabla) B = m dB / dz e_z$ , 即

$$F = \frac{\chi_m B(l) m_0}{\mu_0 \rho} \frac{d}{dz} \left( \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \right) \Bigg|_{z=l} = -\frac{3\chi_m m_0 \mu_0 I^2 R^4 l}{4\rho(R^2 + l^2)^4}$$

将题给出的数据代入, 求得

$$F = -\frac{3 \times (-1.82 \times 10^{-4}) \times 10^{-4} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 100^2 \times 0.1^4 \times 0.1}{4 \times 9.8 \times 10^3 \times (0.1^2 + 0.1^2)^4} = 1.1 \times 10^{-12} \text{ (N)}$$

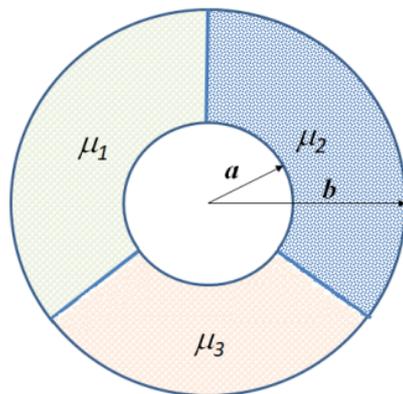
沿  $z$  轴正向, 为排斥力.

## 2018春期末公选题2 (1)

### 2. (16分) 同轴电缆

同轴电缆的内导体是半径为  $a$  的空心圆柱, 外导体是半径为  $b$  的薄圆柱面, 其厚度可以忽略不计, 内、外导体间填充有绝对磁导率分别为  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  和  $\mu_3$  的三种磁介质, 每种磁介质均占三分之一的圆柱间体积, 分界面正好沿半径方向, 如图所示. 设内圆柱面内沿轴线方向流有大小相等, 方向相反的电流, 电流面密度为  $i$ ; 求:

- (1) 各区域的磁感应强度和磁场强度; (8分)
- (2) 同轴电缆单位长度所储存的磁场能量; (4分)
- (3) 同轴电缆单位长度的自感。(4分)



$$\begin{cases} \bar{H}_0 = 0 & (0 < r < a) \\ \bar{H}_1 + \bar{H}_2 + \bar{H}_3 = \frac{3i2\pi a}{2\pi r} \bar{e}_\phi = \frac{3ia}{r} \bar{e}_\phi & (a < r < b) \\ \bar{H}_4 = 0 & (r > b) \end{cases}$$

由于  $\bar{B} = \mu\bar{H}$ ，所以

$$\begin{cases} \bar{B}_0 = 0 & (0 < r < a) \\ \frac{\bar{B}_1}{\mu_1} + \frac{\bar{B}_2}{\mu_2} + \frac{\bar{B}_3}{\mu_3} = \frac{3ia}{r} \bar{e}_\phi & (a < r < b) \\ \bar{B}_4 = 0 & (r > b) \end{cases}$$

因为同轴电缆线内外导体间的磁场沿 $\phi$ ，即沿圆柱体的圆周方向，在三种介质分界面上只有法向分量，由边界条件知， $B_1=B_2=B_3$ ，所有

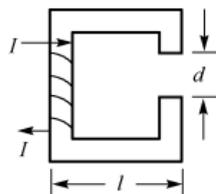
$$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 = \bar{B}_3 = \frac{3ia}{r\left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3}\right)} \bar{e}_\phi = \frac{3\mu'ia}{r} \bar{e}_\phi, \quad (a < r < b)$$

$\bar{e}_\phi$  是沿圆周方向的单位矢量，按圆柱体内电流的右手螺旋线方向； $\frac{1}{\mu'} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3}$ 。

## 6.7 磁路定理

### P274 习题6.17

**6.17** 已知一个电磁铁由绕有  $N$  匝载流线圈的  $C$  形铁片 ( $\mu \gg \mu_0$ ) 所构成 (习题 6.17 图)。如果电磁铁的横截面积为  $A$ ，电流为  $I$ ，空隙宽度为  $d$ ， $C$  形铁片各边的长度同为  $l$ ，求空隙中的磁感应强度。



习题 6.17 图

解 磁路方程如下：

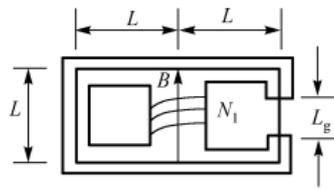
$$NI = \Phi_B (R_{m1} + R_{m2}), \quad R_{m1} = \frac{4l - d}{\mu A}, \quad R_{m2} = \frac{d}{\mu_0 A}, \quad \Phi_B = B \cdot A$$

解得空隙中的磁感应强度

$$B = \frac{\mu\mu_0 NI}{(\mu - \mu_0)d + 4\mu_0 l}$$

### P274 习题6.19

6.19 如习题 6.19 图所示, 设  $L = 20\text{cm}$ ,  $L_g = 0.5\text{cm}$ ,  $\mu_r = 1200$ , 磁动势  $\mathcal{E}_m = 597\text{A}$ , 求通过气隙的磁感应强度.



习题 6.19 图

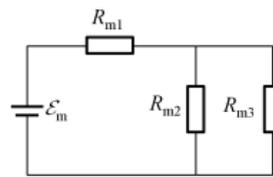


图 6.19a

### \*磁荷法

### 干题解7.22

一介质球均匀磁化, 磁化强度为  $M$ , 试求球内磁感应强度.

### P179 例6.13

一马蹄形永磁铁, 两极总面积为  $2S$ , 磁化强度为  $M$ , 求它对衔铁的吸力.